2015-Modelo

B. Pregunta 2.-

a) Si tomamos la expresión general de ecuación de onda que se propaga hacia x positivas, utilizando el seno (la elección de seno o coseno es arbitraria, supone tener una diferencia de fase inicial)

$y(x,t)=A\,sen(\omega t-k\,x+\phi_0)$

Comparando con el enunciado tenemos A= 2 m, ω=7 rad/s, k=4 rad/m, y la fase inicial es cero.

$v=\frac{\omega}{k}=\frac{7}{4}=1{,}75\,m/s$

La velocidad de vibración / oscilación es $v_{osc}=\frac{d\,y(x,t)}{dt}=A\,\omega\cos(\omega t-k\,x)$

Se pide la velocidad de oscilación máxima, que es $v_{osc\,máx}=A\,\omega=2\cdot 7=14\,m/s$

b) El tiempo que tarda la onda en recorrer una distancia igual a la longitud de onda es el periodo,

$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{7}\approx 0{,}9\,s$

2014-Septiembre

A. Pregunta 2.-

a) $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}\,rad/cm$

$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow\omega=v\cdot k=12\cdot\frac{\pi}{3}=4\pi\,rad/s$

$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{4\pi}{2\pi}=2\,Hz$

b) Obtenemos la expresión general, con sentido propagación hacia x negativas, tomamos coseno

$y(x,t)=A\cos(\omega t+k\,x+\varphi_0)$

Sustituyendo

$y(x,t)=1\cos(4\pi t+\frac{\pi}{3}x+\varphi_0)$

$y(x=0,t=0)=-1=\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\pi\,rad$

La expresión de la elongación es

$y(x,t)=\cos(4\pi t+\frac{\pi}{3}x+\pi)[y\,en\,cm, x\,en\,cm, t\,en\,s]$

$y(x=24\,cm, t=0{,}15\,s)=\cos(4\pi\cdot 0{,}15+\frac{\pi}{3}\cdot 24+\pi)\approx 0{,}31\,cm$

La expresión de la velocidad es

$v(x,t)=-4\pi\,sen(4\pi t+\frac{\pi}{3}x+\pi)[v\,en\,cm/s, x\,en\,cm, t\,en\,s]$

$v(x=24\,cm, t=0{,}15\,s)=-4\pi\,sen(4\pi\cdot 0{,}15+\frac{\pi}{3}\cdot 24+\pi)\approx 11{,}95\,cm/s$

2014-Junio

B. Pregunta 2.-

a) Expresión general para sentido positivo, tomamos coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\phi_0)$

Con los datos del enunciado:

A=0,2 cm

$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{3}\,rad/m$

$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow\omega=v\cdot k=30\cdot\frac{2\pi}{3}=20\pi\,rad/s$

$y(x=0,t=0)=0=0{,}2\cdot\cos(20\pi\cdot 0-\frac{2\pi}{3}\cdot 0+\phi_0)\Rightarrow 0=\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0\,puede\,ser\,\frac{\pi}{2}\,rad\,ó\,3\frac{\pi}{2}\,rad$

Como nos indican que en ese instante la velocidad de vibración es positiva

$$v_{osc}(x,t)=\frac{dy}{dt}=-0{,}2\cdot 20\cdot\pi\cdot sen(20\pi\cdot t-\frac{2\pi}{3}\cdot x+\phi_0)$$

$v_{osc}(x=0,t=0)=-0{,}2\cdot 20\cdot\pi\cdot sen(\phi_0)\Rightarrow\phi_0\,debe\,ser\,3\frac{\pi}{2}\,rad\,para\,que\,v_{osc}\,sea\,postiva$

La expresión final es

$$y(x,t)=0{,}2\cdot\cos(20\pi\cdot t-\frac{2\pi}{3}\cdot x+3\frac{\pi}{2})[x\,en\,m,t\,en\,s,y\,en\,cm]$$

b) $|v_{osc\,máx}|=\omega\cdot A=20\cdot\pi\cdot 0{,}2=4\pi\approx 12{,}56\,cm/s$

$|a_{osc\,máx}|=\omega^2\cdot A=(20\cdot\pi)^2\cdot 0{,}2=80\pi^2\approx 790\,cm/s^2$

2014-Modelo

B. Pregunta 2.- *(Similar a 2002-Septiembre-Cuestión 1)*

a) La velocidad de la propagación de la onda no variará ya que sólo depende de las propiedades del medio por el que se propaga la onda , no de la frecuencia.

Longitud de onda: como la velocidad de propagación se mantiene constante y es el cociente entre longitud de onda y periodo, si el periodo se duplica, la longitud de onda también se duplicará.

Matemáticamente $\lambda_2=\frac{v}{f_2}=\frac{v}{\frac{f_0}{2}}=\frac{2v}{f_0}=\frac{2v}{\frac{v}{\lambda_0}}=2\lambda_0$

Periodo. Si la frecuencia se reduce a la mitad, el periodo de duplica.

Matemáticamente $T_2=\frac{1}{f_2}=\frac{1}{\frac{f_0}{2}}=\frac{2}{f_0}=2T_0$

Amplitud: no variará ya que no depende de la frecuencia.

b) La velocidad de la propagación de la onda no variará ya que sólo depende de las propiedades del medio por el que se propaga la onda , no de la amplitud.

La velocidad máxima de oscilación de las partículas se duplicará, ya que $v_{máx}=A\omega$.

Matemáticamente $v_{máx2}=A_2\omega_0=2A_0\omega_0=2v_{máx0}$

Longitud de onda: como la velocidad de propagación se mantiene constante y es el producto de longitud de onda y frecuencia, siendo esta también constante, la longitud de onda no varía.

