PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2004

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3.- Todas las preguntas se puntúan igual.

BLOQUE 1 (Álgebra)

1-A) Se considera la matriz $A=\begin{pmatrix} a & 0 & 2a \\ 0 & a & 0 \\ -a & 0 & -a \end{pmatrix}$, donde a es distinto de cero.

a) Calcular A^2.

b) Calcular A^{-1}.

c) Calcular razonadamente A^{20}.

d) Calcular razonadamente $\det\left(A^{19}\right)$.

1-B) a) El sistema $\left.\begin{array}{r} -x+y+z=1 \\ 4y+3z=2 \\ x+2y=1 \\ x+3y+2z=1 \end{array}\right\}$ es compatible determinado. Calcular su solución.

b) Considerar ahora el sistema $\left.\begin{array}{r} -x+y+z=1 \\ 4y+az=2 \\ x+2y=1 \\ x+ay+2z=1 \end{array}\right\}$.

¿Es posible encontrar valores para a tales que el sistema sea incompatible? En caso afirmativo, indicar cuáles. Justificar la respuesta.

c) ¿Es posible encontrar valores para a tales que el sistema sea compatible indeterminado? En caso afirmativo, indicar cuáles. Justificar la respuesta.

BLOQUE 2 (Análisis)

2-A) Considerar la función $f(x)=x^3+ax^2+5$.

a) Calcular el valor de a para que f tenga un extremo relativo (máximo o mínimo) cuando x = 2.

b) Para ese valor de a, calcular todos los extremos relativos, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los puntos de inflexión de f. Dibujar la gráfica de la función.

c) ¿Es posible encontrar algún valor de a tal que $f(x)=x^3+ax^2+5$ sea creciente en todo su dominio? Justificar la respuesta.

2-B) Se considera la función $f(x)=x^2+|x|$.

a) Calcular los puntos en que la gráfica de f corta a los ejes.

b) Calcular los extremos relativos (máximos y mínimos), así como los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

c) Dibujar la gráfica de f.

d) Calcular $\int_{-1}^{2} f(x)\cdot dx$.

BLOQUE 3 (Geometría)

3-A) Dada la recta $r\equiv\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-5}=\dfrac{z+3}{4}$ y el plano $\pi\equiv 2x+4y+4z=5$.

a) Justificar por qué la recta r y el plano π son paralelos.

b) Calcular la distancia del plano π y la recta r.

c) Calcular la ecuación implícita del plano π_1 que es perpendicular a π y contiene a r.

3-B) Se considera la recta $r\equiv\begin{cases}x+2y=7\\x+2z=4\end{cases}$ y el punto P(1, 2, 3).

a) Calcular la ecuación paramétrica del plano π que es perpendicular a la recta r y contiene al punto P.

b) Considerar la recta $s \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \alpha \\ z = 3 + 2\alpha \end{cases} \quad (\alpha \in R)$. ¿Cuál es la posición relativa entre la recta s y el plano π?

c) Calcular las coordenadas del punto Q de la recta s que está mas próximo a la recta r. justificar la respuesta.

****