PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2014

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.- Debe escogerse una sola de las opciones.

2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.

3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

OPCIÓN 1

1º) Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$.

a) Calcula la matriz $B = A^2 - 2A$.

b) Determina para qué valores de a la matriz B tiene inversa.

c) Para α = 1, calcula si es posible A^{-1} y B^{-1}.

----

a)

$$B = A^2 - 2A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1-a \\ 1+a & -1+a^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2a \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 1-a \\ a-1 & a^2-2a-1 \end{pmatrix} = B.$$

b)

Una matriz tiene inversa cuando su determinante es distinto de cero.

$$|B| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -2 & 1-a \\ a-1 & a^2-2a-1 \end{vmatrix} = 0 \;;;\; -2(a^2-2a-1) - (a-1)(1-a) = 0 \;;;$$

$$-2a^2+4a+2-\left(a-a^2-1+a\right)=0\ ;;\ -2a^2+4a+2-2a+a^2+1=0\ ;;\ -a^2+2a+3=0\ ;;$$

$$a^2-2a-3=0\ ;;\ a=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{2\pm 4}{2}=1\pm 2\ \Rightarrow\ \underline{a_1=-1},\ \underline{a_2=3}.$$

$$\underline{\underline{B\ \ es\ \ inversible\ \ \forall a\in R-\{-1,\ 3\}}}.$$

c)

Para α = 1 es $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ |A|=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=1+1=2\neq 0\ \Rightarrow$ <u>A es inversible</u>.

Procediendo por Gauss-Jordan:

$$(A/I)=\left(\begin{array}{cc|cc}1 & -1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 1\end{array}\right)\Rightarrow\{F_2\to F_2-F_1\}\Rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 2 & -1 & 1\end{array}\right)\Rightarrow\{F_2\to \tfrac{1}{2}F_2\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\{F_2\to \tfrac{1}{2}F_2\}\Rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{array}\right)\Rightarrow\{F_1\to F_1+F_2\}\Rightarrow\left(\begin{array}{cc|cc}1 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{array}\right)\Rightarrow\ \underline{\underline{A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}}}.$$

Para α = 1 es $B=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & -2\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ |B|=4\neq 0\ \Rightarrow$ <u>B es inversible</u>.

$$B=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & -2\end{pmatrix}=-2\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=-2I\ \Rightarrow\ B^{-1}=\frac{1}{B}=\frac{1}{-2I}=-\frac{1}{2}\cdot I\ \Rightarrow\ \underline{\underline{B^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & 0\\ 0 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}}}.$$

****

2º) Considera la función $f(x)=\begin{cases} sen\ x & si\ \ x\in[-2\pi,\ 0) \\ x^2-2x & si\ \ x\in[0,\ 3] \end{cases}$.

a) Estudia si la función f es derivable en x = 0.

b) Calcula los puntos de corte con los ejes. Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f. Dibuja su gráfica.

c) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisas (y = 0) y las rectas x = 0 y x = 3.

----

a)

Para que f(x) sea derivable en x = 0 es condición necesaria que sea continua para x = 0. Para que f(x) sea continua en un punto tiene que cumplirse que los límites por la izquierda y por la derecha sean iguales, e igual al valor de la función en ese punto:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0} sen\ x=\underline{0} \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0} \left(x^2-2x\right)=f(0)=\underline{0} \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=f(0)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ La función f(x) es continua en x = 0.