2013-Junio

A. Pregunta 1.-

a) Expresión general para sentido positivo, tomamos coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-k x+\phi_0)$

Para un determinado instante t, la diferencia de fase entre dos puntos x_1 y x_2 será

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(\omega t-kx_2+\Phi_0)-(\omega t-kx_1+\Phi_0)=k(x_1-x_2)=k\Delta x$;

$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi f}{k}\Rightarrow k=\frac{2\pi f}{v}=\frac{2\pi 500}{600}=\frac{5}{3}\pi\,rad/m$$

Sustituyendo: $\pi/3=(5/3)\pi\Delta x \rightarrow \Delta x=1/5=0{,}2$ m

Podemos plantear cualitativamente que un desfase de 60º = $\pi/3$ radianes es 1/6 de longitud de onda, por lo que la distancia será 1/6 de la longitud de onda

$v=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{v}{f}=\frac{600}{500}=1{,}2\,m$ 1/6 de longitud de onda son 0,2 m.

b) Para un determinado punto x, la diferencia de fase entre dos instantes t_1 y t_2 será

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(\omega t_2-kx+\Phi_0)-(\omega t_1-kx+\Phi_0)=\omega(t_2-t_1)=2\pi 500\Delta t$;

$\Delta\varphi=1000\pi\cdot 2\cdot 10^{-3}=2\pi$ rad

Podemos plantear cualitativamente que un 2 milésimas de segundo es precisamente el periodo, luego ambos puntos estarán en fase, separados 2π rad.

2013-Modelo

B. Pregunta 2.-

a) Para un determinado instante t, la diferencia de fase entre dos puntos x_1 y x_2 será

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(100\pi t-0{,}4\pi x_2+\Phi_0)-(100\pi t-0{,}4\pi x_1+\Phi_0)=0{,}4\pi(x_1-x_2)=-0{,}4\pi\Delta x$;

$\Delta x=\Delta\varphi/(-0{,}4\pi)=(\pi/5)/(-0{,}4\pi)=-0{,}5$ m

El signo menos indica que para que la diferencia de fase sea positiva, el segundo punto tiene que tener una coordenada menor que el primero.

b) Para un determinado punto x, la diferencia de fase entre dos instantes t_1 y t_2 será

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(100\pi t_2-0{,}4\pi x+\Phi_0)-(100\pi t_1-0{,}4\pi x+\Phi_0)=100\pi(t_2-t_1)=100\pi\Delta t$;

$\Delta\varphi=100\pi\cdot5\cdot10^{-3}=5\pi$ rad

2012-Septiembre

B. Pregunta 1.-

a) Expresión general para sentido positivo, tomamos coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\phi_0)$

Tomamos datos del enunciado, manejando distancias en centímetros

$$\omega=4\pi\,rad/s$$
$$v=\frac{\omega}{k}=40\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=\frac{\pi}{10}cm/s$$

Sustituyendo

$$y(x,t)=Acos(4\pi t-\frac{\pi}{10}x+\phi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=2{,}3=A\cos(\phi_0)$$
$$v(x,t)=\frac{dy(x,t)}{dt}=-4\pi\,A\,sen(4\pi t-\frac{\pi}{10}x+\phi_0)$$
$$v(x=0\,m,t=0\,s)=27=-4\pi\,A\,sen(\phi_0)$$

Dividimos ambas expresiones

$$\frac{-4\pi\,A\,sen(\phi_0)}{A\cos(\phi_0)}=\frac{27}{2{,}3}\Rightarrow\tan(\phi_0)=\frac{27}{-4\pi\,2{,}3}\Rightarrow\phi_0=-0{,}75\,rad$$

Conocida la fase inicial calculamos la amplitud

$$2{,}3=A\cos(-0{,}75)\Rightarrow A=\frac{2{,}3}{\cos(-0{,}75)}=3{,}14\,cm$$

La expresión final $y(x,t)=3{,}14\cos(4\pi t-\frac{\pi}{10}x-0{,}75)(x,y\,en\,cm,t\,en\,s)$

b) Para la posición x=0, $y(t)=3{,}14\cos(4\pi t-0{,}75)$

La elongación máxima (en valor absoluto) implica que la fase del coseno es 0 ó π.

Como en t=0 la fase es negativa y va creciendo, la primera ocasión en la que es máxima será 0.

4πt-0,75= 0; t=-0,75/(-4π)=0,0597 s

2012-Junio

A. Pregunta 2.-

a) Expresión general para sentido positivo, tomamos coseno $y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\phi_0)$

Utilizamos los datos del enunciado
$$A=0{,}2\,m$$
$$\omega=2\pi f=60\pi\,rad/s$$
$$v=\frac{\omega}{k}=5\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=12\pi\,m/s$$

Sustituyendo

$$y(x,t)=0{,}2\cos(60\pi t-12\pi x+\phi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0=0{,}2\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=\frac{\pi}{2}rad\;ó-\frac{\pi}{2}rad$$
$$v(x,t)=\frac{dy(x,t)}{dt}=-12\pi\,sen(60\pi t-12\pi x+\phi_0)$$
$$v(x=0\,m,t=0\,s)=-12\pi\,sen(\phi_0)>0\Rightarrow\phi_0=\frac{-\pi}{2}rad$$

Expresión final $y(x,t)=0{,}2\cos(60\pi t-12\pi x-\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

b) $|v_{máx}|=A\omega=12\pi\,m/s$

$|a_{máx}|=A\omega^2=720\pi^2\,m/s^2$

2012-Modelo

B. Pregunta 2.-

a)
$$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{v}{f}=\frac{200}{100}=2\,m$$
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{2}=\pi\,rad/m$$

$$\omega=2\pi f=200\,rad/s$$

b)
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)=1{,}5\cos(200\pi t-\pi x+\phi_0)$$
$$y(x=3\,m,t=0)=1{,}5=1{,}5\cos(-3\pi+\phi_0)\Rightarrow -3\pi+\phi_0=0\Rightarrow\phi_0=3\pi\,rad$$
$$y(x,t)=1{,}5\cos(200\pi t-\pi x+3\pi)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

2011-Septiembre-Coincidentes

B. Problema 1.-

a) $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{1}{0{,}2}=5\,m/s$

b) $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0{,}2}=10\pi\,rad/s;\ k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1}=2\pi\,rad/m$

