El tiempo (en horas) que permanecen los coches en un determinado taller de reparación es una variable aleatoria con distribución Normal de desviación típica 4 horas.
a) Se eligieron, al azar, 16 coches del taller y se comprobó que, entre todos, estuvieron 136 horas en reparación. Determine un intervalo de confianza, al 98,5%, para la media del tiempo que permanecen los coches en ese taller.
b) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra que permita estimar la media del tiempo que permanecen en reparación los coches en ese taller con un error no superior a una hora y media y con el mismo nivel de confianza del apartado anterior.
SOCIALES II. 2009 JUNIO. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(136,\frac{4}{\sqrt{16}}\right)=N(136,1)$

Como el nivel de confianza es del 98,5%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'985}{2}=0'9925\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'43$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=(136\pm 2'43\cdot 1)=(133'57;138'43)$$

b)

$$E=1'5=2'43\cdot\frac{4}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=\left(\frac{2'43\cdot 4}{1'5}\right)^2=41'99\simeq 42$$

En un estudio de mercado del automóvil en una ciudad se ha tomado una muestra aleatoria de 300 turismos, y se ha encontrado que 75 de ellos tienen motor diésel. Para un nivel de confianza del 94%.
a) Determine un intervalo de confianza de la proporción de turismos que tienen motor diésel en esa ciudad.
b) ¿Cuál es el error máximo de la estimación de la proporción?.
SOCIALES II. 2009 JUNIO. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \, , \, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{75}{300} = 0'25$$

$$\frac{1+0'94}{2} = 0'97 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'88$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'25 - 1'88 \cdot \sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{300}} \, , 0'25 + 1'88 \cdot \sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{300}} \right) = (0'203; 0'297)$$

b)

$$E = 1'88 \cdot \sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{300}} = 0'047$$

En una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido, para la edad, una media de 17.5 años. Se sabe que la edad en la población, de la que procede esa muestra, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 0.8 años.
a) Obtenga un intervalo de confianza, al 94%, para la edad media de la población.
b) ¿Qué error máximo se comete en la estimación anterior?.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 1. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(17'5,\frac{0'8}{\sqrt{100}}\right)=N(17'5,0'08)$

Como el nivel de confianza es del 94%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'94}{2}=0'97\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'885$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=(17'5\pm 1'885\cdot 0'08)=(17'3492;17'6508)$$

b)

$$E=1'885\cdot\frac{0'8}{\sqrt{100}}=0'1508$$

El cociente intelectual de los alumnos de un centro educativo se distribuye según una ley Normal de media 110 y desviación típica 15. Se extrae una muestra aleatoria simple de 25 alumnos.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la media del cociente intelectual de los alumnos de esa muestra sea superior a 113?.
b) Razone cómo se vería afectada la respuesta a la pregunta anterior si el tamaño de la muestra aumentase.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 1. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu,\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(110,\dfrac{15}{\sqrt{25}}\right)=N(110,3)$

$$p(x>113)=p\left(z>\frac{113-110}{3}\right)=p(z>1)=1-p(z<1)=1-0'8413=0'1587$$

b) Al aumentar el tamaño de la muestra, el cociente $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ disminuye, con lo cual al tipificar el cociente $\dfrac{x-\mu}{\sigma}$ aumenta y, por lo tanto, la probabilidad disminuye.

Escriba todas las muestras de tamaño 2 que, mediante muestreo aleatorio simple (con reemplazamiento), se pueden extraer del conjunto $\{8,10,12\}$ y determine el valor de la varianza de las medias de esas muestras.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 2. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Las muestras posibles son:

(8,8)	(8,10)	(8,12)
(10,8)	(10,10)	(10,12)
(12,8)	(12,10)	(12,12)

Construimos la tabla para las medias muestrales:

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
8	1	8	64
9	2	18	162
10	3	30	300
11	2	22	242
12	1	12	144
	9	90	912

Media = $\mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{90}{9} = 10$

Varianza $= \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2 = \dfrac{912}{9} - 10^2 = 1'33$

En una empresa de gas trabajan 150 personas en mantenimiento, 450 en operaciones, 200 en servicios y 100 en cargos directivos. Con objeto de realizar una encuesta laboral, se quiere seleccionar una muestra de 180 trabajadores de esa empresa por muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿qué número de trabajadores se debe elegir de cada grupo?.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 2. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$\left.\begin{array}{l} 900 \to 150 \\ 180 \to x \end{array}\right\} x = 30 \quad \text{personas de mantenimiento}$$

$$\left.\begin{array}{l} 900 \to 450 \\ 180 \to x \end{array}\right\} x = 90 \quad \text{personas de operaciones}$$

$$\left.\begin{array}{l} 900 \to 200 \\ 180 \to x \end{array}\right\} x = 40 \quad \text{personas de servicios}$$

$$\left.\begin{array}{l} 900 \to 100 \\ 180 \to x \end{array}\right\} x = 20 \quad \text{personas de cargos directivos}$$

