PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

SEPTIEMBRE - 2007

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El examen consta de tres bloques de ejercicios y cada bloque tiene dos opciones. De cada bloque debe escogerse uno sola de las opciones (A o B).

2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.

3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1

1-A) a) Calcula la expresión analítica de una función $f: R \to R$ que verifique las condiciones siguientes:

a1) $f'(x) = 2x^3 - 6x^2$ para todo $x \in R$.

a2) El valor mínimo de $\{f(x): x \in R\}$ es -12.

b) Calcula los puntos de inflexión de la función f y en cada uno de ellos determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f.

c) Justifica en cuántos puntos corta la gráfica de f a los ejes de coordenadas.

Indicación: no es necesario calcular los puntos de corte.

1-B) Un hilo de 34 metros se divide en dos trozos para hacer un cuadrado y un rectángulo. Sabiendo que la base del rectángulo mide el doble que su altura y que se usa todo el hilo en las figuras geométricas indicadas, hallar las longitudes de los trozos de hilo para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.

BLOQUE 2

2-A) Considera el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+y+mz=1 \\ mx+(m-1)y+z=m \\ x+y+z=m+1 \end{cases}$, donde $m \in R$.

a) Determina el carácter del sistema según los valores de m.
b) Resuelve el sistema cuando sea compatible determinado.

c) Modifica solamente un coeficiente de la última ecuación para que el sistema resultante sea compatible para cualquier valor de m.

2-B) Considera la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 1 & 1 & m \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$, donde $m \in R$.

a) Determina para qué valores de m la matriz A es regular (inversible).

b) Para m = 2 resuelve los tres sistemas de ecuaciones siguientes: $AX = e_1$, $AY = e_2$ y $AZ = e_3$, donde e_1, e_2 y e_3 son respectivamente la primera, segunda y tercera columna de la matriz unidad (identidad) de orden tres.

c) Calcula la matriz B que cumple: $\frac{1}{3}AB - A = I$ para m = 2.
(Indicación: con los vectores X, Y y Z del apartado anterior puedes construir A^{-1}).

BLOQUE 3

3-A) Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta. Para las afirmaciones que consideres que son falsas pon un ejemplo ilustrativo.

a) Si tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ cumplen $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, entonces $\vec{v} = \vec{w}$.

b) No existen dos vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$ cumpliendo $\left|\vec{v}\right| = 1$, $\left|\vec{w}\right| = 2$ y $\left|\vec{v} \cdot \vec{w}\right| = 3$.

c) Si tres vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente independientes, entonces también lo son los vectores $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$ y $\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$.

3-B) Considera la recta y los planos siguientes:

$$\frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{-1},\ \pi_1 \equiv -3x + 2y - z + 2 = 0 \text{ y } \pi_2 \equiv 2x + 2y - 2z + 3 = 0.$$

a) Determina la posición relativa de la recta con respecto a cada uno de los planos.

b) Determina la posición relativa de los dos planos.

c) Calcula la distancia de la recta al plano π_2.

****