PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2006

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3.- Todas las preguntas se puntúan igual.
4.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1

1-A) Se considera la función $f : R \to R$ definida por $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+1} & si \quad x<0 \\ \dfrac{4}{3}x+1 & si \quad 0 \le x \le 3 \\ 5 & si \quad x>3 \end{cases}$.

a) Calcula los valores de a y b para que f sea continua.

b) Para esos valores de a y b, calcula la derivada de f donde exista. Justifica los casos en los que f no sea derivable.

c) En el intervalo $(-\infty,\ 0)$ estudia la existencia de puntos de corte con los ejes, si la función crece o decrece, la existencia de puntos de inflexión y si tiene asíntotas. Dibuja la gráfica de la función en todo R.

1-B) Se desea diseñar una tabla con forma de trapecio isósceles, que sea de área máxima, que tenga una altura de 60 cm y que la longitud del perímetro menos la longitud de la base mida 280 cm. Determinar las longitudes de todos los lados del trapecio.

BLOQUE 2

2-A) a) Determina la ecuación de un plano α que pasa por el punto A(-1, -1, 1) y siendo $\vec{v}=(1,\ -2,\ 1)$ un vector normal al mismo.

b) Determina unas ecuaciones paramétricas de la recta r que se obtiene al cortarse el plano del apartado anterior con el plano $\beta \equiv z-1=0$.

c) Determina unas ecuaciones paramétricas de la recta s que pasa por B(1, 1, 2) y $C(1,\ -1,\ 2)$.

d) Encontrar la posición relativa de las rectas r y s de los apartados anteriores.

e) Hallar un punto D de la recta r que esté a la misma distancia de los puntos B y C.

2-B) Considera el triángulo de vértices los puntos A(1, 1, 2), B(1, 0, -1) y C(1, -3, 2).

a) Razona si el triángulo es rectángulo.

b) Calcula la recta r que pasa por B y es perpendicular al lado AC.

c) Calcula la recta s que pasa por los puntos A y C.

d) Si P es el punto de corte de las rectas r y s, calcula el módulo del vector $\overrightarrow{BP}$.

e) Calcula la longitud del lado AC.

f) Calcula el producto vectorial de los vectores $\overrightarrow{AC}\ \ y\ \ \overrightarrow{AB}$ y comprueba que su módulo es igual al producto h · b, siendo h el módulo del vector $\overrightarrow{BP}$ y b la longitud del lado AC (calculados en apartados anteriores).

BLOQUE 3

3-A) Considera la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix}$, donde $m \in R$.

a) Prueba que M es una matriz regular (que tiene inversa).

b) Para m = -1 considera el sistema de ecuaciones lineales: $(M - s \cdot I) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, donde $s \in R$ e I es la matriz unidad (identidad) de orden tres. Resuélvelo según los valores del parámetro s.

3-B) Una mujer ha obtenido 4.500 euros de beneficio por invertir un total de 60.000 euros en tres empresas: ALFA, BETA Y GAMMA. Se sabe que el dinero invertido en la empresa ALFA fue m veces la suma de las cantidades invertidas en las empresas BETA y GAMMA y que los beneficios de la inversión fueron del 5 % en la empresa ALFA, 10 % en la empresa BETA y 20 % en la empresa GAMMA.

a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales cuya resolución permita calcular la inversión realizada por la mujer en cada empresa.

b) Prueba que para $m > 0$ el sistema es compatible determinado.

c) Calcula la solución para $m = 2$.

****