Una función es derivable en un punto si, y solo si, existen la derivada por la izquierda y la derivada por la derecha en ese punto y además, son iguales.

$$f'(x)=\begin{cases} -\cos x & si\ \ x\in[-2\pi,\ 0) \\ 2x-2 & si\ \ x\in[0,\ 3] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(0^-)=\underline{-1} \\ f'(0^+)=\underline{-2} \end{cases} \Rightarrow \underline{f'(0^-)\neq f'(0^+)}.$$

La función f(x) no es derivable en x = 0.

b)

Los puntos de corte con los ejes son los siguientes:

$$Eje\ \ X \Rightarrow y=f(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} sen\ x=0 \to x\in[-2\pi,\ 0) \Rightarrow \underline{\underline{A(-2\pi,\ 0)}},\ \underline{\underline{B(-\pi,\ 0)}} \\ x^2-2x=0 \to x\in[0,\ 3]\ ;;\ x(x-2)=0 \Rightarrow \underline{\underline{O(0,\ 0)}},\ \underline{\underline{C(2,\ 0)}} \end{cases}.$$

$$Eje\ \ Y \Rightarrow X=0 \Rightarrow \underline{\underline{O(0,\ 0)}}.$$

Una función es creciente o decreciente en un intervalo cuando su derivada es positiva o negativa en todos los puntos del intervalo, respectivamente.

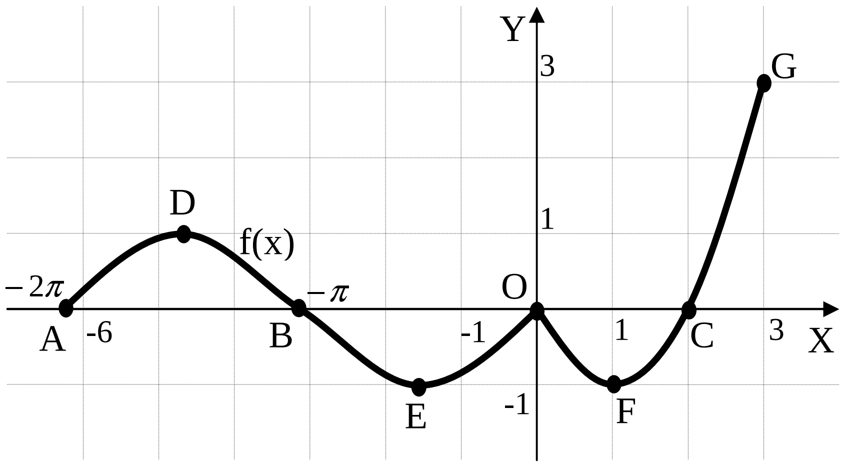
Considerando la derivada de la función $f'(x)=\begin{cases} -\cos x & si\ \ x\in[-2\pi,\ 0) \\ 2x-2 & si\ \ x\in[0,\ 3] \end{cases}$, los periodos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$$\underline{\underline{Crecimiento: \ f'(x)>0 \Rightarrow x \in \left(-2\pi, \ -\frac{3}{4}\pi\right) \cup \left(-\frac{1}{2}\pi, \ 0\right) \cup (1, \ 3)}}.$$

$$\underline{\underline{Decrecimiento: \ f'(x)<0 \Rightarrow x \in \left(-\frac{3}{4}\pi, \ -\frac{1}{2}\pi\right) \cup (0, \ 1)}}.$$

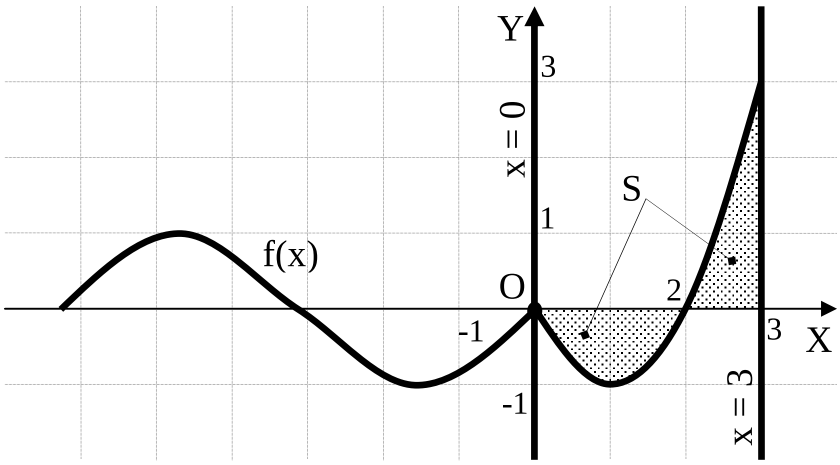
De lo estudiado se deduce que la función tiene un máximo relativo para el valor $x=-\frac{3}{4}x \Rightarrow \underline{D\left(-\frac{3}{4}x, \ 1\right)}$ y un mínimo para $x=-\frac{1}{2}x \Rightarrow \underline{E\left(-\frac{1}{2}x, \ -1\right)}$ en $[-2\pi, \ 0)$; en el intervalo $[0, \ 3]$ tiene un mínimo para x = 1: $f(1)=1-2=-1 \Rightarrow \underline{F(1, \ -1)}$.

