

<b>Bachillerato de Ciencias y Tecnología</b>	
<b>ENUNCIADOS</b>	<b>Julio de 2014</b>

**OPCIÓN A**

**Problema 1.** Obtener razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados que:

a) El valor del determinante de la matriz  $S = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$  y la matriz  $S^{-1}$ ,

que es la matriz inversa de la matriz  $S$ . Indicar la relación entre que el valor del determinante de una matriz  $S$  sea o no nulo y la propiedad de que esta matriz admita matriz inversa  $S^{-1}$ .

b) El determinante de la matriz  $(4(T^2))^{-1}$ , sabiendo que  $T$  es una matriz cuadrada de 3 filas y que 20 es el valor del determinante de dicha matriz  $T$ .

c) La solución  $a$  de la ecuación:

$$\begin{pmatrix} a & a^2 - 1 & -3 \\ a + 1 & 2 & a^2 + 4 \\ -3 & 4a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & a + 1 & -3 \\ a^2 - 1 & 2 & 4a \\ -3 & a^2 + 4 & 1 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.** Se dan los puntos  $A = (1,5,7)$  y  $B = (3,-1,-1)$ . Obtener razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

a) Las ecuaciones de los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$  que son perpendiculares a la recta  $r$  que pasa por los puntos  $A$  y  $B$ , sabiendo que el plano  $\pi_1$  pasa por el punto  $A$  y el plano  $\pi_2$  pasa por el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos  $A$  y  $B$ .

b) La distancia entre los planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .

c) Las ecuaciones de la recta  $r$  que pasa por los puntos  $A$  y  $B$  y los puntos de la recta  $r$  que están a distancia 3 del punto  $C = (1,0,1)$ .

**Problema 3.** Sea  $f$  la función real definida por  $f(x) = xe^x - 3x$ . Obtener razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

a) Los puntos de corte de la curva  $y = f(x)$  con el eje  $X$ .

- b) El punto de inflexión de la curva  $y = f(x)$ , así como la justificación razonada de que la función  $f$  es creciente cuando  $x > 2$
- c) El área limitada por el eje  $X$  y la curva  $y = f(x)$ , cuando  $0 \leq x \leq \ln 3$ , donde  $\ln$  significa logaritmo neperiano.

### OPCIÓN B

**Problema 1.** Se tiene el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} (1-\alpha)x + 2y + z = 4 \\ x + y - 2z = -4 \\ x + 4y - (\alpha+1)z = -2\alpha \end{cases} \quad \text{donde}$$

$\alpha$  es un parámetro real. Obtener razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

- Los valores de  $\alpha$  para los que el sistema es incompatible.
- Los valores de  $\alpha$  para los que el sistema es compatible y determinado.
- Todas las soluciones del sistema cuando  $\alpha = 2$ .

**Problema 2.** Se dan las rectas  $r: \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 10 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} x + y = 8 \\ x + y + z = 13 \end{cases}$ . Obtener razona-

damente y escribiendo todos los pasos utilizados:

- Un vector director de cada recta y la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ .
- La ecuación del plano que contiene a la recta  $s$  y es paralelo a la recta  $r$ .
- La distancia entre las rectas  $r$  y  $s$ .

**Problema 3.** Un club deportivo alquila un avión de 80 plazas para realizar un viaje a la empresa VR. Hay 60 miembros del club que han reservado su billete. El el contrato de alquiler se indica que el precio de un billete será 800 euros si sólo viajan 60 personas, pero que el precio por billete disminuye en 10 euros por cada viajero adicional a partir de esos 60 viajeros que ya han reservado el billete.

Obtener razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

- El total que cobra la empresa VR si viajan 61, 70 y 80 pasajeros.
- El total que cobra la empresa VR si viajan  $60+x$  pasajeros, siendo  $0 \leq x \leq 20$ .
- El número de pasajeros entre 60 y 80 que maximiza lo que cobra en total la empresa VR.