

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones del ejercicio A	Junio de 2002

Problema 1. i) El determinante de A es: $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 10x - 8y + 2z$ y el determi-

nante de B es: $\begin{vmatrix} 2 & x & 1 \\ 1 & y & -1 \\ 2 & z & -1 \end{vmatrix} = -x - 4y + 3z$.

ii) El determinante valdrá el producto de las expresiones anteriores para $x=y=z=1$,
 $|A \cdot B| = 4 \cdot (-2) = -8$.

iii) Resolviendo el sistema $\begin{cases} 10x - 8y + 2z = 0 \\ -x - 4y + 3z = 0 \end{cases}$ se obtiene de solución: $(x, 2x, 3x)$ que

es indeterminado. Por tanto hay infinitas ternas del tipo $x(1, 2, 3)$ para las que ambas matrices no tienen inversa.

Problema 2. i) la recta tiene de vector dirección $\overline{AB} = (-1, 4, -2)$ y su ecuación pa-

ramétrica es $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

ii) Se pide el lugar geométrico de los puntos cumplen la igualdad $d(A, X) = d(B, X)$ y por tanto: $\sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2}$. Simplifican- do se obtiene el plano mediatriz del segmento que une A con B: $-2x + 8y - 4z + 9 = 0$.

iii) Calculamos la recta intersección del plano obtenido con el $2y = z$. Para ello resol-

vemos el sistema indeterminado y obtenemos la recta en paramétricas: $\begin{cases} x = 9/2 \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}$.

La distancia es $\frac{|\overline{OA} \cdot \bar{v}|}{|\bar{v}|} = \frac{\frac{9}{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{9}{2}$. Ya que $\bar{v} = (0, 1, 2)$ e $|\overline{OA} \cdot \bar{v}| = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 9/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

Problema 3.

$$a) \begin{cases} \bar{x} = 14,43 \\ \sigma_x = 4,52 \end{cases}, \begin{cases} \bar{y} = 6,57 \\ \sigma_y = 2,13 \end{cases}, \sigma_{xy} = 9,27, r = \frac{9,27}{4,52 \cdot 2,13} = 0,96$$

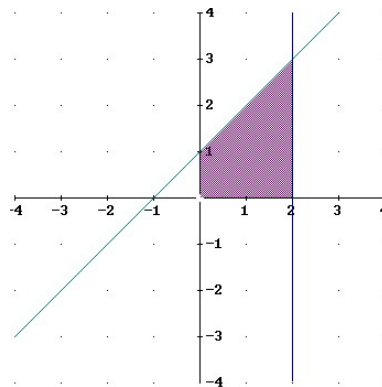
b) Indica la correlación entre ambas variables. En este caso al ser próximo a 1 indica que existe una correlación muy fuerte y además positiva, es decir, que a más horas de estudio mejor calificación en Matemáticas.

c) Utilizando la recta de regresión de "y sobre x": $y - 6,57 = \frac{9,27}{4,52^2}(x - 14,43)$ y sus-

tituyendo $x=20$ se obtiene como calificación esperada $y(20)=9,1$.

Problema 4. $\int_0^{a-1} (x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x \Big|_0^{a-1} = \frac{(a-1)^2}{2} + (a-1) = \frac{9}{2}$ y se obtiene como

valor positivo $a = \sqrt{10}$. El área será $\int_0^2 (x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x \Big|_0^2 = 4$.



Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones del ejercicio B	Junio de 2002

Problema 1. i) $|M(\lambda)| = \begin{vmatrix} 4 & 3 & \lambda \\ 2 & 1 & 2 \\ \lambda & \lambda & -1 \end{vmatrix} = \lambda^2 - 2\lambda + 2 \neq 0$ para todo $\lambda \in R$ y por tanto

siempre tiene matriz inversa.

ii) Como $A_{11}=-1, A_{12}=2, A_{13}=0, A_{21}=3, A_{22}=-4, A_{23}=0, A_{31}=6, A_{32}=-8$ y $A_{33}=-2$

y $|M(0)| = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 2$ se tiene que $M(0)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 2 & -4 & -8 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

iii) $|AB^{-1}C^{-1}| = \frac{|A|}{|B| \cdot |C|} = \frac{|M(8)|}{|M(0)| \cdot |M(3)|} = \frac{50}{10 \cdot 5} = 1$, pues $|A \cdot A^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}| = |I| = 1$.

Problema 2. i) Ponemos la recta $\begin{cases} 2x + y - z + 5 = 0 \\ 4x + 4y - z + 9 = 0 \end{cases}$ en forma paramétrica:

$(x, y, z) = \left(-\frac{11}{4}, -\frac{1}{2}, 0\right) + t\left(\frac{3}{4}, \frac{-1}{2}, 1\right)$ si $t=1$ se obtiene el punto $Q(-2, 0, 1)$ y como vec-

tor dirección tomamos $\vec{v} = (3, -2, 4)$. La distancia de la recta al punto P es

$$d(P, r) = \frac{|\overrightarrow{PQ} \cdot \vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{\begin{vmatrix} i & j & k \\ 5 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2}} = \frac{\sqrt{174}}{\sqrt{29}} = \sqrt{6}$$

ii) Para hallar el plano tomamos el punto P y los vectores \overrightarrow{PQ} y \vec{v} :

$$\begin{vmatrix} x+2 & y & z-1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 2x - 11y - 7z + 11 = 0.$$

Problema 3. Derivando y simplificando la función $y = \operatorname{arcsen} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$,

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2}} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2} - x \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} 2x}{(\sqrt{1+x^2})^2} = \frac{1}{1+x^2}. \text{ Si derivamos y simplificamos}$$

$$\text{la función } y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, y' = -\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)^2}} \cdot \frac{-\frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} 2x}{(\sqrt{1+x^2})^2} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Al obtener la misma derivada ambas funciones se diferencian en una constante.

Problema 4. Se trata de una binomial $B(3;0,2)$.

$$\text{i) } p(x=3) = \binom{3}{3} 0,2^3 0,8^0 = 0,008$$

$$\text{ii) } p(x=0) = \binom{3}{0} 0,2^0 0,8^3 = 0,512$$

$$\text{iii) } p(x=1) = \binom{3}{1} 0,2^1 0,8^2 = 0,384$$