Teniendo en cuenta que $f(3)=3^2-2\cdot 3=9-6=3 \Rightarrow \underline{G(3, \ 3)}$, y las consideraciones anteriores, la representación gráfica de la función es la siguiente:



c)

El área a calcular se deduce de la siguiente figura:



$$S=-\int_0^2 \left(x^2-2x\right)\cdot dx+\int_2^3 \left(x^2-2x\right)\cdot dx=\int_2^0 \left(x^2-2x\right)\cdot dx+\int_2^3 \left(x^2-2x\right)\cdot dx=$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}\right]_2^0+\left[\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}\right]_2^3=\left[\frac{x^3}{3}-x^2\right]_2^0+\left[\frac{x^3}{3}-x^2\right]_2^3=0-\left(\frac{2^3}{3}-2^2\right)+\left(\frac{3^3}{3}-3^2\right)-\left(\frac{2^3}{3}-2^2\right)=$$

$$=-\frac{8}{3}+4+9-9-\frac{8}{3}+4=8-\frac{16}{3}=\frac{24-16}{3}=\underline{\underline{\frac{8}{3}u^2=S}}\,.$$

****

3º) Considera el plano $\pi \equiv ax+2y-4z-23=0$ y la recta $r \equiv \frac{x-3}{4}=\frac{y-1}{-4}=z+3$.

a) Halla el valor de α para el cual la recta r está contenida en el plano π.

b) ¿Existe algún valor de α para el que la recta r es perpendicular al plano π?

c) Para α = 1, calcula la ecuación del plano π_1 que es perpendicular al plano π y que contiene a la recta r.

----

a)

La expresión de r dada por unas ecuaciones continuas es la siguiente:

$$r \equiv \frac{x-3}{4}=\frac{y-1}{-4}=z+3 \Rightarrow \begin{cases} -x+3=y-1 \\ x-3=4z+12 \end{cases} \Rightarrow \underline{r \equiv \begin{cases} x+y-4=0 \\ x-4z-15=0 \end{cases}}.$$

La recta r y el plano π determinan el sistema $\begin{cases} ax+2y-4z-23=0 \\ x+y-4=0 \\ x-4z-15=0 \end{cases}$.

Para que la recta r esté contenida en el plano π es condición necesaria que el sistema que forman sea compatible indeterminado (infinitas soluciones = infinitos puntos de contacto). Para que el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas sea compatible indeterminado, según el teorema de Rouché-Fröbenius, los rangos de las matrices de coeficientes y ampliada tienen que ser iguales y menor que el número de incógnitas, por lo cual, tiene que ser 2.

La matriz de coeficientes es $M=\begin{pmatrix} a & 2 & -4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$. Para que el rango de M sea 2 es necesario que se anule su determinante:

$$|M|=\begin{vmatrix} a & 2 & -4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \end{vmatrix}=0 \;;\; -4a+4+8=0 \;;\; -4a+12=0 \;;\; -a+3=0 \Rightarrow \underline{a=3}.$$

<u>La recta r está contenida en el plano π para α = 3.</u>

b)

Para que la recta r sea perpendicular al plano π es necesario que el vector director de la recta y el vector normal del plano sean linealmente dependientes (paralelos).

