PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2007

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El examen consta de tres bloques de ejercicios y cada bloque tiene dos opciones. De cada bloque debe escogerse uno sola de las opciones (A o B).

2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.

3.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1

1-A) Un cajero automático contiene 1.330 euros repartidos en billetes de tres tipos distintos: 10, 20 y m euros. En el cajero hay en total 97 billetes y el número de billetes de 10 euros es el doble del número de billetes de 20 euros.

a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita averiguar cuántos billetes hay de cada tipo.

b) Prueba que para $m \in \{5,\ 50,\ 100,\ 200,\ 500\}$ el sistema es compatible determinado.

c) Razona si en el cajero puede haber billetes de 100 euros.

1-B) Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 4 \\ 3 & m & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, donde $m \in R$.

a) Determina para qué valores de m la matriz A es regular (inversible).

b) Para m = 1 resuelve el sistema de ecuaciones lineales: $AX = B,\ con\ B = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

c) Calcula $C - A^{-1} \cdot B$, siendo $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ y B definida en el apartado anterior.

Indicación: No se necesita calcular A^{-1}.

BLOQUE 2

2-A) Considera la función $f: R \to R$ definida por $f(x)=\begin{cases} sen\ x & si\ \ x \leq 0 \\ bx+x^2 & si\ \ x>0 \end{cases}$ con $b \in R$.

a) Calcula el valor de b para que f sea derivable en x = 0.

b) Para b = -2 y el intervalo $[-2\pi,\ 3]$, determina los puntos de corte con los ejes, extremos relativos (máximos y mínimos), la curvatura y dibuja la gráfica de la función de f.

c) Calcula el área comprendida entre la curva $y = sen\ x$ y la recta y = 0 en el intervalo $[-2\pi,\ 0]$.

2-B) Queremos hacer un envase con tapa y forma de prisma regular con base cuadrada y cuya capacidad sea de 10.000 cm^3. Sabiendo que cada cm^2 del material de la base sale un 50 % más caro que cada cm^2 del material empleado para el resto del prisma, halla las dimensiones del envase para que su precio sea el menor posible.

BLOQUE 3

3-A) Considera la recta $r \equiv \frac{x-1}{-4}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{1}$ y el plano $\pi \equiv 3x+4y-6=0$.

a) Comprueba que r y π son paralelos.

b) Calcula la distancia entre r y π.

c) Determina dos rectas distintas que estén contenidas en π y sean paralelas a r.

3-B) Considera los puntos A(1, 1, 1), B(2, 0, -1), C(5, 2, 1) y D(4, 3, 3).

a) Justifica que los puntos son los vértices consecutivos de un paralelogramo.

b) Razona si dicho paralelogramo es un rectángulo.

c) Determina una ecuación general del plano que contiene a los cuatro puntos.

****