

<b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b>	
<b>ENUNCIADOS</b>	<b>Junio de 2011</b>

**OPCIÓN A**

**Problema 1.** Sea el sistema de ecuaciones  $S: \begin{cases} x + y + z = m \\ 2x + 3z = 2m + 1 \\ x + 3y + (m - 2)z = m - 1 \end{cases}$  donde  $m$

es un parámetro real. Obtener razonadamente:

- Todas las soluciones del sistema  $S$  cuando  $m=2$ .
- Todos los valores de  $m$  para los que el sistema  $S$  tiene una solución única.
- El valor de  $m$  para que el sistema  $S$  admita la solución  $(x, y, z) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right)$ .

**Problema 2.** En el espacio se dan las rectas:  $r: \begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$

Obtener razonadamente:

- Un punto y un vector director de cada recta.
- La posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ .
- La ecuación del plano que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .

**Problema 3.** Sea  $f$  la función definida por  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$ . Obtener razona-

damente:

- El dominio y las asíntotas de la función  $f(x)$ .
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x)$ .
- La integral  $\int f(x)dx = \int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$ .

**OPCIÓN B**

**Problema 1.** Se da la matriz  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & m & 0 \\ 2 & 1 & m^2 - 1 \end{pmatrix}$ , donde  $m$  es un parámetro real.

- Obtener razonadamente el rango o característica de la matriz  $A$  en función de los valores de  $m$ .
- Explicar por qué es invertible la matriz  $A$  cuando  $m=1$ .
- Obtener razonadamente la matriz inversa  $A^{-1}$  de  $A$  cuando  $m=1$ , indicando los distintos pasos para la obtención de  $A^{-1}$ . Comprobar que los productos  $AA^{-1}$  y  $A^{-1}A$  dan la matriz unidad.

**Problema 2.** En el espacio se dan las rectas  $r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 3 \end{cases}$  y  $s: x - 1 = y = z - 3$ .

Obtener razonadamente.

- Un vector director de cada una de las rectas  $r$  y  $s$ .
- La ecuación del plano perpendicular a la recta  $r$  que pasa por el punto  $(0,1,3)$ .
- El punto de intersección de las rectas  $r$  y  $s$  y la ecuación del plano  $\pi$  que contiene a estas rectas  $r$  y  $s$ .

**Problema 3.** Se desea construir un campo rectangular con vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  de manera que:

Los vértices  $A$  y  $B$  sean puntos del arco de la parábola  $y = 4 - x^2$   $-2 \leq x \leq 2$  y el segmento de extremos  $A$  y  $B$  es horizontal.

Los vértices  $C$  y  $D$  sean puntos del arco de la parábola  $y = x^2 - 16$   $-4 \leq x \leq 4$  y el segmento de extremos  $C$  y  $D$  es horizontal.

Los puntos  $A$  y  $C$  deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real positivo  $x$ .

Los puntos  $B$  y  $D$  deben tener la misma abscisa, cuyo valor es el número real negativo  $-x$ .

Se pide obtener razonadamente:

- La expresión  $S(x)$  del área del campo rectangular en función del número real positivo  $x$ .
- El número real positivo  $x$  para el que el área  $S(x)$  es máxima.
- El valor del área máxima.