

PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2009

MATEMÁTICAS II

Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos

- 1.- Debe escogerse una sola de las opciones.
- 2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- 3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1

1º) Justifica si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En caso de que consideres que la afirmación es falsa pon un ejemplo ilustrativo.

a) Si A y B son dos matrices cuadradas cualesquiera, entonces $A \cdot B = B \cdot A$.

b) Si B es una matriz cuadrada, entonces $(I + B)^2 = I + 2B + B^2$.

c) La suma de matrices regulares (invertibles) es una matriz regular (invertible).

2º) De un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas se sabe que tiene un parámetro $m \in R$ tal que:

1 -- Si se multiplica por la primera incógnita se obtiene el resultado de restar al número 1 la suma de las otras dos incógnitas.

2 -- Si se multiplica por la segunda incógnita se obtiene el resultado de restar al parámetro m la suma de las otras dos incógnitas.

3 -- Si se multiplica por la tercera incógnita se obtiene el resultado de restar al cuadrado de m la suma de las otras dos incógnitas.

a) Formula el sistema de ecuaciones lineales descrito.

b) Determina para qué valores de m el sistema es compatible determinado.

c) Determina para qué valores de m el sistema es compatible indeterminado y calcula todas las soluciones.

BLOQUE 2

1º) Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < -1 \\ -\frac{1}{x} & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

a) Determina si la función es continua en los puntos $x = -1$ y $x = 0$.

b) En el intervalo $(-1, 0)$ estudia si f crece o decrece, su curvatura y si tiene asíntotas.

c) Razona si la función es derivable en $x = -1$ y dibuja su gráfica para $x \in [-2, 2]$.

2º) a) Considera la función $g(x) = x^3 + px^2 + q$. Determina las constantes p y q sabiendo que, en $x = 2$, g alcanza un valor mínimo: 3.

b) Halla una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que sea una primitiva de $f'(x) = x$ y que su gráfica pase por el punto $A(1, 2)$.

c) Justifica si es verdadera o falsa la afirmación siguiente: “Una función polinómica de segundo grado no tiene puntos de inflexión” Si la consideras falsa pon un ejemplo ilustrativo.

BLOQUE 3

1º) a) Sean \vec{u} y \vec{v} dos vectores tales que $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 17$ y $|\vec{u}| = 9$. Calcula el módulo del vector \vec{v} .

b) Considera los vectores $\vec{a} = (2, -1, 4)$ y $\vec{b} = (0, 3, m)$ con $m \in \mathbb{R}$. Hallar el valor de m para que \vec{a} y \vec{b} sean ortogonales. Para $m = 0$ calcula el área del paralelogramo que tiene por lados los vectores \vec{a} y \vec{b} .

2º) Considera los planos $\pi_1 \equiv x - 2y + 2z + 1 = 0$, la recta $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$ y el punto $A(1, 0, -1)$.

a) Halla una ecuación general del plano que pasa por el punto A , es perpendicular a π_1 y además es paralelo a la recta r .

b) Se desea construir un cuadrado que tenga un vértice en el punto A y un lado sobre la recta r . Determina la longitud de un lado del cuadrado y las coordenadas del vértice que está en la recta r y es consecutivo al vértice A .
