Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	**Septiembre de 2007**

Bloque 1: ÁLGEBRA LINEAL

P.1.1. Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} 6x+3y+2z=5 \\ 3x+4y+6z=3 \\ x+3y+2z=\alpha \end{cases}$, se pide:

a) Justificar que para cualquier valor del parámetro real α, el sistema tiene solución única.

b) Hallar la solución del sistema en función del parámetro α.

c) Determinar el valor de α para que la solución (x,y,z) del sistema satisface $x+y+z=1$.

P.1.2. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $X=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, se pide:

a) Obtener razonadamente todos los valores de α para los que $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ es la única solución de la ecuación matricial $AX=\alpha X$.

b) Resolver la ecuación matricial $AX=2X$.

Bloque 2: GEOMETRÍA

P.2.1. Dado el plano $\pi: 2x+y+3z-1=0$ y el punto $Q(2,1,3)$, se pide calcular:

a) La distancia del punto *Q* al plano π.

b) El área del triángulo Δ cuyos vértices P_1, P_2 y P_3 son los puntos de intersección del plano π con los ejes coordenados.

c) El volumen del tetraedro de vértices P_1, P_2, P_3 y *Q*.

P.2.2. Dados los planos de ecuaciones $\pi_1: x+2y+z+3=0$; $\pi_2: 2x+y-z-6=0$

a) Calcular el ángulo α que forman los planos π_1 y π_2.

b) Calcular la ecuación paramétrica de la recta *r*, intersección de los planos π_1 y π_2.

c) Comprobar que el plano π de ecuación $x+y-1=0$ es el plano bisector de π_1 y π_2, es decir, π forma un ángulo $\alpha/2$ con cada uno de los planos π_1 y π_2, donde α es el ángulo obtenido en el apartado a).

Bloque 3: ANÁLISIS

P.3.1. Dadas las funciones reales $f(x)=4x^2+2x+10$ y $g(x)=x^3+x^2+5x+5$. Se pide:

a) Determinar las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función $\dfrac{f(x)}{g(x)}$.

b) Calcular la función $H(x)=\int \dfrac{f(x)}{g(x)}dx$ que cumple $H(0)=0$.

P.3.2. Sea la función con dominio los números reales no nulos $f(x)=\dfrac{4}{x}$.

a) Calcular la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica $f(x)$ en el punto de abscisa $x=2$.

b) Determinar los puntos *M* y *N* de la gráfica de $f(x)$ para los que las rectas tangentes a la gráfica en *M* y *N* se cortan en el punto $(4,-8)$.

Bloque 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

P.4.1. Se tienen dos programas informáticos *A* y *B*. Para procesar *n* datos, el programa *A* realiza un número de operaciones elementales no superior a $12+n\sqrt[4]{n^3}$, mientras el programa *B* ejecuta $n^2-2n+10$ operaciones elementales. Comprobar que cuando el número *n* de datos es grande, el programa *A* procesa los *n* datos con menos operaciones elementales que el programa *B*.

P.4.2. El borde de un estanque está formado por el arco de curva $y=4-x^2$ de extremos $(-2,0)$ y $(2,0)$ y el segmento rectilíneo que une estos dos puntos. Un surtidor está situado en el punto de coordenadas $(0,2)$. Se pide:

a) Determinar, razonadamente, el punto del segmento rectilíneo del borde del estanque que está más próximo al surtidor.

b) Determinar, razonadamente, los puntos del arco de curva del borde del estanque que están más próximos al surtidor.

c) ¿Cuáles son los puntos del borde del estanque más próximos al surtidor?