PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

SEPTIEMBRE - 2009

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.- Debe escogerse una sola de las opciones.

2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.

3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1

1º) Considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+2y+z=3 \\ x+3y+2z=5 \\ x+my+3z=7 \end{cases}$, donde $m \in R$.

a) Determina para qué valores de m el sistema tiene una única solución y calcúlala.

b) Calcula todas las soluciones cuando el sistema sea compatible indeterminado.

c) Modifica solamente un coeficiente de la última ecuación para que el sistema resultante sea compatible para cualquier valor de m.

2º) Considera las matrices $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ m & 2 \end{pmatrix}$, donde $m \in R$.

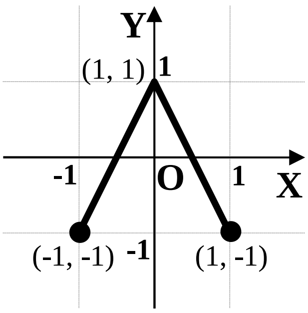
a) Determina el rango de la matriz $B \cdot A$.

b) Determina los valores de m para que la matriz $(A \cdot B)^t$ es regular (inversible).

c) Para m = 0 calcula una matriz X tal que $(A \cdot B)^t \cdot X = I$, siendo I la matriz identidad.

BLOQUE 2

1º) El dibujo adjunto representa la gráfica de la derivada de una función f en el intervalo $[-1, 1]$.



a) En el intervalo $[-1, 1]$ calcula la expresión analítica de la función f sabiendo, además, que el valor mínimo de $\{f(x): x \in [-1,\ 1]\}$ es 0.

b) Haz la representación gráfica de f y calcula el área comprendida entre la gráfica de la función f y la recta y = ¼.

2º) Una caldera tiene forma de prisma recto de base cuadrada y un volumen de 768 m^3. Se sabe que la pérdida de calor a través de las paredes laterales es de 100 unidades por metro cuadrado, mientras que a través del techo es de 300 unidades por metro cuadrado. La pérdida por el suelo es tan pequeña que puede considerarse nula. Calcula las dimensiones de la caldera para que la pérdida de calor sea mínima. Justifica que el punto calculado proporciona la mínima pérdida de calor.

BLOQUE 3

1º) Razona si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En caso de que consideres que la afirmación es falsa por un ejemplo ilustrativo.

a) Dados α, b y c reales cualesquiera, los vectores $\overrightarrow{m} = (1,\ a,\ b)$, $\overrightarrow{n} = (0,\ 1,\ c)$ y $\overrightarrow{p} = (0,\ 0,\ 1)$ son linealmente dependientes.

b) Si $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ son dos vectores verificando que $\left|\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}\right| = 0$, entonces $\overrightarrow{u} = 0$ o $\overrightarrow{v} = 0$.

c) Dados los vectores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ tres vectores , si $\overrightarrow{u}$ es ortogonal a $\overrightarrow{v}$ y a $\overrightarrow{w}$ entonces $\overrightarrow{u}$ es ortogonal a cualquier vector de la forma $\alpha \cdot \overrightarrow{v} + \beta \cdot \overrightarrow{w}$, siendo α y β números reales.

2º) Los puntos A(1, 1, 0) y B(2, 2, 1) son dos vértices consecutivos de un rectángulo. Además, se sabe que los otros dos vértices son puntos de una recta que pasa por el origen de coordenadas.

a) Halla los otros dos vértices del rectángulo.

b) Determina una ecuación general del plano que contiene a los cuatro vértices.

****