La velocidad es nula cuando la elongación es máxima, luego A=0,1 m (Se puede razonar matemáticamente con la expresión de la velocidad en función del tiempo, apartado d)

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)=0{,}1\cos(10\pi t-2\pi x+\phi_0)$$
$$y(x=0,t=0)=0{,}1=0{,}1\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=0\,rad$$
$$y(x,t)=0{,}1\cos(10\pi t-2\pi x)[x\,e\,y\,en\,m,t\,en\,s]$$

c) $y(x=0{,}4\,m,t=4\,s)=0{,}1\cos(10\pi 4-2\pi 0{,}4)=-0{,}08\,m$

d) $v=\frac{d(y(x,t))}{dt}=-0{,}1\cdot 10\cdot\pi\,sen(10\pi t-2\pi x)[v\,en\,m/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$

(Asociado al apartado b, se puede ver como v(x=0, t=0)=0)

2011-Septiembre

A. Problema 1.-

a) $v=\frac{\lambda}{T}=\lambda\cdot f=0{,}04\cdot 8=0{,}32\,m/s$

b)
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)$$
$$y(x=0,t=0)=0{,}01=0{,}02\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=arcos(0{,}5)=\pm\frac{\pi}{3}\,rad$$
$$v(x,t)=\frac{d\,y(x,t)}{dt}=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\phi_0)$$
$$v(x=0,t=0)=-0{,}02\,sen(\phi_0)>0\Rightarrow\phi_0=\frac{-\pi}{3}\,rad$$

c)
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)=0{,}02\cos(2\pi 8t-2\frac{\pi}{0{,}04}x-\frac{\pi}{3})$$
$$y(x,t)=0{,}02\cos(16\pi t-50\pi x-\frac{\pi}{3})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

d) Podemos plantear cualitativamente que un desfase de π/3 radianes es 1/6 de longitud de onda, por lo que la separación será λ/6=0,04/6=0,0067 m

Matemáticamente $\Delta\phi=k\Delta x\Rightarrow\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{0{,}04}\cdot\Delta x\Rightarrow\Delta x=0{,}0067\,m$

2011-Junio-Coincidentes

A. Cuestión 1.-

a)
$$\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{\frac{4\pi^2\cdot 10^4}{1}}=2\pi 10^2=200\pi\,rad/s$$
$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{200\pi}{2\pi}=100\,Hz;\ \lambda=\frac{v}{f}=\frac{10}{10^2}=0{,}1\,m$$

b)
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}1}=20\pi\,rad/m$$
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)=0{,}01\cos(200\pi t-20\pi x+\phi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0{,}01=0{,}01\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=0\,rad$$
$$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\phi_0)=-2\pi\,sen(200\pi t-20\pi x+\phi_0)$$
$$v(x=0\,m,t=0s)=0=-2\pi\,sen(0)[comprobación,no\,necesitamos\,el\,dato]$$
$$y(x,t)=1{,}5\cos(200\pi t-\pi x)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

2011-Junio

A. Cuestión 2.-

a)
$$v=\frac{0,5}{2}=0,25\, m/s\,;\lambda=0,25\, m\,;\, v=\lambda\, f\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}=\frac{0,25}{0,25}=1\, Hz$$
$$\omega=2\pi f=2\pi\, rad/s\,;\, k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0,25}=8\pi\, rad/m$$

Asumimos propagación sentido de x positivas

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\phi_0)=0,05\cos(2\pi t-8\pi x+\phi_0)$$
$$y(x=0m,t=0s)=0=0,05\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=\frac{+\pi}{2}\, ó-\frac{\pi}{2}\, rad$$
$$y(x,t)=0,05\cos(2\pi t-8\pi x\pm\frac{\pi}{2})[y,x\, en\, m,t\, en\, s]$$

Nota: con los datos del enunciado hay dos opciones para la fase inicial
$$y(x,t)=0,05\cos(2\pi t-8\pi x\pm\frac{\pi}{2})$$

b)
$$a(x,t)=\frac{d^2}{dt}y(x,t)=-0,05(2\pi)^2\cos(2\pi t-8\pi x\pm\frac{\pi}{2})$$
$$a(x=0,25\, m,t=1\, s)=-0,05(2\pi)^2\cos(2\pi-8\pi\cdot 0,25\pm\frac{\pi}{2})$$
$$a(x=0,25\, m,t=1\, s)=-0,2\pi^2\cos(2\pi-2\pi\pm\frac{\pi}{2})=0\, m/s^2$$

2011-Modelo

B. Problema 1.-

Nota: Similar a 2010-Modelo-B-Problema 1, utilizando otros datos.

a) $A=5\, cm=0,05\, m\,;\omega=\frac{\pi}{3}=2\pi f\Rightarrow f=\frac{1}{6}\, Hz$

b) Podemos plantear cualitativamente que un desfase de π radianes es media longitud de onda, por lo que la longitud de onda será el doble de esa distancia mínima, es decir λ=0,6 m

Matemáticamente $\Delta\varphi=k\,\Delta x\Rightarrow\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0,3\Rightarrow\lambda=0,6\, m$ $\quad v=\lambda f=\frac{0,6\cdot 1}{6}=0,1\, m/s$

c) Utilizamos como función el seno que es la que describe el desfase en x =0, y así tendremos el mismo desfase inicial
$$k=\frac{2\pi}{0,6}=\frac{10}{3}\pi\, rad/m$$
$$y(x,t)=A\, sen(\omega t-k\,x+\varphi_0)=0,05\, sen(\frac{\pi}{3}t-\frac{10}{3}\pi x+\frac{\pi}{4})[y,x\, en\, m,t\, en\, s]$$

