PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2011

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.- Debe escogerse una sola de las opciones.

2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.

3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

OPCIÓN 1

1º) Considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+2y+mz=m-1 \\ x+(m+1)y+(2m+1)z=m \\ -x-2y+z=2 \end{cases}$, $m\in R$. Estúdialo para los distintos valores del parámetro m y resuélvelo cuando sea compatible (calculando todas sus soluciones).

2º) a) Determina los valores de α y b para que la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x-x-a}{b\,sen\left(x^2\right)} & si\ \ x\neq 0 \\ \dfrac{1}{2} & si\ \ x=0 \end{cases}$ sea continua en x = 0.

b) Determina la función $g:R\to R$ que verifica $g(0)=1$, $g'(0)=3$ y $g''(x)=(2+x)e^x+2$ $\forall x\notin R$.

3º) a) Sean $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ dos vectores ortogonales y de módulo 1. Hallar los valores del parámetro α para que los vectores $\overrightarrow{u}+a\cdot\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{u}-a\cdot\overrightarrow{v}$ formen un ángulo de 60º.

b) Halla un vector $\overrightarrow{z}$ de módulo 1 y que sea ortogonal a los vectores $\overrightarrow{x}=(1,\ 2,\ 1)$ e $\overrightarrow{y}=(0,\ 1,\ 1)$.

c) Justifica se es verdadera o falsa la afirmación siguiente. Si la consideras falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

“Si $\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b},\ \overrightarrow{c}$ son tres vectores no nulos que cumplen que $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{c}$, entonces $\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$”.

****

OPCIÓN 2

1º) Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} m-1 & 1 & 0 \\ m-1 & m+2 & 2 \\ m-1 & m+2 & m+1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, donde $m\in R$.

a) Determina para qué valores del parámetro m la matriz A es regular (inversible).

b) Para m = 1, calcula la matriz X que cumple que $X - B^2 = A \cdot B$.

c) Para m = 1, estudia si el sistema $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$ tiene solución. En caso afirmativo, calcula su solución.

2º) a) Sea $f: R \to R$ una función derivable en todos los puntos tal que $f(2)=0$ y $f'(2)=-3$. Considera la función $h(x)=e^{f(x)}+x\cdot\cos[f(x)]+[f(x)]^2$. Calcula razonadamente $h'(2)$.

b) Determina si la función $g(x)=\dfrac{1}{1+|x|}$ es derivable en x = 0.

c) Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si consideras que es falsa, pon un ejemplo ilustrativo.

“Si $f: R \to R$ es una función con $f'(x)=\begin{cases} -1 & si \;\; x<0 \\ 1 & si \;\; x>0 \end{cases}$ entonces la función f no es continua”.

3º) Considera los planos $\pi_1 \equiv 2x-y+z=3$, $\pi_2 \equiv x-y+z=2$ y $\pi_3 \equiv 3x-y-az=b$, donde $a,\ b\in R$.

a) Determina el valor de los parámetros α y b para que los tres planos se corten en una recta r.

b) Calcula unas ecuaciones paramétricas de la recta r.

c) Halla una ecuación general del plano π que contiene a la recta r y que pasa por el punto Q(2, 1, 3).

****