

|   |                           |
|---|---------------------------|
| <b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b> |                           |
| <b>ENUNCIADOS</b>   | <b>Septiembre de 2009</b> |

**Bloque 1: ÁLGEBRA LINEAL**

**P.1.1.** Dada la matriz  $A(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \alpha - 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ \alpha & \alpha & -6 \end{pmatrix}$ , se pide:

- Calcular, en función de  $\alpha$ , el determinante de la matriz  $A(\alpha)$ , escribiendo los cálculos necesarios.
- Determinar, razonadamente, los números reales  $\alpha$  para los que el determinante de la matriz inversa de  $A(\alpha)$  es igual a  $1/66$ .

**P.1.2.** Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 0 \\ 5x + 7y + \alpha z = 0 \end{cases}$$
, se pide:

- Deducir, razonadamente, para qué valores de  $\alpha$  el sistema sólo admite la solución  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ .
- Resolver, razonadamente, el sistema para el valor de  $\alpha$  que lo hace indeterminado.

**Bloque 2: GEOMETRÍA**

**P.2.1.** Dados los puntos se  $P = (3, -1, 4)$  y  $Q = (1, 0, -1)$ , y el plano  $\pi$  de ecuación  $\pi: x - 2y + 2z + 5 = 0$ , se pide calcular razonadamente:

- La ecuación de la recta  $r$  que pasa por el punto  $P$  y es perpendicular al plano  $\pi$ .
- La ecuación de los planos que pasan por el punto  $P$  y son perpendiculares al plano  $\pi$ .
- La ecuación del plano  $\pi'$  que pasa por los puntos  $P$  y  $Q$  y es perpendicular al plano  $\pi$ .

**P.2.2.** Sea  $\pi$  el plano de ecuación  $\pi: 3x + 2y + 4z - 12 = 0$ . Calcular razonadamente:

- Las ecuaciones de los dos planos paralelos a  $\pi$  que distan 5 unidades de  $\pi$ .
- Los tres puntos  $A, B$  y  $C$ , intersección del plano  $\pi$  con cada uno de los tres ejes coordenados.
- Los tres ángulos del triángulo  $ABC$ .

**Bloque 3: ANÁLISIS**

**P.3.1.** Se consideran las funciones  $f(x) = 2x^2 + 12x - 6$  y  $g(x) = (x-2)(x^2 + 2)$ . Se pide obtener razonadamente:

- a) Las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función  $\frac{f(x)}{g(x)}$ .
- b) La función  $H(x) = \int \frac{f(x)}{g(x)}$  que cumple  $H(3) = \frac{\pi}{3}$ .

**P.3.2.** dada la función real  $f(x) = \frac{8}{1+x^2}$ , se pide calcular razonadamente:

- a) Las derivadas primera y segunda de la función  $f(x)$ .
- b) Los puntos de inflexión de la curva  $y = f(x)$ .
- c) La pendiente máxima de las rectas tangentes a la curva  $y = f(x)$ .

**Bloque 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**P.4.1.** A las 7 de la mañana, una lancha  $A$  está situada a 150 km al este de otra lancha  $B$ . la lancha  $A$  navega hacia el oeste a una velocidad constante de 40 km/h y la lancha  $B$  se dirige hacia el norte a 30 km/h. Si se mantienen estos rumbos, averiguar razonadamente a qué hora estarán ambas lanchas a distancia mínima.

**P.4.2.** Una lámina metálica rectangular se dilata uniformemente por calentamiento, aumentando su base y su altura 0,2 MM POR MINUTO. Averiguar la velocidad de crecimiento de la diagonal de dicha lámina cuando la abse y la altura de la lámina miden, respectivamente, 8 y 6 cm..