PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

SEPTIEMBRE - 2012

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.- Debe escogerse una sola de las opciones.

2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.

3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

OPCIÓN 1

1º) Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & m^2 \\ m & m & m^2 \end{pmatrix}$ con $m \in R$.

a) Halla para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (inversible).

b) Estudia para qué valores del parámetro m el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene solución.

c) Para m = 1, calcula las soluciones del sistema dado en el apartado anterior.

2º) Considera la función $f(x)=\left|x^2-1\right|$.

a) Estudia la derivabilidad de la función f.

b) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f. Dibuja su gráfica.

c) Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisas (y = 0) y las rectas verticales x = -1 y x = 1.

3º) Considera los puntos A(1, 1, -1), B(0, 3, 1) y C(2, m - 2, -3).

a) Determina para qué valor del parámetro m los tres puntos A, B y C están alineados y calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que los contiene.

b) Determina los valores del parámetro m para los que el área del triángulo de vértices

A, B y C es igual a $\frac{\sqrt{5}}{2}$ unidades de superficie.

c) Para m = 0, calcula la ecuación general del plano que contiene a los puntos A, B y C.

****

OPCIÓN 2

1º) Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Determina la matriz A que verifica: det (A) = -7 y A · B = C.

b) Sean A, B y C las matrices dadas arriba y que verifican las condiciones del apartado anterior. Decide cuál de las siguientes igualdades se cumple. Justifica tu respuesta.

$b1)\quad A=C\cdot B^{-1}$ $\qquad b2)\quad B=A^{-1}\cdot C$ $\qquad b3)\quad A^{-1}=B\cdot C^{-1}$

2º) a) Considera la función $g(x)=\dfrac{ax^2+b}{x-1}$, definida para $x\neq 1$.

a1) Calcula los valores de α y b para que la gráfica de g pase por el punto P(2, 2) y tenga una asíntota oblicua de pendiente 1.

a2) Para α = 1 y b = 1, calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de g en el punto de abscisa x = -1.

b) Determina si la función $f(x)=x\cdot|x|$ es derivable en x = 0.

3º) Considera la recta $r\equiv\begin{cases} 3x+2y-z-1=0 \\ x+y-1=0 \end{cases}$.

a) Determina la ecuación de la recta s que corta perpendicularmente a la recta r y que pasa por el punto P(0, 2, 2).

b) Halla el punto Q dado por la intersección de las rectas r y s.

c) Calcula la ecuación general del plano π que contiene a las rectas r y s, y la ecuación de la recta r_1 perpendicular al plano π y que pasa por el punto Q.

****