PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

JUNIO - 2000

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

1.-El ejercicio consta de tres bloques de problemas y cada bloque tiene dos opciones. Debe responderse necesariamente a los tres bloques, escogiendo en cada uno de ellos una sola de las opciones (A o B).
2.- Debe exponerse con claridad el planteamiento del problema o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3.- Todas las preguntas se puntúan igual.

BLOQUE 1

1-A) Sea la función $f(x) = nx - x^n$, siendo n un número entero distinto de 0 y 1.

a) Comprobar que, para cualquier valor de n distinto de 0 y 1, f(x) tiene un extremo relativo en x = 1. Averiguar si depende o no del valor de n, el que este extremo sea máximo o mínimo.

b) Suponiendo ahora que n > 1, determinar, según los valores de n, los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Utilizar esto para probar que $nx - x^n \leq n - 1,\ \forall x \geq 0 \ \ y \ \ \forall n > 1$.

1-B) Dada la función $f(x) = x\sqrt{5 - x^2}$, se pide:

a) Dominio y cortes con los ejes. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) Calcular el área encerrada entre la gráfica de f(x) y el eje de abscisas.

BLOQUE 2

2-A) Si la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ tiene determinante n, averiguar el valor del determinante de las siguientes matrices: $B = \begin{pmatrix} 6d & 4e & 2f \\ 3g & 2h & i \\ 9a & 6b & 3c \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} d+f & e & f+e \\ a+c & b & c+b \\ g+i & h & i+h \end{pmatrix}$.

2-B) Se considera la función $f(x)=\begin{vmatrix} a & b & -2a & 3b \\ -1 & x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$. Sabiendo que f(0) = -3 y que f(1) = f(-1), determinar a y b.

BLOQUE 3

3-A) Dada la recta $r \equiv \begin{cases} 3x - y + z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$, se pide:

a) Determinar la ecuación de la recta s que pasa por el punto P(2, -1, 0) y corta perpendicularmente a r. Calcular el punto Q intersección de r y s y el simétrico de P con respecto a r.

b) Obtener, explicando el procedimiento utilizado, una recta paralela a s que se cruce con r.

3-B) Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$, se pide:

a) De todos los planos que se pueden representar por una ecuación de la forma: $\alpha \equiv 5x + my - 2z + 1 = 0$, probar que hay un único plano π que es paralelo a r. Comprobar si el plano π obtenido contiene o no a la recta r y en caso negativo, determinar el plano π_1 que es paralelo a π y contiene a r.

b) Obtener la ecuación de una recta t contenida en π_1 que sea perpendicular a r. ¿Cuántas hay?

****