

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	Septiembre de 2011

OPCIÓN A

Problema 1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y M , donde M es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2 = M$. Obtener razonadamente:

- Todos los valores reales k para que la matriz $B = A - kI$ tiene inversa.
- La matriz inversa B^{-1} cuando $k=3$.
- Las constantes α y β para las que se verifica que $\alpha A^2 + \beta A = -2I$.
- Comprobar razonadamente que la matriz $P = I - M$ cumple las relaciones: $P^2 = P$ y $MP = PM$.

Problema 2. En el espacio se dan las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases} \text{ y } s \equiv \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 3y - z + 2 + \alpha = 0 \end{cases}. \text{ Obtener razonadamente:}$$

- El valor de α para que las rectas r y s están contenidas en un plano.
- La ecuación del plano que contiene a las rectas r y s para el valor de α .
- La ecuación del plano perpendicular a la recta r que contiene el punto $(1, 2, 1)$.

Problema 3. Dada la función f definida por $f(x) = x^2 e^{-x}$, obtener razonadamente:

- El dominio y el recorrido de la función f .
- Los valores de x donde la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ alcanza el máximo relativo y el mínimo relativo.
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dicha función f .
- Los valores de x donde la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ tiene los puntos de inflexión.
- La gráfica de la curva $y = x^2 e^{-x}$, explicando con detalle la obtención de su asíntota horizontal.

OPCIÓN B

Problema 1. Se dan las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y T , y se sabe que T es una

matriz cuadrada de 3 filas y 3 columnas cuyo determinante vale $\sqrt{2}$.

Calcular razonadamente los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo:

- a) $\frac{1}{2}T$
- b) M^4
- c) TM^3T^{-1}

Problema 2. Dado el plano $\pi_\alpha : (2 + 2\alpha)x + y + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$, dependiente del

parámetro real α y la recta $r \equiv \begin{cases} x - 4y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$, obtener razonadamente:

- a) La ecuación del plano π_α que pasa por el punto $(1, 1, 0)$.
- b) La ecuación del plano π_α que es paralelo a la recta r .
- c) La ecuación del plano π_α que es perpendicular a la recta r .

Problema 3. Un coche recorre el arco de parábola Γ de ecuación $2y = 36 - x^2$, variando la x de -6 a 6 . Se representa por $f(x)$ a la distancia del punto $(0, 9)$ al punto (x, y) del arco Γ donde está situado el coche.

Se pide obtener razonadamente:

- a) La expresión de $f(x)$.
- b) Los puntos del arco Γ donde la distancia $f(x)$ tiene mínimos relativos.
- c) Los valores máximo y mínimo de la distancia $f(x)$.
- d) El área de la superficie limitada por el arco de parábola Γ y el segmento rectilíneo que une los puntos $(-6, 0)$ y $(6, 0)$.