Un vector director del plano $\pi \equiv ax+2y-4z-23=0$ es $\overrightarrow{n}=(a,\ 2,\ -4)$ y un vector director de la recta r es $\overrightarrow{v_r}=(4,\ -4,\ 1)$.

Para que los vectores $\overrightarrow{n}=(a,\ 2,\ -4)$ y $\overrightarrow{v_r}=(4,\ -4,\ 1)$ sean linealmente dependientes tienen que tener proporcionales sus componentes: $\frac{a}{4}=\frac{2}{-4}\neq\frac{-4}{1}\ \Rightarrow\ \underline{a\notin R}$.

<u>No existe ningún valor real de α para que el plano π y la recta r sean perpendiculares</u>.

c)

Para α = 1 el plano π resulta $\pi\equiv x+2y-4z-23=0$.

El plano π_1 por ser perpendicular a π tiene como vector director al vector director de π, $\overrightarrow{n}=(1,\ 2,\ -4)$, y por contener a la recta r tiene como vector director al su vector director, $\overrightarrow{v_r}=(4,\ -4,\ 1)$ y contiene a su punto P(3, 1, -3).

$$\pi_1\left(P;\ \overrightarrow{n},\ \overrightarrow{v_r}\right)\equiv\begin{vmatrix} x-3 & y-1 & z+3 \\ 1 & 2 & -4 \\ 4 & -4 & 1 \end{vmatrix}=0\ ;;$$

$$2(x-3)-16(y-1)-4(z+3)-8(z+3)-16(x-3)-(y-1)=0\ ;;\ -14(x-3)-17(y-1)-12(z+3)=0\ ;;$$

$$14x-42+17y-17+12z+36=0\ \Rightarrow\ \underline{\underline{\pi_1\equiv 14x+17y+12z-23=0}}.$$

****

OPCIÓN 2

1º) Considera el sistema $\begin{cases} ax+y+az=-2 \\ ay+z=0 \\ x+ay+z=-2 \end{cases}$, $a \in R$. Estúdialo para los distintos valores del parámetro α y resuélvelo cuando sea posible (calculando todas sus soluciones).

Las matrices de coeficientes y ampliada son:

$$M=\begin{pmatrix} a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix} \;\; y \;\; M'=\begin{pmatrix} a & 1 & a & -2 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función de α es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \\ 1 & a & 1 \end{vmatrix}=a^2+1-a^2-a^2=1-a^2=0 \Rightarrow \underline{a=-1},\ \underline{a_2=1}.$$

$$\underline{\underline{Para\ \begin{Bmatrix} a\neq -1 \\ a\neq 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rango\ M=Rango\ M'=3=n^o\ incóg. \Rightarrow Compatible\ determinado}}$$

$$Para\ a=-1 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow Rango\ de\ M' \Rightarrow \{C_1,\ C_3,\ C_4\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}=2+2=4\neq 0 \Rightarrow \underline{Rango\ M'=3}.$$

$$\underline{\underline{Para\ a=-1 \Rightarrow Rango\ M=2\ ;;\ Rango\ M'=3 \Rightarrow Incompatible}}$$

$$Para\ a=1 \Rightarrow M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \{F_1=F_3\} \Rightarrow \underline{Rango\ de\ M'=2}.$$

$$\underline{\underline{Para\ a=1 \Rightarrow Rango\ M=Rango\ M'=2<n^o\ incóg. \Rightarrow Compatible\ indeterminado}}$$

Resolvemos para $\begin{Bmatrix} a\neq -1 \\ a\neq 1 \end{Bmatrix}$, en cuyo caso el sistema es compatible determinado.