d) Se piden dos cosas: v(x=0,9 m, t) y v(x=0,9 m, t= 20 s)
$$v(x,t)=\frac{d}{dt}y(x,t)=A\omega\cos(\omega t-k\,x+\varphi_0)=0,05\frac{\pi}{3}\cos(\frac{\pi}{3}t-\frac{10}{3}\pi x+\frac{\pi}{4})[v\, en\, m/s,x\, en\, m,t\, en\, s]$$
$$v(x=0,9\, m,t)=0,05\frac{\pi}{3}\cos(\frac{\pi}{3}t-\frac{10}{3}\pi 0,9+\frac{\pi}{4})=0,05\frac{\pi}{3}\cos(\frac{\pi}{3}t+\frac{-36+3}{12}\pi)$$
$$v(x=0,9\, m,t)=0,05\frac{\pi}{3}\cos(\frac{\pi}{3}t-\frac{11}{4}\pi)[v\, en\, m/s,t\, en\, s]$$

$$v(x=0,9\, m,t=20\, s)=0,05\frac{\pi}{3}\cos(\frac{\pi}{3}20-\frac{11}{4}\pi)=0,05\frac{\pi}{3}\cos(\frac{80-33}{12}\pi)$$
$$v(x=0,9\, m,t=20\, s)=0,05\frac{\pi}{3}\cos(\frac{47}{12}\pi)=0,0506\, m/s$$

2010-Septiembre-Fase General

B. Cuestión 2.-

a) Observando la gráfica, vemos que la distancia temporal mínima entre dos puntos en fase es de 3 s, luego T = 3 s. $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{1}{3}=0,33\, m/s$

b) En la gráfica vemos que A=0,8 m. Como para x =0 la función respecto de t vale cero e n t=0 y su valor es creciente hasta T/4, utilizamos la función seno para conseguir desfase inicial nulo

$$y(x,t)=A\,sen(\omega t-kx)=0{,}8\,sen(\frac{2\pi}{3}t-2\pi x)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

2010-Junio-Fase General

A. Cuestión 2.-

a) $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)$

b) Amplitud: valor máximo de la perturbación en un punto concreto de la dirección de propagación, respecto a su valor de equilibrio.
Período: intervalo de tiempo en el que se completa una oscilación completa en un punto concreto de la dirección de propagación.
Longitud de onda: distancia mínima entre dos puntos de la dirección de propagación que oscilan en fase.
Fase inicial: argumento de la función trigonométrica a t=0 y x=0 que determina el valor de la perturbación en t=0 y x=0.

2010-Junio-Fase Específica

A. Problema 1.-

a) $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2}=0{,}5\,Hz;\lambda=\frac{v}{f}=\frac{0{,}6}{0{,}5}=1{,}2\,m$

$$\omega=2\pi f=2\pi 0{,}5=\pi\,rad/s;k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1{,}2}=\frac{20}{12}\pi=\frac{5}{3}\pi\,rad/m$$

b) $$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)=A\cos(\pi t-\frac{5}{3}\pi x+\phi_0)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

$$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\phi_0)=-A\pi\,sen(\pi t-\frac{5}{3}\pi x+\phi_0)[v\,en\,m/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

Usamos los datos proporcionados para x=0,3 m y t =1 s. Cualitativamente: si la elongación es nula, la velocidad tendrá un valor absoluto máximo, ya que la oscilación está pasando por el punto de equilibrio. Si la velocidad es positiva, quiere decir que el valor de la elongación aumenta, y como hemos utilizado para la elongación la función coseno, que es creciente argumento 0, tenemos que añadir desfase.

$$y(x=0{,}3\,m,t=1\,s)=0=A\cos(\pi-\frac{5}{3}\pi 0{,}3+\phi_0)=A\cos(\pi-0{,}5\pi+\phi_0)=A\cos(\frac{\pi}{2}+\phi_0)$$

$$\frac{\pi}{2}+\phi_0=\arccos(0)=\frac{\pm\pi}{2}rad\Rightarrow\phi_0=0\,ó\,\pi\,rad[2\,opciones]$$

$$v(x=0{,}3\,m,t=1\,s)>0;-A\pi\,sen(\frac{\pi}{2}+\phi_0)>0\Rightarrow\phi_0=\pi\,rad[\phi_0=0\,rad\,daría\,v<0]$$

Usamos los datos proporcionados para x=0,3 m y t =1,5 s, inicialmente los del enunciado para reconocer la situación de que el dato no permite obtener una solución. Cualitativamente podemos ver que son datos para la misma posición, y 0,5 s después, es decir T/4 después, y como el valor de la elongación aumenta, sabemos que la elongación será máxima y positiva, punto en el que la velocidad es nula.

$$y(x=0{,}3\,m,t=1{,}5\,s)=-0{,}05=A\cos(1{,}5\pi-0{,}5\pi+\pi)=A\cos(2\pi)=A\Rightarrow A=-0{,}05\,m$$

Vemos que el resultado es inconsistente, ya que la amplitud en la expresión debe ser positiva. Si utilizamos el dato corregido

$$y(x=0{,}3\,m,t=1{,}5\,s)=+0{,}05=A\cos(1{,}5\pi-\frac{5}{3}\pi 0{,}3+\pi)=A\cos(2\pi)=A\Rightarrow A=+0{,}05\,m$$

$$v(x=0{,}3\,m,t=1{,}5\,s)=0=-A\pi\,sen(2\pi)=0[comprobación,el\,dato\,no\,lo\,usamos]$$

c) $y(x,t)=0{,}05\cos(\pi t-\frac{5}{3}\pi x+\pi)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

d) Cualitativamente podemos ver que si una longitud de onda implica un desfase de 2π rad, un cuarto de longitud de onda será la cuarta parte. Matemáticamente $\Delta\phi=k\Delta x=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4}=\frac{\pi}{2}rad$

