PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

SEPTIEMBRE - 2004

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3.- Todas las preguntas se puntúan igual.

BLOQUE 1 (Álgebra)

1-A)

a) Estudiar, según el valor de k, el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix} k+1 & 1 & 0 \\ 0 & k+1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

b) Calcular, si es posible, un valor de k para que el sistema siguiente sea compatible determinado. Justificar la respuesta.

$$\begin{pmatrix} k+1 & 1 & 0 \\ 0 & k+1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k+2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c) Lo mismo que en b), pero para que el sistema sea compatible indeterminado.

d) Lo mismo que en b), pero para que el sistema sea incompatible.

1-B) a) Calcular el determinante de la matriz $A=\begin{pmatrix} k & 0 & 0 & 1 \\ 1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & k \end{pmatrix}$.

b) Calcular la inversa de A para el valor de k = 0.

c) Obtener, de forma justificada, una expresión para el determinante de la matriz de orden n que tiene la misma estructura que A, es decir:

$$A=\begin{pmatrix} k & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & k & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & k \end{pmatrix}$$

BLOQUE 2 (Análisis)

2-A) Considerar la función $f(x)=\dfrac{1+x}{1-|x|}$. Se pide:

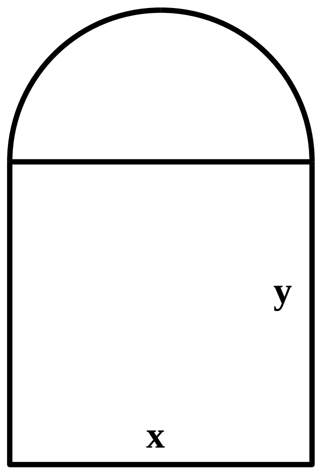
a) Dominio y corte con los ejes.

b) Asíntotas.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Dibujar la gráfica de la función.

2-B) Una ventana tiene forma de un semicírculo colocado sobre un rectángulo. El rectángulo es de cristal transparente, pero el semicírculo es de cristal tintado. El cristal tintado transmite la mitad de la luz por unidad de área que el cristal transparente. Así, la función que nos da la cantidad de luz que pasa por la ventana es: $f(x,\ y)=xy+\dfrac{\pi}{4}\left(\dfrac{x}{2}\right)^2$. Sabiendo que el perímetro total de la ventana ha de ser de 2 metros, calcular las dimensiones x e y de la ventana que proporcionan el máximo posible de luz.



BLOQUE 3 (Geometría)

3-A) a) Hallar la ecuación en forma implícita de la recta r que pasa por P(1, 2, 3) y tiene por vector director $\vec{v}=(6,\ 5,\ 4)$.

b) Calcular la ecuación implícita del plano π que contiene a la recta r y pasa por el punto A(1, 1, 2).

c) Calcular el área del triángulo de vértices P_1, P_2 y P_3 donde estos puntos son los cortes del plano π con los ejes X, Y y Z, respectivamente.

3-B) Sean los vectores $\overrightarrow{v_1}=(2,\ 1,\ 2)$, $\overrightarrow{v_2}=(4,\ 3,\ 2)$ y $\overrightarrow{v_3}=(-k-1,\ 2k+2,\ 2)$.

a) Calcular la ecuación del plano π que tiene $\overrightarrow{v_1}$ y a $\overrightarrow{v_2}$ como vectores directores y que pasa por el punto O(0, 0, 0).

b) Calcular, si es posible, un valor k tal que $\overrightarrow{v_3}$ sea perpendicular simultáneamente a $\overrightarrow{v_1}$ y $\overrightarrow{v_2}$. Justificar la respuesta.

c) Calcular, si es posible, un valor k tal que exista un vector $\overrightarrow{w}$ perpendicular simultáneamente a los tres vectores $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$ y $\overrightarrow{v_3}$. Justificar la respuesta.

****