



Universidad de Castilla La Mancha – Junio – 2013

Opción A

Problema 1.- Una onda transversal se propaga por una cuerda tensa fija por sus extremos con una velocidad de 80 m/s, y al reflejarse se forma el cuarto armónico de una onda estacionaria cuya ecuación es $y = 0.12 \text{ sen}(kx) \cos(\omega t)$ (todas las magnitudes expresadas en el Sistema Internacional).

- Si la longitud de la cuerda tensa es 4 m, calcular los valores de los parámetros k (número de ondas), ω (frecuencia angular) y expresar su frecuencia en hercios.
- ¿Cuál es la máxima elongación de un punto de la cuerda situado a 0.5 m de un extremo? ¿Cuál es la máxima aceleración que experimenta ese punto de la cuerda?
- ¿Qué frecuencia debería tener la onda transversal que se propaga por la cuerda a 80 m/s para que se formase el segundo armónico en lugar del cuarto? Explíquese brevemente.

Se trata de una onda estacionaria:

$$\left. \begin{array}{l} L = 4 \text{ m} \\ n = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \cdot 4}{4} \rightarrow \lambda = 2 \text{ m} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} \rightarrow k = \pi \text{ m}^{-1}$$

$$v = 80 \text{ m/s} \rightarrow \omega = v \cdot k = 80 \cdot \pi \rightarrow \omega = 80\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{80\pi}{2\pi} \rightarrow f = 40 \text{ s}^{-1} = 40 \text{ Hz}$$

$$y(x, t) = 0.12 \text{ sen}(\pi x) \cdot \cos(80\pi t)$$

La máxima elongación se obtendrá cuando el coseno sea igual a +1:

$$y(x, t) = 0.12 \text{ sen}(\pi x) \cdot \cos(480\pi t) \rightarrow y_{\text{máx}}: \cos(480\pi t) = +1 \rightarrow y_{\text{máx}}(0.5, t) = 0.12 \text{ sen}(0.5\pi) \rightarrow y_{\text{máx}} = 0.12 \text{ m}$$

La aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo, y ésta es la derivada de la elongación con respecto al tiempo:

$$v(x, t) = \frac{dy}{dt} = -9.6\pi \text{ sen}(\pi x) \cdot \cos(480\pi t) \rightarrow a(x, t) = \frac{dv}{dt} = -768\pi^2 \text{ sen}(\pi x) \cdot \sin(480\pi t)$$

La aceleración máxima se obtendrá cuando el coseno valga +1:

$$a_{\text{máx}}(0.5, t) = -768\pi^2 \text{ sen}(\pi x) \cdot \cos(480\pi t) \rightarrow a_{\text{máx}}: \cos(480\pi t) = +1 \rightarrow a_{\text{máx}} = 7580 \text{ m/s}^2$$

En el caso del segundo armónico:

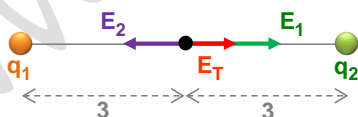
$$\left. \begin{array}{l} L = 4 \text{ m} \\ n = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \cdot 4}{2} \rightarrow \lambda = 4 \text{ m} \rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4} \rightarrow k = \frac{\pi}{2} \text{ m}^{-1} \rightarrow \omega = v \cdot k = 80 \cdot \frac{\pi}{2} \rightarrow \omega = 40\pi \text{ rad/s} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{40\pi}{2\pi} \rightarrow f = 20 \text{ Hz}$$

Problema 2.- Una carga eléctrica $q_1 = +2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ se encuentra a 6 m de otra carga q_2 que ejerce sobre ella una fuerza repulsiva de 0.025 N. Ambas cargas se encuentran fijas en sus posiciones de modo que no pueden moverse.

El valor de la constante de la ley de Coulomb es $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.

- Calcular el campo eléctrico en el punto medio del segmento que une las dos cargas. Indicar mediante un esquema su dirección y su sentido.
- Calcular la energía potencial electrostática del sistema formado por las dos cargas y el potencial en el punto medio del segmento que las une.
- Determinar el trabajo necesario para llevar hasta el punto medio del segmento que une a q_1 y q_2 una tercera carga $q_3 = +10^{-8} \text{ C}$ procedente del infinito. ¿Qué signo tiene este trabajo y cómo se interpreta?

