

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	Junio de 2014

OPCIÓN A

Problema 1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + 4y + 5z = k - 2 \\ x + k^2y + 3z = 2k \end{cases}$$
 donde k es un

parámetro real se pide:

- Discutir razonadamente el sistema según los valores de k .
- Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado, todas las soluciones del sistema cuando $k = -1$.
- Resolver razonadamente el sistema para $k = 0$.

Problema 2. Se dan el punto $A = (-1, 0, 2)$ y las rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$ y

$s: \begin{cases} x = -1 - 2\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos utilizados:

- La ecuación del plano π que pasa por el punto A y contiene a la recta r .
- La ecuación del plano σ que pasa por el punto A y es perpendicular a la recta s .
- Un vector dirección de la recta l intersección de los planos π y σ y la distancia entre las rectas s y l .

Problema 3. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El valor de m para que $f(x) = \begin{cases} m(x+1)e^{2x} & x \leq 0 \\ \frac{(x+1)\operatorname{sen}x}{x} & x > 0 \end{cases}$ sea continua en $x=0$.

b) Los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función $(x+1)e^{2x}$.

c) La integral $\int (x+1)e^{2x} dx$ y el área limitada por la curva $y = (x+1)e^{2x}$ y las rectas $x=0$, $x=1$ e $y=0$.

OPCIÓN B

Problema 1. Se dan las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $C = (-1 \ 1 \ 3)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento:

- La matriz inversa A^{-1} de A .
- La matriz X que es solución de la ecuación $AX=BC$.
- El determinante de la matriz $2M^3$, siendo M una matriz cuadrada de orden 2 cuyo determinante vale $\frac{1}{2}$.

Problema 2. Se da el triángulo, cuyos vértices son $A = (1,2,-2)$, $B = (0,-3,1)$ y

$$C = (-1,0,0), \text{ y los planos } \pi_1 : x + y + z = 1 \quad \pi_2 : \begin{cases} x = -\alpha + \beta + 1 \\ y = \alpha - 2\beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases} .$$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento:

- La posición relativa del plano π_1 y del plano que contiene al triángulo T .
- Un vector \vec{n}_1 perpendicular al plano π_1 y un vector \vec{n}_2 perpendicular al plano π_2 y el coseno del ángulo formado por los vectores \vec{n}_1 y \vec{n}_2 .
- Las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1 y π_2 .

Problema 3. Se tiene un cuadrado de mármol de lado 80 cm. Se produce la rotura de una esquina y queda un pentágono de vértices $A=(0,20)$, $B=(20,0)$, $C=(80,0)$, $D=(80,80)$ y $E=(0,80)$. Para obtener una pieza rectangular se elige un punto $P=(x,y)$ del segmento AB y se hacen dos cortes paralelos a los ejes X e Y . Así se obtiene un rectángulo R cuyos vértices son los puntos $P=(x,y)$, $F=(80,y)$, $D=(80,80)$ y $G=(x,80)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento:

- El área del rectángulo R en función de x cuando $0 \leq x \leq 20$.
- El valor de x para que el área del rectángulo sea máxima.
- El valor del área máxima del rectángulo.