

<b>Bachillerato de Ciencias y Tecnología</b>	
<b>ENUNCIADOS</b>	<b>Julio de 2015</b>

**OPCIÓN A**

**Problema 1.** Se da el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x + 3y + z = \alpha \\ x + y - \alpha z = 1 \\ 2x + \alpha y - z = 2\alpha + 3 \end{cases}$$
 donde  $\alpha$  es

un parámetro real. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos utilizados:

- La solución del sistema cuando  $\alpha = -1$ .
- Todas las soluciones del sistema cuando  $\alpha = 0$ .
- El valor de  $\alpha$  para el que el sistema es incompatible.

**Problema 2.** Se tienen las rectas  $r: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$ ,  $s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 0 \end{cases}$  y el punto

$P = (0, 3, -2)$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos utilizados:

- Las ecuaciones de la recta que pasa por el punto  $P$  y es paralela a la recta  $r$ .
- La ecuación del plano que contiene a la recta  $r$  y es paralelo a la recta  $s$ .
- La distancia entre las rectas  $r$  y  $s$ .

**Problema 3.** Se da la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$ . Obtener razonada-

mente, escribiendo todos los pasos utilizados:

- El dominio y las asíntotas de la función  $f$ .
- Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f$ .
- La integral  $\int \frac{x}{(x+1)^2} dx$ .

**OPCIÓN B**

**Problema 1.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ y & 2 & 3 \\ z & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} x & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Obtener

razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

a) Los valores de  $x$  para los cuales la matriz  $B$  tiene inversa.

b) El valor del determinante de las matrices  $A^3$  y  $\begin{pmatrix} 2x & 5 & -1 \\ 2y & 10 & 3 \\ 2z & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , sabiendo que

el determinante de la matriz  $A$  es 8.

c) Los valores de  $x, y, z$  para los cuales  $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 3 & 7 & 6 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Problema 2.** Se dan las rectas  $r: \begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 6x - z + 8 = 0 \end{cases}$ ,  $s: \begin{cases} x = 1 - 2\alpha \\ y = 2 + \alpha \\ z = 3 - \alpha \end{cases}$  y el plano

$\pi: 2x + mz + 1 = 0$ , siendo  $m$  un parámetro real. Obtener razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

a) La posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$  y el punto (o puntos) comunes a  $r$  y  $s$ .

b) El valor del parámetro  $m$  para que la recta  $s$  sea paralela al plano  $\pi$ .

c) La ecuación del plano que contiene a la recta  $s$  y al punto  $P(1,2,4)$ .

**Problema 3.** Se va a construir un depósito de  $1500 \text{ m}^3$  de capacidad, con forma de caja abierta por la parte superior. Su base es pues un cuadrado y las paredes laterales son cuatro rectángulos iguales perpendiculares a la base. El precio de cada  $\text{m}^2$  de la base es de  $15 \text{ €}$  y el precio de cada  $\text{m}^2$  de pared lateral es de  $5 \text{ €}$ .

Obtener razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

a) El coste total del depósito en función de la longitud  $x$  de un lado de su base.

b) Las longitudes del lado de la base y de la altura del depósito para que dicho coste total sea mínimo.

c) El valor del mínimo coste total del depósito.