PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2008

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El examen consta de tres bloques de ejercicios y cada bloque tiene dos opciones. De cada bloque debe escogerse uno sola de las opciones (A o B).

2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.

3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1

1-A) Considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x - y + mz = 0 \\ mx + y - z = 0 \\ (m+1)x + z = 0 \end{cases}$, donde $m \in R$.

a) Determina para qué valores de m el sistema es compatible determinado.

b) Determina para que valores de m el sistema es compatible indeterminado.

c) Calcula $A^{-1} \cdot B$, siendo A la matriz de coeficientes del sistema y $B = \begin{pmatrix} m \\ m \\ m+1 \end{pmatrix}$ y m > 3.

(Indicación: no se necesita calcular A^{-1})

1-B) Se desea hallar los números naturales de tres cifras que cumplen las tres condiciones siguientes:

La suma de las tres cifras es un múltiplo de 10.

La suma de las dos primeras cifras es igual a la tercera.

El triple de la primera cifra es igual al doble de la segunda.

a) Formula un sistema de ecuaciones lineales adecuado al problema planteado.

b) Comprueba que el sistema formulado es compatible.

c) Determina el número natural de tres cifras que verifica el enunciado propuesto.

BLOQUE 2

2-A) Considera la función $f: R \to R$ definida por $f(x)=\dfrac{|x|}{1+x^2}$.

a) Estudia su derivabilidad (calcula la derivada donde exista y justifica la no existencia de derivada donde proceda).

b) Comprueba que tiene como eje de simetría el eje de ordenadas (función simétrica respecto a OY).

c) Determina el punto de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento, los puntos de inflexión y las asíntotas de f. Haz su representación gráfica.

2-B) Razona si son derivables en el punto x = 0 cada una de las dos funciones siguientes:

a) $f: R \to R$ definida por $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \;\; x \neq 0 \\ 1 & si \;\; x = 0 \end{cases}$.

b) $g: R \to R$ definida por $g(x)=\begin{cases} x^2 \cdot sen\,\dfrac{1}{x} & si \;\; x \neq 0 \\ 0 & si \;\; x = 0 \end{cases}$.

Justifica si es verdadera o falsa cada una de las afirmaciones siguientes. Para cada afirmación que consideres falsa por un ejemplo ilustrativo.

c) Si $h: R \to R$ es una función tal que $\underset{x \to a^-}{lím}\; h'(x) = \underset{x \to a^+}{lím}\; h'(x)$, entonces h es derivable en x = a.

d) Si una función real de variable real es continua en un punto, entonces es derivable en ese punto.

BLOQUE 3

3-A) a) Prueba que si dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tienen el mismo módulo, entonces los vectores $\overrightarrow{u+v}$ y $\overrightarrow{u-v}$ son ortogonales.

b) Considera los vectores $\vec{x} = (-1,\; 2,\; 3)$ e $\vec{y} = (2,\; 3,\; -1)$.

1) Razona si son linealmente independientes los vectores $\overrightarrow{x+y}$ y $\overrightarrow{s-y}$.

2) Calcula el área del paralelogramo que tiene tres vértices consecutivos en los puntos A(1, 5, 2), O(0, 0, 0) y B(-3, -1, 4).

3-B) Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x + y - z - 4 = 0 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + 5 = 0 \end{cases}$.

a) Estudia la posición relativa de las rectas r y s.

b) Halla un punto A de r y otro punto B de s tales que $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ sea perpendicular a ambas rectas.

c) ¿Cuántos cuadrados se pueden construir teniendo un vértice en el punto A y un lado en la recta s? Calcula su área.

****