Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones del ejercicio A	**Septiembre de 2008**

Bloque 1: ÁLGEBRA LINEAL

P.1.1. a) b) y c) Si $\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=k\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ se obtiene el sistema: $\begin{cases}x-y=kx\\ 2x+4y=ky\end{cases}$. y ordenando los términos, se obtiene el sistema homogéneo $\begin{cases}(1-k)x-y=0\\ 2x+(4-k)y=0\end{cases}$ que tiene como determinante del sistema: $\begin{vmatrix}1-k & -1\\ 2 & 4-k\end{vmatrix}=(k-2)(k-3)$.

Por tanto el sistema es indeterminado para $k=2$ con solución $\begin{pmatrix}k\\ -k\end{pmatrix}$ y para $k=3$ con solución $\begin{pmatrix}k\\ -2k\end{pmatrix}$ y determinado para $k=0$ con solución $\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$.

P.1.2. a) y b) Los determinantes: $\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -1 & 2\\ 3 & \alpha & 1\end{vmatrix}=\alpha$ y $\begin{vmatrix}1 & 1 & \alpha+3\\ 2 & -1 & \alpha+1\\ 3 & \alpha & 1\end{vmatrix}=\alpha(\alpha+11)$, permiten la siguiente discusión: $\begin{cases}\alpha=0 & r(A)=r(B)=2 \quad SCI\\ \alpha\neq 0 & r(A)=r(B)=3 \quad SCD\end{cases}$

c) El sistema queda reducido a $\begin{cases}x+y+z=3\\ 2x-y+2z=1\end{cases}$, es decir $\begin{cases}x+y=3-z\\ 2x-y=1-2z\end{cases}$ que tiene de solución $\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{3}z,\frac{5}{3}-\frac{1}{3}z,z\right)$.

Bloque 2: GEOMETRÍA

P.2.1. a) Al ser perperndiculares sus vectores normales $(1,1,1)\cdot(1,1,-\alpha)=0$ y $\alpha=2$.

Como: $\begin{cases}y+z=3-x\\ y-2z=-x\end{cases}$ resolviendo el sistema se obtiene: $\begin{cases}x=t\\ y=2-t\\ z=1\end{cases}$

b) Como el vector de la recta y el vector normal del plano son paralelos: $\frac{1}{1}=\frac{1}{1}=\frac{1}{-\alpha}$ y $\alpha=-1$.

Los planos son: $\begin{cases}x+y+z-3=0\\ x+y+z=0\end{cases}$ y la distancia pedida es $d(\pi,\pi')=\frac{|-3|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$.

P.2.2. a) La recta pasa por el origen y tiene de vector $(1,1,1)$, por tanto su ecuación es: $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}=t$.

b) Esta recta intersecta al plano en el punto *M*: $t+t+t=6$, $t=2$ y $M(2,2,2)$. Por tanto el punto simétrico es: $P'(4,4,4)$.

c) El plano pedido pasa por el origen, al pasar por el eje *X* y tiene de vectores dirección el del eje *X*: *(1,0,0)* y el de la recta *r*: *(1,1,1)*. Por tanto la ecuación del plano pedido es: $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$ que es $-y+z=0$.

Bloque 3: ANÁLISIS

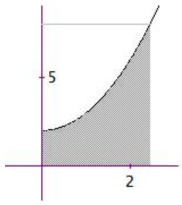
P.3.1. a) $\int_1^{x+1} f(t)dt=\int_1^{x+1}(at+b)dt=\frac{at^2}{2}+bt\Big|_1^{x+1}=\frac{ax^2}{2}+(a+b)x$.

b) $F(x)=\frac{a}{2}x^3+(a+b)x^2$ y por tanto: $F'(x)=\frac{3a}{2}x^2+2(a+b)x$. $a=-b$.

c) $F''(x)=3ax+2(a+b)$ y por tanto: $F''(0)=2(a+b)=0$ implica que

P. 3.2. a) $\int_0^{\sqrt{6}}(x^2+\alpha)dx=\frac{x^3}{3}+\alpha x\Big|_0^{\sqrt{6}}=(2+\alpha)\sqrt{6}$.

b) $(2+\alpha)\sqrt{6}=\frac{1}{2}\sqrt{6}(6+\alpha)$ y por tanto $\alpha=2$.



Bloque 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

P.4.1. a) El punto *M* tiene de coordenadas $M(1,2t)$.

b) La pendiente de la recta que une ese punto con el origen es $m(t)=2t$.

c) La derivada es $m'(t)=2$.

P. 4.2. a) Consideramos la semicircunferencia con centro en el origen. Si la base es *x* entonces, por Pitágoras, la altura es $\sqrt{50-(x/2)^2}$.

El área será $A(x)=x\sqrt{50-x^2/4}=\frac{1}{2}\sqrt{200x^2-x^4}$.

b) Si la derivada $A'(x)=\frac{400x-x^3}{4\sqrt{200x^2-x^4}}=0$, se tiene como valor válido $x=10$.

Como $A'_-(10)>0$ y $A'_+(10)<0$ se obtiene un máximo que corresponde a un rectángulo de 10 cm de base y 5 cm de altura.