PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2002

MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3.- Todas las preguntas se puntúan igual.
4.- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1 (Álgebra)

1-A) Discutir, según los valores de a, el sistema siguiente: $\left.\begin{array}{r} x+ay+2z=3 \\ x-y-az=1 \\ 3x-ay=5 \\ 2ay+3z=2 \end{array}\right\}$. Si para algún valor de a es compatible determinado, resolverlo en este caso.

2-A) a) Comprobar que la matriz $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ cumple que $A^3=-A-I$ y calcular la matriz inversa de A.
b) Si A es cualquier matriz de n filas y n columnas tal que $A^3=-A-I$ y se sabe que $\det(A)=m$, calcular el valor del determinante de A + I en función de m.

BLOQUE 2 (Análisis)

2-A) Sea la función $f(x)=L\,\dfrac{x^2-2}{2x-1}$. Se pide:
a) Dominio, cortes con los ejes y asíntotas.
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) A partir de los datos anteriores, representar gráficamente la función.

2-B) Expresar el número 60 como suma de tres números enteros positivos de forma que el segundo sea triple del primero y su producto sea máximo. Determinar el valor de dicho producto.

BLOQUE 3 (Geometría)

3-A) Dadas las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x+2y=2 \\ x=-2z \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x=-y \\ y=z+1 \end{cases}$, se pide:

a) Determinar las coordenadas del punto P en que se cortan y la ecuación del plano π que las contiene.

b) Calcular la ecuación de la recta s que pasa por el punto Q(2, 0, 1) y corta perpendicularmente a r_1.

c) Obtener las coordenadas del punto R, intersección de r_1 y s, y el área del triángulo de vértices P, Q, R.

3-B) Se considera el plano $\pi \equiv -x+2y+z+1=0$, la recta $r \equiv \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{2} = z-3$ y el punto A(1, 0, 2).

a) Obtener la ecuación del plano π_1 que pasa por el punto A, es paralelo a la recta r y es perpendicular al plano π.

b) Determinar, si es posible, un plano π_2 perpendicular a π que pase por A y que no sea paralelo a r.

****