Como nos dicen que la fuerza es repulsiva, la carga de q_2 será positiva:



El campo eléctrico total será:
 $E_T = E_1 - E_2$

Primero tenemos que calcular q_2 , mediante la Ley de Coulomb:

$$F_e = k \frac{q_1 \cdot q_2}{R^2} \rightarrow q_2 = \frac{FR^2}{kq_1} = \frac{0.025 \cdot 6^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-5}} \rightarrow q_2 = +5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Por tanto, el campo eléctrico en el punto medio:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 = k \frac{q_1}{R^2} \vec{i} - k \frac{q_2}{R^2} \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{2 \cdot 10^{-5}}{3^2} - \frac{5 \cdot 10^{-5}}{3^2} \right) \vec{i} \rightarrow \vec{E}_T = 1.5 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ N/C}$$

La energía potencial electrostática del sistema formado por las dos cargas es igual a:

$$E_p = k \frac{q_1 \cdot q_2}{R} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{6} \rightarrow E_p = 0.15 \text{ Jul}$$

El potencial en el punto medio será la suma de los potenciales debidas a las dos cargas en ese punto:

$$V_T = V_1 + V_2 = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{2 \cdot 10^{-5}}{3} + \frac{5 \cdot 10^{-5}}{3} \right) \rightarrow V_T = 75000 \text{ V}$$

El trabajo necesario para trasladar la carga desde el infinito hasta el punto medio es igual a:

$$W = -q (V_T - V_\infty) = -10^{-8} (75000 - 0) \rightarrow W = -7.5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

El signo negativo significa que el trabajo lo realiza un agente externo, ya que el potencial aumenta.

Cuestión 1.- Dos planetas describen órbitas circulares en torno a una estrella de masa muy grande en comparación con ambos planetas. El planeta más cercano está a una distancia R de la estrella y tarda un mes en completar su órbita. El planeta más lejano se encuentra a una distancia $2R$. ¿Cuánto tarda éste último en describir una órbita completa? Responder razonadamente.

Según la tercera ley de Kepler: los cubos de las distancias de los planetas a la estrella son proporcionales a los cuadrados de los periodos de revolución:

$$T^2 = k R^3 \rightarrow \begin{cases} T_1^2 = k R_1^3 \\ T_2^2 = k R_2^3 \end{cases} \rightarrow \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{k R_1^3}{k R_2^3} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{R_1^3}{R_2^3}} \rightarrow T_1 = \sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}} T_2 \rightarrow T_1 = \sqrt{\frac{(2R)^3}{R^3}} 1 \text{ mes} \rightarrow T_1 = \sqrt{2^3} \rightarrow T_1 = 2.83 \text{ meses}$$

Cuestión 2.- Un electrón (masa $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg) se mueve a una velocidad de 100 km/s. Comparar su longitud de onda de De Broglie con la de una partícula de polvo cósmico de masa $9.1 \cdot 10^{-7}$ kg que se mueva a la misma velocidad. ¿Cuál de ellas es mayor y cuántas veces mayor?

La longitud de onda de Broglie viene dada por:

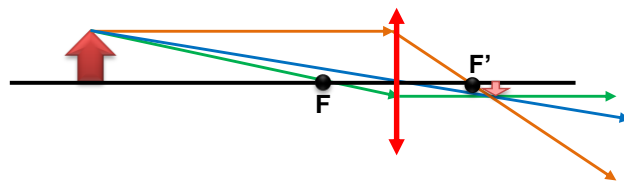
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} \rightarrow \begin{cases} \lambda_p = \frac{h}{m_p \cdot v} \\ \lambda_e = \frac{h}{m_e \cdot v} \end{cases} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_e} = \frac{\frac{h}{m_p \cdot v}}{\frac{h}{m_e \cdot v}} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_e} = \frac{m_e}{m_p} \rightarrow \frac{\lambda_p}{\lambda_e} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31}}{9.1 \cdot 10^{-7}} \rightarrow \lambda_p = 10^{-24} \lambda_e$$

Es decir, la longitud de onda de la partícula es 10^{-24} veces menor que la del electrón.

