PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2010

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$.

a) Calcule $A^t\cdot B-A\cdot B^t$.

b) Resuelva la ecuación matricial $AX+BA=B$.

SOCIALES II. 2010 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) $A^t\cdot B-A\cdot B^t=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -5 & 5\end{pmatrix}$

b)

$$AX+BA=B\Rightarrow\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}2a+c & 2b+d\\ 3a+c & 3b+d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-7 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}2a+c=-7\\ 3a+c=1\\ 2b+d=-1\\ 3b+d=1\end{array}\right\}\Rightarrow a=8\ ;\ b=2\ ;\ c=-23\ ;\ d=-5$$

Luego, la matriz es $X=\begin{pmatrix}8 & 2\\ -23 & -5\end{pmatrix}$

a) Sean A, B y C matrices con 2, 3 y 2 filas, respectivamente. Sabiendo que el producto de matrices $A\cdot B\cdot C$ es posible y que el resultado es una matriz con 4 columnas, halle las dimensiones de dichas matrices.

b) Halle la matriz X que verifica $I_2 - 2X = A\cdot(A - B^t)$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2010 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) La matriz A tiene de dimensión (2,3), la matriz B tiene de dimensión (3,2) y la matriz C tiene de dimensión (2,4).

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\right] \Rightarrow \begin{pmatrix} 1-2a & -2b \\ -2c & 1-2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1-2a & -2b \\ -2c & 1-2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow a = 0 \ ; \ b = -\frac{3}{2} \ ; \ c = -1 \ ; \ d = -1$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{3}{2} \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Halle los valores de *a* y *b* para que se verifique $A-B+A\cdot B^t=C$.

b) ¿Existe algún valor de *b* para el que el producto $B\cdot B^t$ sea igual a la matriz nula?.

c) Para $a=0.5$ y $b=1$, halle la matriz *X* que verifica la igualdad $A\cdot X+B=O$, (*O* representa la matriz nula).?.

SOCIALES II. 2010 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} a-1 & 1-b \\ 0 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} a+b & 3 \\ 2b & 6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix} 2a+b-1 & 4-b \\ 2b & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\Rightarrow a=\frac{1}{2}\ ;\ b=1$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 1+b^2 & 3b \\ 3b & 9 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\Rightarrow \text{No hay ningún valor de } b$$

c)

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} \frac{1}{2}a+c+1 & \frac{1}{2}b+d+1 \\ 2c & 2d+3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\Rightarrow a=-2\ ;b=1\ ;c=0\ ;\ d=-\frac{3}{2}$$

Sean las matrices $P=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, $Q=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix}$ y $R=\begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}$.
a) Calcule, si es posible, $P\cdot Q$ y $Q\cdot P$, razonando la respuesta.
b) ¿Cuánto deben de valer las constantes *a, b, c* y *d* para que $P\cdot 2Q=R$?.
SOCIALES II. 2010 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) $P\cdot Q=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 17 & 9 & 5+2b \\ a & a & 5a \end{pmatrix}$

El producto $Q\cdot P$ no es posible ya que el nº de columnas de *Q* no coincide con el nº de filas de *P*.

b)

$$P\cdot 2Q=R\Rightarrow\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 16 & 8 & 2b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 34 & 18 & 10+4b \\ 2a & 2a & 10a \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=5\ ;\ b=-1\ ;\ c=34\ ;\ d=18$$