PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

SEPTIEMBRE - 2002

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3.- Todas las preguntas se puntúan igual.
4.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1(Álgebra)

1-A) Resolver la ecuación: $\begin{vmatrix} x-1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & x-1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & x-1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & x-1 \end{vmatrix} = 0$.

2-A) a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ b & a & 1 & -1 \\ a & -1 & a & 0 \\ -2 & -b & a & 0 \end{pmatrix}$, determinar a y b para que $A^T = -A$, siendo A^T la matriz traspuesta de A.
b) Para los valores a y b obtenidos, calcular $\det(A)$, $\det\left(A^T\right)$ y $\det(3A)$.

BLOQUE 2(Análisis)

2-A) Dada la función $f(x) = x - \sqrt{\dfrac{2}{x+1}}$, se pide:
a) Dominio, cortes con los ejes e intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) Área del recinto limitado por la función f(x), el eje OX y las rectas x = 0 y x = 3.

2-B) Se consideran todos los pares de números reales positivos x, y, tales que $x \cdot y = 2002$. Se pide:
a) Determinar el par x, y cuya suma x + y es mínima y calcular el valor de dicha suma.
b) Probar que entre todos los pares existentes, puede elegirse x, y de forma que x + y sea tan grande como se quiera.

BLOQUE 3(Geometría)

3-A) Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + 2y + z = 7 \\ y + 2z = 5 \end{cases}$, se pide:

a) Probar que r y s están en un mismo plano π.
b) Determinar la posición de la recta $t \equiv x = y + 1 = -z - 2$ respecto del plano π y respecto de la recta s.
c) Ecuación de la recta r', paralela a r, que se corta con s y con t.

3-B) Se consideran los puntos A(4, 0, -1) y B(1, 0, 0). Se pide:
a) Ecuación de la recta r determinada por los puntos A y B y de la recta t paralela a r por el punto P(1, 1, 1)
b) Ecuación del plano π que contiene a las rectas r y t.
c) Determinar algún punto C del plano π de forma que los puntos A, B, C formen un triángulo rectángulo con el ángulo recto en C.

****