2010-Modelo

B. Problema 1.-
Solución 100% idéntica a a 2007-Junio-A-Problema 1

2009-Septiembre
A. Problema 1.-
a)
$$v=\lambda f \Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}=\frac{0,7}{1,4}=0,5\,Hz\,;\,\omega=2\pi f=\pi\,rad/s$$
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{1,4}=\frac{10}{7}\pi\approx 4,5\,rad/m$$
$$y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0)=0,08\cos(\pi t-\frac{10}{7}\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0,04=0,08\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\arccos(\frac{0,04}{0,08})=\frac{\pm\pi}{3}rad$$
b)
$$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t-kx+\varphi_0)=-0,08\pi\,sen(\pi t-\frac{10}{7}\pi x+\frac{\pi}{3})$$
$$v(x=0,t=0)=-0,08\pi\,sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{-\pi}{3}[\phi_0=\frac{\pi}{3}\,daría\,v<0]$$
$$y(x,t)=0,08\cos(\pi t-\frac{10}{7}\pi x-\frac{\pi}{3})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$
c) $y(x=0,7\,m,t)=0,08\cos(\pi t-\frac{10}{7}\pi 0,7-\frac{\pi}{3})=0,08\cos(\pi t-\frac{4}{3}\pi)[y\,en\,m,t\,en\,s]$

d) Podemos plantear cualitativamente que 0,35 m es un cuarto de la longitud de onda, por lo el desfase será una cuarta parte de 2π, es decir π/2 rad.

Matemáticamente $\Delta\varphi=k\Delta x=\frac{2\pi}{1,4}\cdot 0,35=\frac{\pi}{2}rad$

2008-Septiembre
B. Problema 2.-
a) $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{\pi}=2\,m;\,v=\lambda f=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi}{\pi}=2\,m/s$

b) $\Delta\varphi=\phi(x+\Delta x)-\varphi(x)=\omega t-k(x+\Delta x)-\varphi_0-(\omega t-kx-\varphi_0)=k\Delta x=\pi\cdot 1=\pi\,rad$

c) $\Delta\varphi=\varphi(t+\Delta t)-\varphi(t)=\omega(t+\Delta t)-kx-\varphi_0-(\omega t-kx-\varphi_0)=\omega\Delta t=2\pi\cdot 2=4\pi\,rad$

d) $v_{máx\,oscilación}=máx(\pi\cos(2\pi t-\pi x+\pi))=\pi\,m/s[También\,como\,A\omega=0,5\cdot 2\pi]$

2008-Modelo
Cuestión 2.-
a) $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{2\pi}{2\pi}=1\,Hz;\,v=\lambda f=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}}=8\,m/s$

b) 120º = 2π/3 rad
$$\Delta\phi=k\Delta x\Rightarrow\Delta x=\frac{\Delta\phi}{k}=\frac{\frac{2\pi}{3}}{\frac{\pi}{4}}=\frac{8}{3}=2,67\,m$$

2007-Septiembre
Cuestión 2.-
$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0,2}=10\pi\,rad/s$$
a y b)
$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\phi_0)=A\cos(10\pi t+kx+\phi_0)$$
$$v(x,t)=-A\omega\,sen(\omega t+kx+\phi_0)=-A\,10\pi\,sen(10\pi t+kx+\phi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0,02=A\cos(\phi_0)$$
$$v(x=0\,m,t=0\,s)=-2=-A\,10\pi\,sen(\phi_0)$$

$$\text{Podríamos obtener fácilmente } \phi_0 \text{ primero dividiendo ambas expresiones}$$
$$\text{pero nos piden primero la amplitud, operamos para obtenerla sin calcular antes } \phi_0$$

$$(\cos(\phi_0))^2=\left(\frac{0{,}02}{A}\right)^2$$

$$(sen(\phi_0))^2=\left(\frac{-2}{-A\,10\pi}\right)^2$$

$$(\cos(\phi_0))^2+(sen(\phi_0))^2=1=\left(\frac{0{,}02}{A}\right)^2+\left(\frac{1}{5\pi A}\right)^2$$

$$1=\frac{0{,}02^2\cdot 5^2\pi^2+1}{5^2\pi^2 A^2}\Rightarrow A=\sqrt{\frac{0{,}02^2\cdot 5^2\pi^2+1}{5^2\pi^2}}=0{,}067\ m$$

$$\text{Podemos obtener } \phi_0 \text{ de dos maneras:}$$

$$A: \text{Dividiendo las dos expresiones anteriores}$$

b)

$$\frac{-2}{0{,}02}=-10\pi\,tg(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=arctg\left(\frac{-2}{0{,}02\cdot(-10\cdot\pi)}\right)=1{,}27\ rad\ \text{ó}\ 1{,}27+\pi\ rad$$

$$B: \text{Una vez conocido } A;\ \cos(\phi_0)=\frac{0{,}02}{A}\Rightarrow\phi_0=\arccos\left(\frac{0{,}02}{0{,}067}\right)=\pm 1{,}27\ rad$$

$$\text{Tomamos } \phi_0=1{,}27\ rad \text{ para que } y(x=0\,m,t=0\,s)>0 \text{ y } v(x=0\,m,t=0\,s)<0$$

c) $v_{máx\,oscilación}=máx(0{,}0675\cdot 10\pi\,sen(10\pi t+kx+1{,}27))=0{,}675\pi=2{,}1\ m/s\ [\text{También como } A\omega]$

d)

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{v\cdot T}=\frac{\omega}{v}=\frac{10\pi}{30}=\frac{\pi}{3}\ rad/m$$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\phi_0)=0{,}0675\cos\left(10\pi t+\frac{\pi}{3}x+1{,}27\right)[y,x\ en\ m,t\ en\ s]$$

2007-Junio

A. Problema 1.-

a) $A=2\,cm=0{,}02\,m;\ \omega=\frac{\pi}{4}=2\pi f\Rightarrow f=\frac{1}{8}=0{,}125\ Hz$

b) Podemos plantear cualitativamente que un desfase de π radianes es media longitud de onda, por lo que la longitud de onda será el doble de esa distancia mínima, es decir λ=0,4 m

