PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

SEPTIEMBRE - 2005

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo, en cada caso, una sola de las opciones (A o B). Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1

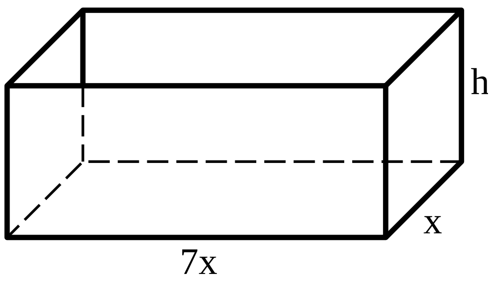
1-A) a) Sea la función $f(x)=\begin{cases} 2ax^2-x+4 & si \;\; x\le 1 \\ ax+2 & si \;\; x>1 \end{cases}$. Calcula un valor de α para que f sea continua en todo R.

b) Para el valor de α calculado, haz un esquema gráfico de la función f. Calcula y señala en gráfico los extremos de f y los puntos de corte con los ejes.

c) Para el valor de α calculado, calcula el área de la región delimitada por f en el primer cuadrante.

d) Para el valor de α calculado, ¿se cumple que la recta $y=ax+2$ es tangente a la función $g(x)=2ax^2-x+4$ en el punto x = 1? Justifica tu respuesta.

1-B) a) Considera una caja de cartón de base rectangular y sin tapa superior. La longitud de uno de los lados del rectángulo de la base es siete veces la del otro. Calcula las dimensiones que ha de tener esta caja para que su volumen sea de 49 cm^3 y para que su fabricación sea lo más económica posible.



b) Si el metro cuadrado de cartón se vende a 2’5 euros, ¿cuánto cuesta cada caja?

BLOQUE 2

2-A) a) Halla el rango de la matriz $M=\begin{pmatrix} 2 & 2-t & 1-t \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & t & 1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro t.

b) El sistema $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ es compatible indeterminado. Calcula sus soluciones.

c) Modifica algún dato en el sistema anterior de forma que resulte compatible determinado. Justifica tu respuesta.

2-B) a) Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & 0 \end{pmatrix}$. ¿Qué condiciones han de cumplir x, y, z para que las matrices A y B conmuten, es decir, para que A · B = B · A?

b) Si B es una de las matrices que conmutan con A, ¿en qué condiciones es B inversible? Calcula la expresión de la inversa, B^{-1}, en función de los parámetros que necesites.

BLOQUE 3

3-A) a) ¿Cuál es la posición relativa de las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 2z \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$.

b) ¿Es posible encontrar un plano que sea perpendicular a la recta r_1 y que además contenga a la recta r_2? Justifica tu respuesta.

c) Calcula la ecuación general del plano π que contenga a las rectas r_1 y r_2.

d) Calcula la ecuación paramétrica de una recta r_3 perpendicular al plano π y tal que la distancia (r_1, r_3) sea igual que la distancia (r_2, r_3) e igual a $\sqrt{105}$ unidades.

3-B) Dados los puntos A(1, 2, 3), B(0, 2, 0) y C(1, 0, 1):

a) Prueba que no están alineados y escribe la ecuación general del plano π determinado por estos tres puntos.

b) Determina las ecuaciones paramétricas de la recta que es la altura del triángulo ABC correspondiente al vértice C.

c) Calcula el área del triángulo ABC.

d) Calcula un punto D en el plano π que has calculado en el apartado a) tal que el triángulo ABD cumpla las dos condiciones siguientes:

- ABD es un triángulo rectángulo con el ángulo recto en el vértice A.

- Área (ABD) = Área (ABC).

****