PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

SEPTIEMBRE - 2000

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3.- Todas las preguntas se puntúan igual.

BLOQUE 1

1-A) Sea la función $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+x}}{x-2}$. Se pide:
a) Dominio y cortes con los ejes.
b) Estudio de las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas.
c) Hacer una gráfica representando los datos obtenidos antes. Si es posible, completar la definición de f(x) en los puntos en que sea necesario para obtener una nueva función que sea continua en todo R o en todo R salvo un número finito de puntos.

1-B) Para cualquier número real a se considera la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & si \ \ -\infty < x \le 0 \\ sen(ax) & si \ \ 0 < x < \pi \\ (x-\pi)^2+1 & si \ \ \pi \le x < \infty \end{cases}$$

a) Determinar los valores de a para los cuales f(x) es continua en todo R. Estudiar la derivabilidad de f(x) para cada uno de estos valores.
b) Determinar un valor de b para el cual la función sen (bx) tenga exactamente 40 mínimos en el intervalo $(0,\ \pi)$.

BLOQUE 2

2-A) Si la matriz $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tiene rango 1 y la matriz $B=\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ tiene rango 2, explicar que valores puede tener el rango de las siguientes matrices:

$$C=\begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & y \\ 0 & 0 & z & w \end{pmatrix} \ ; \ D=\begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ x & y & 0 & 0 \\ z & w & 0 & 0 \end{pmatrix} \ y \ \ E=\begin{pmatrix} a & b & 0 & 0 \\ c & d & 0 & 0 \\ x & 0 & y & 0 \\ z & 0 & w & 0 \end{pmatrix} \ ; \ .$$

2-B) Averiguar, según el valor de a, el número de raíces reales que tiene la ecuación:

$$\begin{vmatrix} x^2 & a & a & a \\ a & x^2 & a & a \\ a & a & x^2 & a \\ a & a & a & x^2 \end{vmatrix} = 0 .$$

<u>BLOQUE 3</u>

3-A) Un cuadrado tiene dos vértices consecutivos en los puntos P(2, 1, 3) y Q(1, 3, 1) y los otros dos sobre una recta r que pasa por el punto R(-4, 7, -6). Se pide:
a) Ecuación de la recta r y del plano π que contiene al cuadrado.
b) Calcular los otros dos vértices de este cuadrado y la longitud de su diagonal.

3-B) Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - ay = 1 \\ y - z = 1 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ x + y + z = 8 \end{cases}$. Probar que, para ningún valor de a, r y s pueden ser paralelas y averiguar el único valor de a para el cual se cortan.

a) Calcular el punto P intersección de r y s y la ecuación del plano π que las contiene.

b) Determinar la ecuación de la recta t que está contenida en el plano π y es perpendicular a r en el punto P. Escribir la ecuación de otras dos rectas p y q que sean perpendiculares a r por el punto P.

****