Matemáticamente $\Delta\varphi=k\,\Delta x\Rightarrow\pi=\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0{,}3\Rightarrow\lambda=0{,}4\,m$ $\quad v=\lambda f=\frac{0{,}4\cdot 1}{8}=0{,}05\ m/s$

c) Utilizamos como función el seno que es la que describe el desfase en x =0, y así tendremos el mismo desfase inicial

$$k=\frac{2\pi}{0{,}4}=5\pi\ rad/m$$

$$y(x,t)=A\,sen(\omega t-k\,x+\varphi_0)=0{,}02\,sen\left(\frac{\pi}{4}t-5\pi x+\frac{\pi}{2}\right)[y,x\ en\ m,t\ en\ s]$$

d) Se piden dos cosas: v(x=0,9 m, t) y v(x=0,9 m, t= 20 s)

$$v(x,t)=\frac{d}{dt}y(x,t)=A\omega\cos(\omega t-k\,x+\varphi_0)=0{,}02\frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}t-5\pi x+\frac{\pi}{2}\right)[v\ en\ m/s,x\ en\ m,t\ en\ s]$$

$$v(x=0{,}9\,m,t)=0{,}005\pi\cos\left(\frac{\pi}{4}t-5\pi 0{,}9+\frac{\pi}{4}\right)=0{,}005\pi\cos\left(\frac{\pi}{4}t+\frac{-18+1}{4}\pi\right)$$

$$v(x=0{,}9\,m,t)=0{,}005\pi\cos\left(\frac{\pi}{4}t-\frac{17}{4}\pi\right)[v\ en\ m/s,t\ en\ s]$$

$$v(x=0{,}9\,m,t=20\,s)=0{,}005\pi\cos\left(\frac{\pi}{4}20-\frac{17}{4}\pi\right)=0{,}005\pi\cos\left(\frac{20-17}{4}\pi\right)$$

$$v(x=0{,}9\,m,t=20\,s)=0{,}005\pi\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right)=-0{,}0111\ m/s$$

2007-Modelo

A. Problema 1.-

a) El sentido es hacia x negativas, ya que el signo que acompaña a kx en la expresión es positivo.

$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{10\pi}{2\pi}=5\,m/s$

b) $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{10\pi}{2\pi}=5\,Hz\,;\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{2\pi}=1\,m$

c) $\Delta\varphi=k\,\Delta x=2\pi\cdot 0{,}2=0{,}4\,\pi=1{,}26\,rad$

d) $v_{máx oscilación}=A\,\omega=0{,}01\cdot 10\pi=0{,}1\,\pi=0{,}314\,m/s$
$a_{máx\,oscilación}=A\,\omega^2=0{,}01\cdot(10\,\pi)^2=\pi^2=9{,}87\,m/s^2$

2006-Septiembre

B. Problema 1.-

a) $v=\lambda\,f=0{,}04\cdot 8=0{,}32\,m/s$

$\omega=2\pi\,f=16\pi\,rad/s\,;k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}04}=50\pi\,rad/m$

b) $y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\phi_0)=0{,}02\cos(16\pi t-50\pi x+\phi_0)$
$y(x=0\,m,t=0\,s)=-0{,}02=0{,}02\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=\pi\,rad$

c) $y(x,t)=0{,}02\cos(16\pi t-50\pi x+\pi)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

d) $\Delta\,\phi=k\,\Delta\,x\Rightarrow\Delta\,x=\frac{\Delta\phi}{k}=\frac{\frac{\pi}{3}}{50\pi}=\frac{1}{150}=6{,}67\cdot 10^{-3}\,m$

2005-Septiembre

B .Problema 1.-

a) $v=\lambda\,f=\frac{\omega}{k}=\frac{2\pi}{\pi}=2\,m/s$

b) $v(x,t)=\frac{d}{dt}(y(x,t))=0{,}06\pi\cos(2\pi t-\pi x)[v\,en\,m/s,x\,en\,m,t\,en\,s]$
$v_{máx\,oscilación}=A\,\omega=0{,}06\pi=0{,}188\,m/s$

c) $y(x=0{,}5\,m,t=0)=0{,}03\,sen(-\pi\cdot 0{,}5)=-0{,}03\,m$
$y(x=1\,m,t=0)=0{,}03\,sen(-\pi)=0\,m$

d) $y(x=1\,m,t=0{,}5\,s)=0{,}03\,sen(2\pi\cdot 0{,}5-\pi)=0\,m$

2005-Junio

B. Problema 1.-

a) $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{3}\,rad/s$

La frase “distancia que recorre la partícula entre posiciones extremas” nos indica el doble de la amplitud, luego 2A=0,2 m y A = 0,1 m

$v_{máx oscilación}=A\,\omega=0{,}1\cdot 2\frac{\pi}{3}=0{,}21\,m/s$

$a_{máx oscilación}=A\omega^2=0{,}1\cdot(2\frac{\pi}{3})^2=\pi=0{,}44\,m/s^2$

b) El enunciado nos dice que λ=0,6 m

$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{0{,}6}{3}=0{,}2\,m/s\,;k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}6}=\frac{10}{3}\pi\,rad/m$

2004-Septiembre

Cuestión 2.-

a) $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{10}=0{,}1\,s\,;\lambda=\frac{v}{f}=\frac{20}{10}=2\,m$

$\omega=2\pi\,f=20\pi\,rad/s\,;k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{2}=\pi\,rad/m$

b) $y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\phi_0)=0{,}02\cos(20\pi t-\pi\,x+\phi_0)$
$y(x=0\,m,t=0\,s)=0{,}02=0{,}02\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=0\,rad$
$y(x,t)=0{,}02\cos(20\pi t-\pi x)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$

2004-Junio

A. Problema 1.-

a) $\lambda=0{,}1\,m\,;\,v=\lambda\,f=0{,}1\cdot 50=5\,m/s$

b) $\omega=2\pi\,f=20\pi\,rad/s\,;\,k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}1}=20\pi\,rad/m$

Tomando datos del enunciado, como en t=0 la elongación es nula tomamos función seno en lugar de coseno (la elección es arbitraria, implica desfase distinto)

$$y(x,t)=A\,sen(\omega t-k\,x+\varphi_0)=0{,}04\,sen(100\pi t-20\pi\,x+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0=0{,}04\,sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=0\,rad\,ó\,\pi\,rad$$
$$y(x,t)=0{,}04\,sen(100\pi t-20\pi\,x)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]\,ó$$
$$y(x,t)=0{,}04\,sen(100\pi t-20\pi x+\pi)[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

Nota: con los datos del enunciado hay dos opciones para la fase inicial, 0 y π (-π es equivalente a π) cada una estaría asociada a que la velocidad de oscilación fuera positiva o negativa en t=0 para el punto x=0, pero el enunciado no indica el signo de la velocidad.