Una variable aleatoria X se distribuye de forma Normal, con media μ y desviación típica $\sigma = 0.9$.
a) Una muestra aleatoria de tamaño 9 ha proporcionado los siguientes valores de X:
7.0 , 6.4 , 8.0 , 7.1 , 7.3 , 7.4 , 5.6 , 8.8 , 7.2
Obtenga un intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza de 97%.
b) Con otra muestra, se ha obtenido que un intervalo de confianza para μ, al 95%, es el siguiente (6.906 , 7.494). ¿Cuál es el tamaño de la muestra utilizada?.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 3. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media: $\mu = \dfrac{7'0+6'4+8'0+7'1+7'3+7'4+5'6+8'8+7'2}{9} = 7'2$

Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(7'2 \pm 2'17 \cdot \frac{0'9}{\sqrt{9}}\right) = (6'549 ; 7'851)$$

b) $\dfrac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$

$E = 7'494 - 7'2 = 0'294$

Luego: $0'294 = 1'96 \cdot \dfrac{0'9}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 36$

Tomando, al azar, una muestra de 80 empleados de una empresa, se encontró que 20 usaban gafas. Halle, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de empleados de esa empresa que usan gafas.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 3. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \, , \, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{20}{80} = 0'25$$

$$\frac{1+0'90}{2} = 0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'25 - 1'645 \cdot \sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{80}} \, , \, 0'25 + 1'645 \cdot \sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{80}} \right) = (0'171; 0'329)$$

El gasto que hacen las familias españolas en regalos de Navidad sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 84 euros. Para estimar esta media se seleccionó una muestra aleatoria y se obtuvo el intervalo de confianza (509.41 , 539.79), con un nivel de confianza del 97%.
a) ¿Cuál ha sido la media de la muestra escogida?.
b) ¿Qué tamaño tenía la muestra?.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 4. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media: $\mu = \dfrac{539'79 + 509'41}{2} = 524'6$

b) Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

$E = 539'79 - 524'6 = 15'19$

Luego: $15'19 = 2'17 \cdot \dfrac{80}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 130,6 \simeq 131$

Los jóvenes andaluces duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley Normal de media desconocida, μ, y desviación típica 2 horas. A partir de una muestra de 64 jóvenes se ha obtenido una media de 7 horas.
a) Halle un intervalo de confianza, al 97%, para la media poblacional μ.
b) Manteniendo la misma confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para estimar la media de horas de sueño, cometiendo un error máximo de 0.25 horas?.
SOCIALES II. 2009 RESERVA 4. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(7, \frac{2}{\sqrt{64}}\right) = N(7, 0'25)$

Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (7 \pm 2'17 \cdot 0'25) = (6'4575; 7'5425)$$

b)

$$0'25 = 2'17 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 301'3 \simeq 302$$

Se desea estimar la proporción de fumadores de una población mediante una muestra aleatoria.
a) Si la proporción de fumadores en la muestra es 0.2 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03, con un nivel de confianza del 95%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.
b) Si en otra muestra de tamaño 280 el porcentaje de fumadores es del 25%, determine, para un nivel de confianza del 99%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de fumadores de esa población.
SOCIALES II. 2009 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $\frac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$

$$E=0'03=1'96\cdot\sqrt{\frac{0'2\cdot 0'8}{n}} \Rightarrow n=682'95\simeq 683$$

b) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\,,\,p+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$p=0'25$

$\frac{1+0'99}{2}=0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'575$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'25-2'575\cdot\sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{280}}\,,0'25+2'575\cdot\sqrt{\frac{0'25\cdot 0'75}{280}}\right)=(0'184;0'316)$$

El tiempo que se tarad en la caja de un supermercado en cobrar a los clientes sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 0.5 minutos. Para una muestra aleatoria de 25 clientes se obtuvo un tiempo medio de 5.2 minutos.
a) Calcule un intervalo de confianza, al nivel del 97%, para el tiempo medio que se tarda en cobrar a los clientes.
b) Indique el tamaño muestral mínimo necesario para estimar dicho tiempo medio con un error máximo de 0.5 y un nivel de confianza del 96%.
SOCIALES II. 2009 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(5'2,\frac{0'5}{\sqrt{25}}\right)=N(5'2,0'1)$

Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2}=0'985\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'17$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=(5'2\pm 2'17\cdot 0'1)=(4'983;5'417)$$

b) $\frac{1+0'96}{2}=0'98\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'055$

$$E=0'5=2'055\cdot\frac{0'5}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=\left(\frac{2'055\cdot 0'5}{0'5}\right)^2=4'22\simeq 5$$