

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
EJERCICIO A	Junio de 2003

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} \lambda x + 2z = 0 \\ \lambda y - z = \lambda \\ x + 3y + z = 5 \end{cases},$$
 dependientes

del parámetro  $\lambda$ , se pide:

- Determinar para que valores de  $\lambda$  el sistema es: compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible.
- Obtener las soluciones en los casos compatible determinado y compatible indeterminado.

**Problema 2.** a) Dibujar la recta de ecuación  $y = (2/\pi)x$  y la curva de ecuación  $y = \text{sen}x$  cuando  $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ ; obtener razonadamente por cálculo integral el área limitada entre la recta y la curva.

- Calcular la integral del producto de las dos funciones consideradas en el apartado anterior, es decir,  $\int (2/\pi)x \text{sen}x dx$ , indicando los pasos realizados.

**Problema 3.** La tabla siguiente muestra las alturas (en metros) y los pesos (en kilos) de un grupo de 8 empleados de una empresa:

Altura	1,75	1,58	1,80	1,50	1,65	1,75	1,85	1,63
Peso	78	75	90	68	78	84	89	80

Las variables altura y peso están fuertemente correlacionadas, siendo su coeficiente de correlación 0,9197.

- Estimar, mediante regresión lineal, el peso de un empleado que mida 1,72 metros.
- Estimar, mediante regresión lineal, la altura de un empleado que pese 80 kilos.

**Problema 4.** Sean  $r$  y  $r'$  las rectas del espacio  $R^3$ , determinadas del modo siguiente:  $r$  pasa por los puntos  $A=(3,6,7)$  y  $B=(7,8,3)$  y  $r'$  es la recta intersección de los planos de ecuaciones  $x - 4y - z = -10$  y  $3x - 4y + z = -2$ . Se pide:

- a) Calcular de cada una de las rectas  $r$  y  $r'$  una ecuación paramétrica y determinar la posición relativa de ambas.
- b) Calcular la distancia  $d$  entre las rectas  $r$  y  $r'$ .
- c) Calcular el área del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , siendo  $C$  un punto cualquiera de la recta  $r'$ .

<b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b>	
<b>EJERCICIO B</b>	<b>Junio de 2003</b>

**Problema 1.** a) Calcular las matrices reales cuadradas de orden 3,  $X$  e  $Y$ , que satisfacen las ecuaciones siguientes:

$$\begin{cases} 2X + Y = B \\ X - 2Y = C \end{cases} \text{ donde } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Si  $X$  e  $Y$  son las matrices anteriores, calcular la matriz  $(2X + Y)X - (2X + Y)(2Y)$ .

**Problema 2.** Sea  $T$  un triángulo de perímetro 60 cm. Uno de los lados del triángulo  $T$  mide  $x$  cm y los otros dos lados tienen la misma longitud.

a) Deducir razonadamente las expresiones de las funciones  $A$  y  $f$  tales que:

$$A(x) = \text{Área del triángulo } T \quad f(x) = \{A(x)\}^2$$

Indicar además entre qué valores puede variar  $x$ .

b) Obtener, razonadamente, el valor de  $x$  para que  $f(x)$  alcanza el valor máximo.

**Problema 3.** Un dado, cuyas caras están numeradas del 1 al 6 se lanza cinco veces. Se pide la probabilidad de que el número 3 salga:

a) Exactamente dos veces      b) Una vez a lo sumo      c) Más de dos veces

**Problema 4.** Sean  $r$  la recta y  $\pi$  el plano de  $R^3$ , determinados del siguiente modo:  $r$  pasa por los puntos  $(2,2,4)$  y  $(-1,2,1)$  y  $\pi$  pasa por los puntos  $(1,0,1)$ ,  $(1,-1,0)$  y  $(3,0,0)$ . Se pide:

- Probar que la recta  $r$  no es paralela a  $\pi$ .
- Calcular el punto  $P$  intersección de  $r$  y  $\pi$  y el ángulo que forman la recta  $r$  y el plano  $\pi$ .
- Determinar los puntos  $S$  y  $T$  de la recta  $r$  que cumplen que su distancia a  $P$  sea 4.