Si lo hubiéramos planteado con coseno

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\varphi_0)=0{,}04\cos(100\pi t-20\pi x+\varphi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0=0{,}04\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{\pi}{2}\,rad\,ó-\frac{\pi}{2}\,rad$$
$$y(x,t)=0{,}04\cos(100\pi t-20\pi x+\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]\,ó$$
$$y(x,t)=0{,}04\,sen(100\pi t-20\pi x-\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

c) $v_{máx\,oscilación}=A\,\omega=0{,}04\cdot 100\pi=4\pi\approx 12{,}57\,m/s$

d) $a_{máx\,oscilación}=A\,\omega^2=0{,}04\cdot(100\pi)^2=400\pi^2\approx 3948\,m/s^2$

2004-Modelo

Cuestión 2.-

a) $A=4\,m$

b) $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{50}=0{,}04\pi=0{,}126\,s$

c) $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}=1{,}57\,m$

d) $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{50}{4}=12{,}5\,m/s$ Sentido velocidad hacia x positivas.

2003-Septiembre

Cuestión 2.-

a) $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{200\pi}{2\pi}=100\,Hz\,;\,\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{5}=1{,}26\,m$

b) $A=3\,m\,;\,v=\frac{\lambda}{T}=\frac{\omega}{k}=\frac{200\pi}{5}=40\pi=125{,}7\,m/s$ Sentido velocidad hacia x positivas.

2003-Junio

Cuestión 2.-

a) $\Delta\phi=k\,\Delta\,x\Rightarrow\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{\lambda}0{,}1\Rightarrow\lambda=0{,}4\,m$

b) $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{0{,}4}{2\cdot 10^{-3}}=200\,m/s$

2003-Modelo

B. Problema 1.-

a) $\omega=2\pi f=160\pi\,rad/s\,;\,v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=\frac{160\pi}{12}=\frac{40}{3}\pi\,rad/m$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-k\,x+\phi_0)=0{,}25\cos(160\pi t-\frac{40}{3}\pi x+\phi_0)$$
$$y(x=0\,m,t=0\,s)=0=0{,}25\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=\pm\frac{\pi}{2}\,rad$$

$$v(x,t)=-A\omega\, sen(\omega t-kx+\phi_0)=-0{,}25\cdot 160\pi\, sen(160\pi t-\frac{40}{3}\pi x+\phi_0)$$

$$v(x=0\,m,t=0\,s)>0;-40\pi\, sen(\phi_0)>0\Rightarrow\phi_0=\frac{-\pi}{2}rad$$

$$y(x,t)=0{,}25\cos(160\pi t-\frac{40}{3}\pi x-\frac{\pi}{2})[y,x\,en\,m,t\,en\,s]$$

b)

$$v(x=0{,}75\,m,t)=-40\pi\, sen(160\pi t-\frac{40}{3}\pi 0{,}75-\frac{\pi}{2})=-40\pi\, sen(160\pi t-10\pi-\frac{\pi}{2})$$

$$v(x=0{,}75\,m,t)=-40\pi\, sen(160\pi t-\frac{21}{2}\pi)[v\,en\,m/s,t\,en\,s]$$

c)

$$v_{máx\,oscilación}=A\omega=0{,}25\cdot 160\pi=40\pi=125{,}67\,m/s$$

$$a_{máx\,oscilación}=A\omega^2=0{,}25\cdot(160\pi)^2=6400\pi^2=63165\,m/s^2$$

d) $\Delta\phi=k\Delta x=\frac{40}{3}\pi\cdot 0{,}375=15{,}71\,rad$

2002-Septiembre

Cuestión 1.-

a) Si la frecuencia se reduce a la mitad, el periodo de duplica.

Matemáticamente $T_2=\frac{1}{f_2}=\frac{1}{\frac{f_1}{2}}=\frac{2}{f_1}=2T_1$

b) La velocidad de la propagación de una onda sólo depende de las propiedades del medio por el que se propaga la onda , no de la frecuencia, por lo que no variará. (Se podría mencionar cualitativamente que la velocidad de propagación en una cuerda depende de la tensión y la densidad lineal de masa, pero no de la frecuencia, o mencionar explícitamente la fórmula $v=\sqrt{\frac{T}{\rho_L}}$).

c) Como la velocidad de propagación se mantiene constante y es el cociente entre longitud de onda y periodo, si el periodo se duplica, la longitud de onda también se duplicará.

Matemáticamente $\lambda_2=\frac{v}{f_2}=\frac{v}{\frac{f_1}{2}}=\frac{2v}{f_1}=\frac{2v}{\frac{v}{\lambda_1}}=2\lambda_1$

d) Suponemos constante la cantidad de energía, para cada punto de la cuerda tenemos

$$E=\frac{1}{2}KA^2(aquí\ K\ es\ la\ constante\ elástica\ ,K=m\omega^2,no\ el\ número\ de\ onda\ k=\frac{2\pi}{\lambda})$$

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}m4\pi^2f^2A^2\Rightarrow A=\frac{1}{\pi f}\sqrt{\frac{2E}{4m}}=\frac{T}{\pi}\sqrt{\frac{E}{2m}}$$

Viendo las expresiones, si la frecuencia se reduce a la mitad, la amplitud se duplica para que la energía sea la misma, o también, si el periodo se duplica, la amplitud también.

