

<b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b>	
<b>ENUNCIADOS</b>	<b>Junio de 2010</b>

**OPCIÓN A**

**Problema 1.** Dadas las matrices cuadradas  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ -3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

se pide:

- a) Calcular las matrices  $(A - I)^2$  y  $A(A - 2I)$ .
- b) Justificar razonadamente que
  - b.1) Existen las matrices inversas de las matrices  $A$  y  $A - 2I$ .
  - b.2) No existe matriz inversa de la matriz  $A - I$ .
- c) Determinar el valor del parámetro real  $\lambda$  para el que se verifica  $A^{-1} = \lambda(A - 2I)$ .

**Problema 2.** Dadas las rectas de ecuaciones:

$$r \equiv \begin{cases} 5x + y - z = 4 \\ 2x - 2y - z = -5 \end{cases} \text{ y } s \equiv \begin{cases} x - y = -5 \\ z = 4 \end{cases}, \text{ se pide:}$$

- a) Justificar que las rectas  $r$  y  $s$  se cruzan.
- b) Calcular razonadamente la distancia entre las rectas  $r$  y  $s$ .
- c) Determinar la ecuación del plano  $\pi$  que es paralelo y equidistante a las rectas  $r$  y  $s$ .

**Problema 3.** Se quiere construir un estadio vallado de 10000 metros cuadrados de superficie. El estadio está formado por un rectángulo de base  $x$  y dos semicírculos exteriores de diámetro  $x$ , de manera que cada lado horizontal del rectángulo es diámetro de uno de los semicírculos. El precio de un metro de valla para los lados verticales del rectángulo es de 1 euro y el precio de un metro de valla para las semicircunferencias es de 2 euros. Se pide obtener razonadamente:

- a) La longitud del perímetro del campo en función de  $x$ .
- b) El coste  $f(x)$  de la valla en función de  $x$ .
- c) El valor de  $x$  para el que el coste de la valla es mínimo.

**OPCIÓN B**

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones lineales que depende de los parámetros

$$a, b \text{ y } c: \begin{cases} 2ax + by + z = 3c \\ 3x - 2by - 2cz = a \\ 5ax - 2y + cz = -4b \end{cases}, \text{ se pide:}$$

- Justificar razonadamente que para los valores de los parámetros  $a = 0$ ,  $b = -1$  y  $c = 2$  el sistema es incompatible.
- Determinar razonadamente los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ , para los que se verifica que  $(x, y, z) = (1, 2, 3)$  es solución del sistema.
- Justificar si la solución  $(x, y, z) = (1, 2, 3)$  del sistema del apartado b) es o no, única.

**Problema 2.** Sea  $r$  la recta de vector director  $(2, -1, 1)$  que pasa por el punto  $P = (0, 3, -1)$ . Se pide:

- Obtener razonadamente la distancia del punto  $A = (0, 1, 0)$  a la recta  $r$ .
- Calcular razonadamente el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos  $P$  y  $A$  con la recta  $r$  en el punto  $P$ .
- Si  $Q$  es el punto donde la recta  $r$  corta al plano de ecuación  $z = 0$ , comprobar que el triángulo de vértices  $APQ$  tiene ángulos iguales en los vértices  $P$  y  $Q$ .

**Problema 3.** Dada la función polinómica  $f(x) = 4 - x^2$ , se pide obtener razonadamente:

- La gráfica de la curva  $y = 4 - x^2$ .
- El punto  $P$  de esa curva cuya tangente es perpendicular a la recta de ecuación  $x + y = 0$ .
- Las rectas que pasan por el punto  $(-2, 1)$  y son tangentes a la curva  $y = 4 - x^2$ , obteniendo los puntos de tangencia.