

<b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b>	
<b>ENUNCIADOS</b>	<b>Junio de 2007</b>

**Bloque 1: ÁLGEBRA LINEAL**

**P.1.1.** Dadas las matrices  $B(x) = \begin{pmatrix} x+2 & 4 & 6 \\ 2x+3 & 3 & 6 \\ 4x+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$  y  $C(y) = \begin{pmatrix} 3y+5 & 7 & 12 \\ 2y+3 & 3 & 6 \\ 3y+4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ :

- a) Calcular el determinante de la matriz  $3B(x)$  y obtener el valor de  $x$  para que dicho determinante valga 162.
- b) Demostrar que la matriz  $C(y)$  no tiene inversa para ningún valor real de  $y$ .

**P.1.2.** Dado el sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} x + \alpha y + z = 9 \\ 3x + 5y + z = 9 \\ \alpha x + y + z = 9 \end{cases}$ . Se pide:

- a) Probar que es siempre compatible, obteniendo los valores de  $\alpha$  para los que es indeterminado.
- b) Resolver el sistema anterior para  $\alpha = 7$ .

**Bloque 2: GEOMETRÍA**

**P.2.1.** Dadas las rectas  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{s}$ , que se cortan, de ecuaciones

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{2y-1}{-6} = \frac{2z-3}{6} \quad \text{y} \quad s: \frac{x-3}{-2} = \frac{2y+3}{2} = \frac{z-1}{4}, \text{ se pide calcular:}$$

- a) El punto  $P$  de corte de las rectas  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{s}$ .
- b) Un vector direccional de  $\mathbf{r}$  y otro de  $\mathbf{s}$ , y el ángulo  $\alpha$  que forman las rectas  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{s}$  en el punto de corte  $P$ .
- c) La ecuación implícita  $ax + by + cz + d = 0$  del plano  $\pi$  que contiene a las rectas  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{s}$ .

**P.2.2.** Dados el punto  $Q = (3, -1, 4)$  y la recta  $\mathbf{r}$  de ecuación paramétrica

$$r: x = -2 + 3\lambda, \quad y = -2\lambda, \quad z = 1 + 4\lambda, \text{ se pide:}$$

- a) Hallar la distancia del punto  $Q$  a la recta  $\mathbf{r}$ .
- b) Justificar que la recta  $\mathbf{s}$  que pasa por  $Q$  y tiene a  $(1, -1, 1)$  como vector direccional, no corta a  $\mathbf{r}$ .
- c) Calcular la distancia entre las rectas  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{s}$

**Bloque 3: ANÁLISIS**

**P.3.1.** Se consideran las funciones reales  $f(x) = 12x^3 - 8x^2 + 9x - 5$  y  $g(x) = 6x^2 - 7x + 2$ . Se pide:

a) Determinar las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función  $\frac{f(x)}{g(x)}$ .

b) Calcular la función  $H(x) = \int \frac{f(x)}{g(x)} dx$  que cumple  $H(1) = 1$ .

**P.3.2.** Se considera la función real  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son parámetros reales.

a) Averiguar los valores de  $a$  y  $b$  para los que las rectas tangentes a la gráfica de  $f(x)$  en los puntos de abscisas  $x = 2$  y  $x = 4$  son paralelas al eje OX.

b) Con los valores de  $a$  y  $b$  hallados anteriormente, obtener el valor de  $c$  para el que se cumple que el punto de inflexión de la gráfica de  $f(x)$  está en el eje OX.

**Bloque 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

**P.4.1.** Unos altos hornos producen al día  $x$  toneladas de acero de baja calidad y  $\frac{40-5x}{10-x}$  toneladas de acero de alta calidad, siendo 8 toneladas la producción máxima diaria de baja calidad. Si el precio de una tonelada de acero de baja calidad es 100 euros y el precio de una tonelada de acero de alta calidad es 250 euros, demostrar que se deben producir 5 toneladas por día de acero baja calidad para que el valor de venta de la producción diaria sea máxima.

**P.4.2.** Hallar las dimensiones del cartel de área máxima con forma de rectángulo que tiene dos vértices sujetos a una estructura rígida parabólica de ecuación  $y = 12 - x^2$  y los otros dos vértices están situados sobre el eje OX.