Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	**Junio de 2012**

OPCIÓN A

Problema 1. Sea el sistema de ecuaciones $S:\begin{cases} 2x+\alpha z^2=5 \\ x+(1-\alpha)y+z=1 \\ x+2y+\alpha^2 z=1 \end{cases}$ donde α es un parámetro real. Obtener razonadamente:

a) La solución del sistema *S* cuando $\alpha=0$.

b) Todas las soluciones del sistema *S* tiene cuando $\alpha=-1$.

c) El valor de α para que el sistema *S* es incompatible.

Problema 2. Se dan las rectas: $r_1:\begin{cases} x=1+2\alpha \\ y=\alpha \\ z=2-\alpha \end{cases}$ y $r_2:\begin{cases} x=-1 \\ y=1+\beta \\ z=-1-2\beta \end{cases}$, siendo α y β parámetros reales. Calcular razonadamente:

a) Las coordenadas del punto de corte de r_1 y r_2.

b) La ecuación del plano que contiene esas dos rectas.

c) La distancia del punto *(0,0,1)* a la recta r_2.

Problema 3. Sea f la función que para un número positivo *x* está definida por la igualdad:

$$f(x)=4x\ln x\,.$$

Obtener razonadamente:

a) El valor de *x* donde la función *f* alcanza el mínimo relativo.

b) La ecuación de la recta tangente a la curva $y=4x\ln x$ en el punto *(1,0).*

c) El área limitada entre las rectas $y=0$, $x=e$ y $x=e^2$ y la curva $y=4x\ln x$.

OPCIÓN B

Problema 1. Obtener razonadamente:

a) Todas las soluciones $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ de la ecuación $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

b) El determinante de una matriz cuadrada *B* de dos filas, que tiene matriz inversa y que verifica la ecuación $B^2 = B$.

c) El determinante de una matriz cuadrada A que tiene cuatro filas y que verifica la ecuación: $A^2 - 9\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Problema 2. Se da la recta *r* de ecuación $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 5y - z = 0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $\pi: 2x + y + nz = p$, donde *n* y *p* son dos parámetros reales.

Obtener razonadamente:

a) Todos los valores de *n* para los que la intersección de la recta r y el plano π es un punto.

b) El valor de *n* y de *p* para los que la recta *r* está contenida en el plano π.

c) El valor de *n* y los valores de *p* para los que la recta *r* no corta al plano π.

Problema 3. Para diseñar un escudo se dibuja un triángulo *T* de vértices:

$A = (0,12)$, $B = (-x, x^2)$ y $C = (x, x^2)$, siendo $x^2 < 12$.

Obtener razonadamente:

a) El área del triángulo *T* en función de la abscisa *x* del vértice *C*.

b) Las coordenadas de los vértices *B* y *C* para que el área del triángulo *T* sea máxima.

Para completar el escudo se añade al triángulo *T*, de área máxima, la superficie *S* limitada entre la recta $y = 4$ y el arco de parábola $y = x^2$, cuando $-2 \le x \le 2$.

Obtener razonadamente:

c) El área de la superficie *S*.

d) El área total del escudo.