$$\left.\begin{array}{r} ax+y+az=-2 \\ ay+z=0 \\ x+ay+z=-2 \end{array}\right\} \Rightarrow \{F_3-F_2\} \Rightarrow \underline{x=-2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y+az=2a-2 \\ ay+z=0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} y+az=2a-2 \\ -a^2y-az=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1-a^2)y=2a-2 \;;;\; y=\frac{2(a-1)}{(1+a)(1-a)}=\underline{-\frac{2}{1+a}=y} \;;;\; z=-ay=\underline{\frac{2a}{1+a}=z}\,.$$

$$\underline{\underline{Solución: \left\{\begin{array}{l} x=-2 \\ y=-\dfrac{2}{1+a} \\ z=\dfrac{2a}{1+a} \end{array}\right\},\ \forall a\in R-\{-1,\ 1\}.}}$$

Resolvemos para α = 1. El sistema resulta $\left.\begin{array}{l} x+y+z=-2 \\ y+z=0 \\ x+y+z=-2 \end{array}\right\}$, que es equivalente al sistema $\left.\begin{array}{l} x+y+z=-2 \\ y+z=0 \end{array}\right\}$, que es compatible indeterminado, cuya solución es la siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=-2 \\ y+z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{x=-2} \Rightarrow \underline{z=\lambda},\ \underline{y=-\lambda}\,.$$

$$\underline{\underline{Solución: \left\{\begin{array}{l} x=-2 \\ y=-\lambda \\ z=\lambda \end{array}\right\},\ \forall \lambda\in R.}}$$

****

2º) a) Halla tres números no negativos que sumen 14, tales que uno sea el doble que el otro y que la suma de los cuadrados de los tres sea mínima.

b) Considera la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = \frac{x}{e^x}$. Justifica si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas.

b_1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$. $\quad$ b_2) La función f tiene un máximo relativo en x = 1.

----

a)

Sean los números: x, 2x, 14 – 3x.

Tiene que cumplirse que: $S = x^2 + (2x)^2 + (14 - 3x)^2 \Rightarrow \underline{Mínima}$.

$S(x) = x^2 + 4x^2 + 196 - 84x + 9x^2 = \underline{14x^2 - 84x + 196}$.

Para que la suma pedida sea mínima es condición necesaria que se anule su primera derivada:

$S'(x) = 28x - 84 = 28(x - 3) \Rightarrow S'(x) = 0 \Rightarrow 28(x - 3) = 0 \;;\; x - 3 = 0 \;;\; \underline{x = 3}$.

La justificación de que se trata de un mínimo es que $S''(x) = 28 > 0$.

Los números pedidos son 3, 5 y 6.

b)

b_1)

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = \frac{\infty}{e^\infty} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow Ind. \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{e^x} = \frac{1}{\infty} = \underline{0}.$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow Es \;\; falso.$$

b_2)

Una función tiene un máximo relativo para los valores que anulan la primera derivada y hacen negativo el valor de la segunda derivada.

$$f'(x) = \frac{1 \cdot e^x - x \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{e^x(1 - x)}{e^{2x}} = \underline{\frac{1 - x}{e^x}}.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1 - x}{e^x} = 0 \;;\; 1 - x = 0 \;;\; \underline{x = 1}.$$

$$f''(x)=\frac{-1\cdot e^{x}-(1-x)\cdot e^{x}}{\left(e^{x}\right)^{2}}=\frac{-e^{x}-1+x\cdot e^{x}}{e^{2x}}=\underline{\frac{e^{x}(x-1)-1}{e^{2x}}}.$$

$$f''(1)=\frac{e^{1}(1-1)-1}{e^{2}}=\frac{-1}{e^{2}}<0\Rightarrow \underline{\text{Máximo}}.$$

<u>Es cierto que la función f tiene un máximo relativo en x = 1</u>.

****

3º) Considera la recta $r \equiv \begin{cases} 3x-2y-11=0 \\ 2x-y-z-5=0 \end{cases}$ y los puntos A(0, 1, 1) y B(1, 2, 1).

a) Halla un punto P de la recta r que equidiste de los puntos A y B.

b) Calcula la ecuación general del plano π que contiene a la recta r y al punto A.

c) Determina la distancia del punto B al plano π.