2002-Junio

Cuestión 2.-

a)

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}$$

$$y(x,t)=A\cos(\omega t-\frac{\omega}{v}x+\phi_0)$$

b) $y(x,t)=A\cos(\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x+\phi_0)$

c) $y(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\phi_0)$

d) Se trata de una función doblemente periódica porque es una función trigonométrica, que es periódica con periodo 2π en la que la fase depende tanto de t como de x, por lo que:

- Si fijamos un valor de x, es periódica respecto a t, con periodo temporal T.
- Si fijamos un valor de t, es periódica respecto a x, con “periodo espacial” λ.

Cualitativamente se puede ver que tanto la representación y-t para un valor fijo de x, como la representación y-x para un valor fijo de t, son funciones trigonométricas periódicas.

enrique@fiquipedia.es

2001-Septiembre

A. Problema 1.-

a) De la expresión matemática podemos extraer ω=6π rad/s y k=2π rad/m

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{2\pi}{2\pi}=1\,m$$

Para la velocidad de propagación podemos usar la expresión $v=\frac{\omega}{k}=\frac{6\pi}{2\pi}=3\,m/s$

La velocidad es un vector: su dirección de propagación es el eje x, y su sentido, dirigida hacia x crecientes, según la expresión matemática de le onda.

b) Para x=1,5 m:

La elongación es y(t,x=1,5 m) = 0,5 sen (6πt - 2π·1,5) = 0,5 sen (6πt - 3π) (y en m; t en s)

La velocidad de oscilación v(t,x=1,5 m) = 0,5·6π cos (6πt - 3π) = 3πsen (6πt - 3π) (v en m/s; t en s)

c) $v_{máx}$=Aω=0,5·6π= 3π m/s

$a_{máx}$=Aω^2=0,5·$(6\pi)^2$= 18π m/s^2

d) Cualitativamente se puede razonar que si el desfase es de 2π rad, la distancia es la longitud de onda, que es 1 m. Matemáticamente, llamando puntos x_1 y x_2 en el mismo t y comparando las fases

$6\pi t - 2\pi\cdot x_1= 6\pi t - 2\pi\cdot x_2+2\pi \rightarrow -2\pi\cdot x_1= -2\pi\cdot x_2+2\pi \rightarrow -x_1=-x_2+1$; $x_2-x_1=1$ m

2001-Modelo

Cuestión 2.-

a) De la expresión matemática podemos extraer A=0,2 m, ω=100π rad/s y k=200π rad/m

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi}{100\pi}=0{,}02\,s \qquad k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{2\pi}{200\pi}=0{,}01\,m$$

Para la velocidad de propagación podemos usar tanto la expresión $v=\frac{\omega}{k}=\frac{100\pi}{200\pi}=0{,}5\,m/s$ como la expresión $v=\frac{\lambda}{T}=\frac{0{,}01}{0{,}02}=0{,}5\,m/s$

b) El seno está retrasado en fase respecto a coseno $sen(\alpha)=\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})$

y(x,t) = 0,2 cos(100πt – 200πx -π/2) (x, y en m, t en s)

2000-Septiembre

Cuestión 2.-

a) Si las ondas recorren 6 m en 0,5 s, la velocidad de propagación v=6/0,5=12 m/s

$$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f\Rightarrow\lambda=\frac{v}{f}=\frac{12}{60}=0{,}2\,m$$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{0{,}2}=10\pi\,rad/m$$

b) La expresión matemática de la onda, asumiendo propagación en sentido de x positivas y asumiendo fase inicial nula, y expresando x en m y t en s, tendrá como fase 120πt -10πx. Si comparamos en el mismo instante en dos puntos x_1 y x_2, siendo $x_2=x_1+0{,}1$ (10 cm=0,1 m).

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(120\pi t -10\pi(x_1+0{,}1))-(120\pi t -10\pi x_1)=-\pi$ rad.

Los puntos estarán en oposición de fase, como se puede comprobar en que la distancia entre ellos es la mitad de la longitud de onda.

2000-Junio

Cuestión 2.-

a) De la expresión matemática podemos extraer A=2 m, ω=7 rad/s y k=4 rad/m

La velocidad de propagación es $v=\frac{\omega}{k}=\frac{7}{4}=1{,}75\,m/s$

La velocidad máxima de oscilación de un punto de la cuerda es $v_{máx}$=Aω=2·7=14 m/s

b) Por la propia definición de velocidad de propagación, velocidad de fase $v=\frac{\lambda}{T}$, luego en recorrer una distancia igual a la longitud de onda tarda un tiempo igual al periodo

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{7}=0{,}8976\,s$$

2000-Modelo

Cuestión 3.-

a) $\omega=2\pi f=1000\pi$ rad/s

$$v=\frac{\omega}{k}\Rightarrow k=\frac{\omega}{v}=\frac{1000\pi}{350}=8{,}976\,rad/m$$

La expresión matemática de la onda, asumiendo propagación en sentido de x positivas y asumiendo fase inicial nula, y expresando x en m y t en s, tendrá como fase $1000\pi t-8{,}976x$. Si comparamos en el mismo instante dos puntos x_1 y x_2, siendo $x_2=x_1+d$. Sustituimos 60º por $\pi/3$ rad.

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\pi/3=(1000\pi t-8{,}976(x_1+d))-(1000\pi t-8{,}976x_1)\rightarrow\ \pi/3=-8{,}976\cdot d\rightarrow d=-0{,}117$ m

Podemos comprobar que $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\pi}{8{,}976}=0{,}7\,m$, y que la distancia es $d=\frac{\lambda}{6}$, y que una longitud de onda supone un desfase de 360º (2π rad) y 60º es la sexta parte.

b) Si comparamos en el mismo punto dos instantes t_1 y t_2, siendo $t_2=t_1+10^{-3}$.

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=(1000\pi(t_1+10^{-3})-8{,}976x)-(1000\pi t_1-8{,}976x)=\pi$ rad.

Los puntos estarán en oposición de fase. Podemos comprobar que $T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{1000\pi}=0{,}002\,s$, y que el intervalo de tiempo es la mitad del periodo.