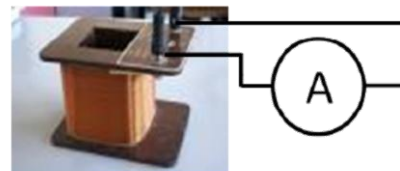
Cuestión 3.- Se utiliza una lente delgada convergente para observar un objeto, situando éste a una distancia igual a cuatro veces la distancia focal (medida desde el centro de la lente). Construir el diagrama de rayos para formación de la imagen, e indicar si ésta es mayor o menor que el objeto y si estará derecha o invertida.

Al ser una lente divergente, la imagen será derecha y estará disminuida, se forma donde se unen los rayos:

- **Rayo 1.** paralelo al eje óptico y tras ser refractado en la lente, pasa por el foco imagen de la misma.
- **Rayo 2.** pasa por el centro óptico de la lente. No sufre desviación alguna y atraviesa la lente en línea recta.
- **Rayo 3.** pasa por el foco anterior a la lente, foco objeto y tras ser refractado en la lente, emerge paralelo al eje óptico.



Cuestión Experimental.- En el laboratorio de Física se dispone de una bobina similar a la mostrada en la figura, que consta de una gran número de espiras de cobre estrechamente arrolladas. Los terminales de la bobina se conectan con un amperímetro A capaz de registrar el paso de corrientes muy pequeñas. Si se introduce un imán muy potente y se deja en reposo en el hueco de la bobina ¿pasará corriente a través del amperímetro? Explicar razonadamente.



El campo magnético del imán en reposo dentro de la bobina produce un flujo magnético a través de dicha bobina. Este flujo magnético es igual a:

$$\phi = N \cdot B \cdot S$$

Este flujo magnético es constante a través de cualquier área ya que al estar el imán en reposo, el campo magnético en cada punto es constante y no varía con el tiempo. Por tanto, la fuerza electromotriz será nula:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt} \rightarrow \varepsilon = 0$$

Al ser la derivada de una constante cero.

El que la fem sea nula significa que a lo largo del cable de la bobina, no se induce ningún campo eléctrico capaz de poner en movimiento las cargas que le dan al cobre su propiedad de buen conductor de la corriente eléctrica. Por lo que el amperímetro no registrará el paso de ninguna corriente.

Si hay un imán dentro del hueco de la bobina, el campo magnético del imán origina un flujo magnético no nulo que será mayor cuanto más potente sea el imán.



JUNIO 2013

- Si el imán está quieto, el flujo magnético será constante, independientemente de la potencia del imán, por lo que la fem será nula y las cargas libres del hilo conductor de la bobina permanecen inmóviles y, por tanto, el amperímetro no registrará lectura alguna.
- Si el imán se mueve, el flujo magnético será variable con el tiempo con lo que la fem no será nula. Por tanto, se generará una corriente eléctrica que será registrada por el amperímetro.

Opción B

Problema 1.- El planeta Venus, cuya masa es $4.87 \cdot 10^{24}$ kg, gira alrededor del Sol describiendo una órbita circular de 108 millones de kilómetros de radio.

- Si la aceleración de la gravedad en la superficie de Venus es 8.87 m s^{-2} , calcular el diámetro del planeta (en km).
- Calcular la velocidad orbital de Venus alrededor del Sol y el tiempo (en días) que tarda en dar una vuelta completa.
- Calcular qué velocidad tendría que tener el planeta Venus para escapar de la atracción gravitatoria del Sol.

