

<b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b>	
<b>EJERCICIO A</b>	<b>Junio de 2006</b>

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = \alpha \\ 2x + 6y - 11z = 2 \\ x - 2y + 7z = 1 \end{cases}$$
 se pide:

- Determinar el valor de  $\alpha$  para que el sistema sea compatible.
- Para este valor  $\alpha$ , calcular el conjunto de soluciones del sistema.
- Explicar la posición relativa de los tres planos definidos por cada una de las tres ecuaciones del sistema, en función de los valores de  $\alpha$ .

**Problema 2.** En el espacio se consideran:

- La recta  $r$  intersección de los planos de ecuaciones implícitas:  $x + y - z = 5$  y  $2x + y - 2z = 2$ .
- Y la recta  $s$  que pasa por los puntos  $P = (3,10,5)$  y  $Q = (5,12,6)$ . Se pide:
  - Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  y de la recta  $s$ .
  - Calcular el punto  $H$  intersección de  $r$  y  $s$  y el ángulo  $\alpha$ , que determinan  $r$  y  $s$ .
  - Calcular los puntos  $M$  y  $N$  de la recta  $r$  para los cuales el área de cada uno de los triángulos de vértices  $PQM$  y  $PQN$  es 3 unidades de área.

**Problema 3.** a) Dibuja razonadamente la gráfica de la función  $g(x) = x^2 - 4$ , cuando  $-1 \leq x \leq 4$ .

- Obtener razonadamente los valores máximo y mínimo absolutos de la función  $f(x) = |x^2 - 4|$  en el intervalo  $[-1,4]$ .
- Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación  $y = f(x)$  y las rectas  $x = -1$ ,  $x = 4$  y  $y = 0$ .

**Problema 4.** Una persona camina a velocidad constante de  $3 \text{ m/s}$  y se aleja horizontalmente en línea recta de la base de una farola cuyo foco luminoso se encuentra a  $10 \text{ m}$  de altura. Sabiendo que la persona mide  $1,70 \text{ m}$ , calcular:

- La longitud de la sombra cuando la persona se encuentra a  $5 \text{ m}$  de la base de la farola.
- La velocidad de crecimiento de la sombra a los  $t$  segundos de comenzar a caminar.

<b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b>	
<b>EJERCICIO B</b>	<b>Junio de 2006</b>

**Problema 1.** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  y  $T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Probar que la matriz  $T$ , tiene inversa  $T^{-1}$ , y calcular dicha matriz inversa.
- Dada la ecuación con matriz incógnita  $B$ ,  $A = T^{-1}BT$ , calcular el determinante de  $B$ .
- Obtener los elementos de la matriz  $B$ .

**Problema 2** Dados los puntos  $A = (4, -4, 9)$ ,  $B = (2, 0, 5)$ ,  $C = (4, 2, 6)$ ,  $L = (1, 1, 4)$ ,  $M = (0, 2, 3)$  y  $N = (3, 0, 5)$ , se pide:

- Calcular la distancia  $d$  del punto  $C$  al punto medio del segmento de extremos  $A$ ,  $B$  y el área  $S$  del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .
- Calcular las ecuaciones implícitas del plano  $\pi$  que pasa por los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y del plano  $\pi'$  que pasa por los puntos  $L$ ,  $M$ ,  $N$ .
- Calcular la ecuación paramétrica de la recta  $r$  intersección de los planos  $\pi$  y  $\pi'$  y el ángulo  $\alpha$  que determinan los planos  $\pi$  y  $\pi'$ .

**Problema 3.** Dada la función  $f(x) = \ln x$  en el intervalo cerrado  $[1, e]$ , siendo  $e = 2,718281\dots$ :

- Razonar que hay un punto  $P$  de la gráfica  $y = \ln x$  en que la recta tangente es paralela a la recta que pasa por los puntos  $A = (1, 0)$  y  $B = (e, 1)$ .
- Obtener el punto  $P$  considerado en a).
- Calcular la pendiente de la recta tangente a  $y = \ln x$  en ese punto  $P$ .

**Problema 4.** El coste del marco de una ventana rectangular es 12,5 € por metro lineal de los lados verticales y de 8 € por metro lineal de los lados horizontales.

- Calcular razonadamente las dimensiones que ha de tener el marco de una ventana de  $1 \text{ m}^2$  de superficie para que resulte lo más económico posible.
- Calcular además el coste de este marco.