PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2012

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.- Debe escogerse una sola de las opciones.

2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.

3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

OPCIÓN 1

1º) Considera el sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{array}{l} x+y+2z=0 \\ x+ay+3z=1 \\ x+y+(2-a)z=a \end{array}\right.$, $a \in R$. Estúdialo para los distintos valores del parámetro α y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2º) Considera la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$.

a) Encuentra los valores de α, b y c de forma que la gráfica de la función f pase por el punto A(0, 1) y las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de abscisa $x=0$ y $x=1$ sean ambas paralelas a la recta $y=3x+5$.

b) Para α > 0, b = 0 y c = 0, determina la función f tal que el área de la región limitada por su gráfica, el eje OX (recta y = 0) y las rectas x = 0 y x = 1 sea igual a 3 unidades de superficie.

3º) Considera el punto P(1, 0, 4) y el plano $\pi \equiv 2x-y+3z=0$.

a) Calcula la ecuación de la recta r perpendicular al plano π y que pasa por el punto P.

b) Determina el punto Q simétrico del punto P respecto del plano π.

c) Calcula la distancia del punto Q al plano π.

****

OPCIÓN 2

1º) Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, donde $a,\ b \in R$.

a) Determina para qué valores de α y b la matriz A es regular (inversible).

b) Determina para qué valores de α y b se cumple que $A = A^{-1}$.

c) Para α = 2 y b = 2, determina las matrices C que verifican $A \cdot C = B \cdot C$.

2º) a) De entre todos los números reales positivos x, y que suman 15, encuentra aquellos para los que el producto $P = x^2 y$ es máximo.

b) Determina si la función $f(x) = |x| - x$ es derivable en x = 0.

3º) Sean A, B y C los puntos de intersección del plano $\pi \equiv 2x + y - 4z - 4 = 0$ con los tres ejes coordenados OX, OY y OZ, respectivamente. Calcula:

a) El área del triángulo ABC.

b) El perímetro del triángulo ABC.

c) Las ecuaciones de las rectas que contienen a los lados del triángulo ABC.

****