Datos: Masa del Sol $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg; constante de gravitación $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

De la expresión del campo gravitatorio podemos calcular el radio del planeta y, por tanto, su diámetro:

$$g = G \frac{m}{R^2} \rightarrow R = \sqrt{\frac{G \cdot m}{g}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}}{8.87}} \rightarrow R = 6.052 \cdot 10^3 \text{ m} = 6052 \text{ km} \rightarrow d = 12103 \text{ km}$$

Para que el satélite no se salga de su órbita: $|\vec{F}_g| = |\vec{F}_c|$

$$\left. \begin{array}{l} |\vec{F}_g| = G \frac{m \cdot M}{R^2} \\ |\vec{F}_c| = m \frac{v^2}{R} \end{array} \right\} \rightarrow G \frac{m \cdot M}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{108 \cdot 10^9}} \rightarrow v = 35145 \text{ m/s}$$

Para calcular los días que tarda en dar una vuelta completa, es decir, el periodo, empleamos la expresión de la frecuencia angular en función del periodo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{v}{R}} \rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 108 \cdot 10^9}{35145} \rightarrow v = 3.07 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Para calcular la velocidad en la órbita:

$$|\vec{F}_g| = |\vec{F}_c| \rightarrow G \frac{m \cdot M}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}}{42250 \cdot 10^3}} \rightarrow T = 1.93 \cdot 10^7 \text{ s} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} = 223 \text{ días}$$

Para que Venus se escape de la fuerza de atracción gravitatoria del sol, es necesario que su energía total sea igual o mayor que cero. La velocidad mínima que cumple este requisito es la velocidad de escape, por tanto, podemos calcularla si partimos de la base de que la energía total será cero cuando:

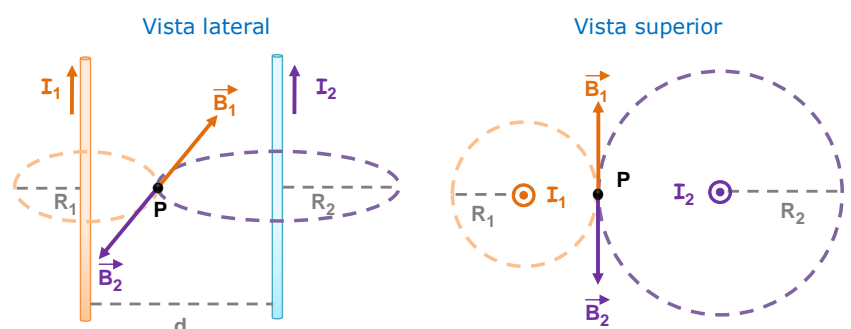
$$E_T = 0 \rightarrow E_C + E_P = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m v_e^2 + \left(-G \frac{m \cdot M}{R}\right) = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{108 \cdot 10^9}} \rightarrow v_e = 49703 \text{ m/s}$$

Problema 2.- Dos conductores rectilíneos paralelos de longitud ilimitada transportan las corrientes $I_1 = 4 \text{ A}$ e I_2 , ambas circulando en el mismo sentido. La distancia entre conductores es de 10 cm. Si el módulo del campo magnético en un punto situado entre ambos conductores a una distancia $R_1 = 2.5 \text{ cm}$ del conductor I_1 es igual a cero, se pide:

- Calcular el valor de la corriente I_2 .
- Calcular la fuerza ejercida sobre 1 m de longitud del conductor I_2 por la corriente que circula por el conductor I_1 . ¿Es atractiva o repulsiva? Hágase un esquema explicativo.
- Si las dos corrientes fuesen de sentidos contrarios, ¿tendría el campo magnético el valor cero en algún punto situado entre ambos conductores? Explicar (no hacen falta cálculos).

Dato: $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$.

En el punto P, donde el módulo del \vec{B} es nulo, tiene que cumplirse que \vec{B}_1 y \vec{B}_2 sean del mismo valor y opuestos.