----

a)

La expresión de la recta r dada por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$r \equiv \begin{cases} 3x-2y-11=0 \\ 2x-y-z-5=0 \end{cases} \Rightarrow \underline{z=\lambda} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 3x-2y=11 \\ 2x-y=5+\lambda \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} -3x+2y=-11 \\ 4x-2y=10+2\lambda \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{x=-1+2\lambda} \;;;$$

$$y=2x-5-\lambda=-2+4\lambda-5-\lambda=\underline{-7+3\lambda=y} \Rightarrow \underline{r \equiv \begin{cases} x=-1+2\lambda \\ y=-7+3\lambda \\ z=\lambda \end{cases}}.$$

Un vector director de la recta r es $\overrightarrow{v_r}=(2,\ 3,\ 1)$. Un punto de r es Q(-1, -7, 0).

Un punto genérico de la recta r es $P(-1+2\lambda,\ -7+3\lambda,\ \lambda)$.

Tiene que cumplirse que $\overline{AP}=\overline{BP}$.

$$\overline{AP}=\sqrt{(-1+2\lambda-0)^2+(-7+3\lambda-1)^2+(\lambda-1)^2}=\sqrt{1-4\lambda+4\lambda^2+(-8+3\lambda)^2+\lambda^2-2\lambda+1}=$$

$$=\sqrt{5\lambda^2-6\lambda+2+64-48\lambda+9\lambda^2}=\underline{\sqrt{14\lambda^2-54\lambda+66}}.$$

$$\overline{BP}=\sqrt{(-1+2\lambda-1)^2+(-7+3\lambda-2)^2+(\lambda-1)^2}=\sqrt{4-8\lambda+4\lambda^2+(-9+3\lambda)^2+\lambda^2-2\lambda+1}=$$

$$=\sqrt{5\lambda^2-10\lambda+5+81-54\lambda+9\lambda^2}=\underline{\sqrt{14\lambda^2-64\lambda+86}}.$$

$$\overline{AP}=\overline{BP} \Rightarrow \sqrt{14\lambda^2-54\lambda+66}=\sqrt{14\lambda^2-64\lambda+86} \;;;\; 14\lambda^2-54\lambda+66=14\lambda^2-64\lambda+86 \;;;\; 10\lambda=20 \;;;$$

$$\underline{\lambda=2} \Rightarrow P \equiv \left.\begin{cases} x=-1+2\cdot 2=-1+4=3 \\ y=-7+3\cdot 2=-7+6=-1 \\ z=2 \end{cases}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{P(3,\ -1,\ 2)}}.$$

b)

A y Q determinan el vector $\vec{u}=\overrightarrow{AQ}=Q-A=(-1,\ -7,\ 0)-(0,\ 1,\ 1)=(-1,\ -8,\ -1)$.

La ecuación general del plano π es la siguiente:

$$\pi\left(Q;\ \overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{u}\right) \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y+7 & z \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -8 & -1 \end{vmatrix} = 0\ ;;\ -3(x+1)-(y+7)-16z+3z+8(x+1)+2(y+7)=0\ ;;$$

$$5(x+1)+(y+7)-13z=0\ ;;\ 5x+5+y+7-13z=0.$$

$$\underline{\underline{\pi \equiv 5x+y-13z+12=0}}.$$

c)

La distancia de un punto a un plano es: $d(P,\ \pi) = \dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

Aplicando la fórmula al punto B(1, 2, 1) y al plano $\pi \equiv 5x+y-13z+12=0$:

$$d(B,\ \pi) = \frac{|5\cdot 1+1\cdot 2-13\cdot 1+12|}{\sqrt{5^2+1^2+(-13)^2}} = \frac{|5+2-13+12|}{\sqrt{25+1+169}} = \frac{6}{\sqrt{195}} = \frac{6\sqrt{195}}{195} = \underline{\underline{\frac{2\sqrt{195}}{65}\ unidades}}.$$

****