

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	Septiembre de 2010

OPCIÓN A

Problema 1. Dado el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} \alpha x + \alpha^3 y + z = 1 \\ \alpha x + \alpha y + z = 1 \\ \alpha^3 x + \alpha y + z = 1 \end{cases}$$
 donde α es

un parámetro real, se pide:

- Deducir, razonadamente, para qué valores de α es compatible determinado.
- Deducir, razonadamente, para que valores de α es compatible indeterminado.
- Resolver el sistema en todos los casos en que es compatible indeterminado.

Problema 2. Se pide obtener razonadamente:

- La ecuación del plano π que pasa por los puntos $O = (0,0,0)$, $A = (6,-3,0)$ y $B = (3,0,1)$.
- La ecuación de la recta r que pasa por el punto $P = (8,7,-2)$ y es perpendicular al plano π .
- El punto Q del plano π cuya distancia al punto P es menor que la distancia de cualquier otro punto del plano π al punto P .

Problema 3. Dadas las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 2x^2 - x$, se pide:

- Obtener razonadamente los puntos de intersección A y B de las curvas $y = x^3$ e $y = 2x^2 - x$.
- Demostrar que $f(x) \geq g(x)$ cuando $x \geq 0$.
- Calcular razonadamente el área de la superficie limitada por las dos curvas entre los puntos A y B .

OPCIÓN B

Problema 1. Dadas las matrices $A(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ y $B(y) = \begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, se

pide:

- Obtener razonadamente el valor de x para que la matriz $A(x)$ sea 6.
- Calcular razonadamente el determinante de la matriz $2 \cdot A(x)$.
- Demostrar que la matriz $B(y)$ no tiene matriz inversa para ningún valor real de y .

Problema 2. Dadas las rectas r y s de ecuaciones:

$r: \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z-4$ y $s: x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$, se pide calcular razonadamente:

- Las coordenadas del punto P de intersección de las rectas r y s .
- El ángulo que forman las rectas r y s .
- La ecuación implícita del plano π que contiene a las rectas r y s .

Problema 3. Dos elementos de un escudo son una circunferencia y un triángulo.

La circunferencia tiene centro $(0,0)$ y radio 5. Uno de los vértices del triángulo es el punto $A = (-5,0)$. Los otros dos vértices del triángulo son los puntos de la circunferencia $B = (x,y)$ y $C = (x,-y)$. Se pide obtener razonadamente:

- El área del triángulo en función de x .
- Los vértices B y C para los que es máxima el área del triángulo.
- El valor máximo del área del triángulo.