El campo magnético debido a la corriente I_1 , es igual a:

$$|\vec{B}_1| = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi R_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot 2.5 \cdot 10^{-2}} \rightarrow |\vec{B}_1| = 3.2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

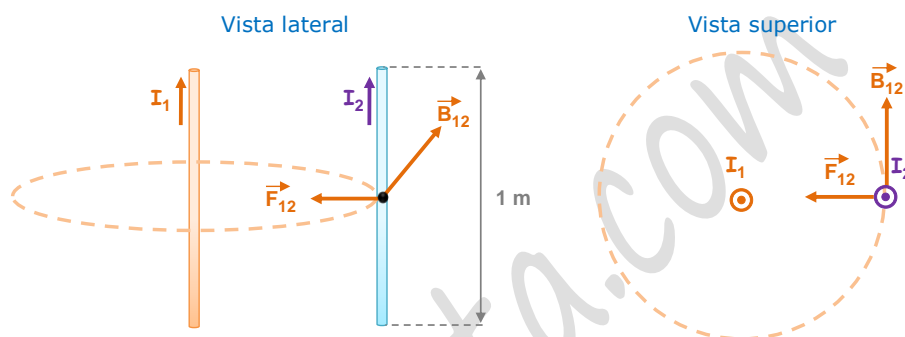
Si $|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2|$, la corriente I_2 , transportada por el conductor 2 será:

$$|\vec{B}_2| = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi R_2} \rightarrow I_2 = \frac{|\vec{B}_2| \cdot 2\pi R_2}{\mu_0} = \frac{3.2 \cdot 10^{-5} \cdot 2\pi \cdot 7.5 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7}} \rightarrow I_2 = 12 \text{ A}$$

Para poder calcular la fuerza que ejerce el conductor 1 sobre el 2, primero hay que hallar el campo magnético que la corriente que transporta el conductor 1 crea en el lugar que ocupa el conductor 2:

El sentido del vector \vec{B}_{12} es perpendicular al plano del papel y dirigido hacia dentro.

El sentido del vector \vec{F}_{12} es desde el conductor 2 al 1 y su dirección es perpendicular a ambos conductores, es una **fuerza atractiva**.

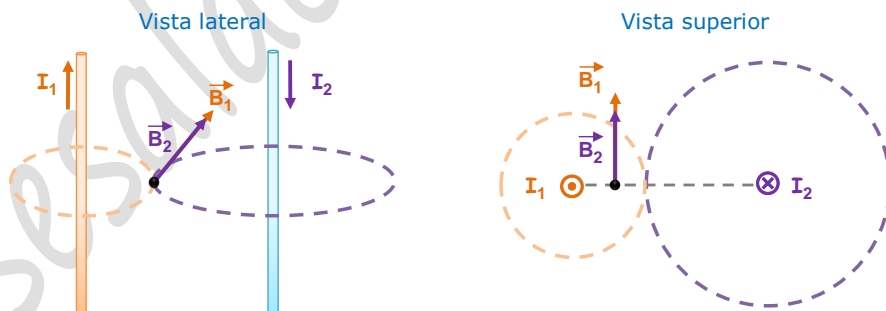


En cuanto a los módulos de ambos vectores:

$$|\vec{B}_{12}| = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot 0.1} \rightarrow |\vec{B}_{12}| = 8 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

$$|\vec{F}_{12}| = I_2 \cdot L \cdot |\vec{B}_{12}| \cdot \sin \alpha \rightarrow \frac{|\vec{F}_{12}|}{L} = I_2 \cdot |\vec{B}_{12}| \cdot \sin \alpha \rightarrow \frac{F_{12}}{L} = 12 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 90^\circ \rightarrow \frac{F_{12}}{L} = 9.6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$$

Si las corrientes que transportan ambos conductores tienen sentidos opuestos, según la regla de la mano derecha, los vectores \vec{B}_1 y \vec{B}_2 tendrán el mismo sentido. Por tanto el campo magnético **no se anularía** en ninguno de estos puntos.



Cuestión 1.- El oído humano es capaz de percibir sonidos cuyas frecuencias están comprendidas entre 20 y 20.000 hercios. Calcular la longitud de onda de estas dos frecuencias extremas, si el sonido se propaga en el aire con la velocidad de 330 m/s.

