

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	Junio de 2013

OPCIÓN A

Problema 1. Se tiene el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} 2x + 5y = a \\ -x - 4y = b \\ 2x + y = c \end{cases}$$
 donde a , b y c son

tres números reales. Obtener razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

- La relación que han de verificar los números a , b y c para que el sistema sea compatible.
- La solución del sistema cuando $a = -1$, $b = 2$ y $c = 3$.
- La solución del sistema cuando los números a , b y c verifican la relación $a = c = -2b$.

Problema 2. Tenemos $O = (0,0,0)$, $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$ y $C = (0,2,3)$. Determina razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

- El área del triángulo de vértices O , A y B y el volumen del tetraedro de vértices O , A , B y C .
- La distancia del vértice C al plano que contiene al triángulo OAB .
- La distancia del punto C' al plano que contiene al triángulo OAB , siendo C' el punto medio del segmento de extremos O y C .

Problema 3. Se ha estudiado el movimiento de un meteorito del sistema solar durante un mes. Se obtuvo que la ecuación de la trayectoria T es $y^2 = 2x + 9$, siendo $-4,5 \leq x \leq 5$ e $y \geq 0$, estando situado el Sol en $O = (0,0)$. Calcula razonadamente y escribiendo todos los pasos utilizados:

- La distancia del meteorito al Sol desde un punto P de su trayectoria, siendo su abscisa x .
- El punto P de la trayectoria T donde el meteorito consigue la mínima distancia al Sol.
- La distancia mínima del meteorito al Sol.

OPCIÓN B

Problema 1. Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcula

razonadamente el valor de los determinantes siguientes y escribiendo todos los pasos utilizados:

- $|A+B|$ y $\left| \frac{1}{2}(A+B)^{-1} \right|$.
- $|(A+B)^{-1}A|$ y $|A^{-1}(A+B)|$.
- $|2ABA^{-1}|$ y $|A^3B^{-1}|$.

Problema 2. A partir de los puntos $A = (1,0,1)$, $B = (2,-1,0)$, $C = (0,1,1)$ y $P = (0,-3,2)$, se pide calcular de manera razonada y explicando todos los pasos utilizados:

- La distancia del punto P al punto A .
- La distancia del punto P a la recta que pasa por los puntos A y B .
- La distancia del punto P al plano que pasa por los puntos A , B y C .

Problema 3. Dada la función f definida por $f(x) = \text{sen } x$, para cualquier valor real de x , se pide calcular razonadamente y explicando todos los pasos utilizados:

- La ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi/6$.
- La ecuación de la recta normal a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi/3$. Se recuerda que la recta normal a una curva en un punto P es la recta que pasa por ese punto P y es perpendicular a la recta tangente a la curva en el punto P .
- El ángulo formado por las rectas determinadas en los apartados a) y b).