La longitud de onda la podemos calcular a partir de la expresión de la velocidad de propagación del sonido:

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \begin{cases} \lambda_{20} = \frac{330}{20} \rightarrow \lambda_{20} = 16.5 \text{ m} \\ \lambda_{20000} = \frac{330}{20000} \rightarrow \lambda_{20} = 1.65 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1.65 \text{ cm} \end{cases}$$

Cuestión 2.- El espectro visible se extiende entre la luz violeta ($\lambda_V = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$) y la luz roja ($\lambda_R = 7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$).

- a) Comparar la energía de un fotón violeta con la energía de un fotón rojo.
- b) Si la luz amarilla ($\lambda_A = 5.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$) es capaz de producir emisión fotoeléctrica en cierto metal, ¿habrá efecto fotoeléctrico cuando el metal se ilumine con luz roja? ¿Y con luz violeta?

Velocidad de la luz $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Constante de Planck $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

La energía de un fotón nos la da la ley de Planck:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \rightarrow \begin{cases} E_V = 6.63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} \rightarrow E_V = 4.97 \cdot 10^{-19} \text{ Jul} \\ E_R = 6.63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{7 \cdot 10^{-7}} \rightarrow E_R = 2.84 \cdot 10^{-19} \text{ Jul} \end{cases} \rightarrow \frac{E_V}{E_R} = \frac{4.97 \cdot 10^{-19}}{2.84 \cdot 10^{-19}} \rightarrow E_V = 1.75 E_R$$

Es decir, la energía del fotón violeta es 1.75 veces mayor que la del fotón rojo.

La energía de un fotón es inversamente proporcional a su longitud de onda. En el caso del fotón amarillo, su longitud de onda es intermedia a la del fotón violeta y rojo, por tanto, su energía también será intermedia.



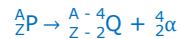
JUNIO 2013

En concreto, la $\lambda_A > \lambda_V$, con lo que $E_A < E_V$, por lo que el fotón violeta al ser más energético que el amarillo producirá un efecto fotoeléctrico.

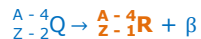
En cuanto al fotón rojo, la $\lambda_A < \lambda_R$, con lo que $E_A > E_R$, por lo que el fotón rojo por ser menos energético que el amarillo no producirá un efecto fotoeléctrico.

Cuestión 3.- Un núcleo atómico P se desintegra emitiendo una partícula α . El núcleo resultante es Q, el cual se desintegra a su vez emitiendo una partícula β y dando lugar al núcleo R. ¿Cuál es la diferencia en número atómico entre P y R? ¿Cuántas unidades de masa atómica de diferencia hay entre los núcleos P y R? Explicar razonadamente.

La emisión de partículas α se corresponde con ${}^4_2\text{He}$ que son expulsados del núcleo atómico, por lo que el núcleo resultante tendrá un número atómico dos unidades menor y un número másico 4 unidades menor:



La emisión de partículas β origina un núcleo con un número atómico una unidad mayor y un número másico idéntico:



Por tanto, el núcleo R tiene un número atómico una unidad menor que el de P y un número másico cuatro unidades menor que el de P.

Cuestión Experimental.- En la tabla adjunta se presentan los datos experimentales de las oscilaciones de un resorte: la columna m corresponde a distintas masas colgadas del resorte y la columna t contiene los tiempos invertidos en realizar 10 oscilaciones completas. Calcular la constante elástica del resorte, explicando el procedimiento.

m (gr)	t (s)
160	5.62
200	6.28
250	7.02
280	7.43

La constante elástica del muelle la podemos calcular a partir de la expresión del periodo de oscilación del resorte:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2}$$

El periodo de oscilación lo calculamos dividiendo el tiempo de cada resorte entre las 10 oscilaciones que dan. Por último, la constante elástica del resorte será la media aritmética de las constantes elásticas calculadas para cada masa:

m (kg)	t(s)	$T = \frac{t}{10 \text{ oscilaciones}}$	k(N/m)
0.16	5.62	0.56	20
0.20	6.28	0.63	20
0.25	7.02	0.70	20
0.28	7.43	0.74	20

$$k = 20 \text{ N/m}$$

En este caso no hace falta calcular la media aritmética, puesto que todas las constantes calculadas tienen el mismo valor: