

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2008

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES Y DETERMINANTES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de a y b para que $A \cdot B = B \cdot A$.

b) Para $a = 1$ y $b = 0$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot B - A = I_2$.

SOCIALES II. 2008. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A \cdot B = B \cdot A \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 12 & 2 \\ 3a & 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3b & 2a \\ 3 & 12 \end{pmatrix} \Rightarrow a = 1 ; b = 4$$

b)

$$X \cdot B - A = I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -11 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, calcule el valor de a para que A^2 sea la matriz nula.

b) Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, calcule la matriz $(M^{-1} \cdot M^t)^2$.

SOCIALES II. 2008 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a^2 + a & a \\ a^2 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + a = 0 \\ a = 0 \\ a^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0$$

b)

$$M^d = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}; (M^d)^t = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; |M| = -1; M^{-1} = \frac{(M^d)^t}{|M|} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} \cdot M^t = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(M^{-1} \cdot M^t)^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

Dadas las matrices $F = (2 \ -1 \ 3)$ y $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, calcule los productos $C \cdot F$ y $F \cdot C$.

b) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, calcule la matriz X que verifique la ecuación $X \cdot A^{-1} - B = C$

SOCIALES II. 2008 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$C \cdot F = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot (2 \ -1 \ 3) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 10 & -5 & 15 \\ -4 & 2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$F \cdot C = (2 \ -1 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} = (-9)$$

b)

$$X \cdot A^{-1} - B = C \Rightarrow X \cdot A^{-1} = C + B \Rightarrow X = (C + B) \cdot A$$

$$X = (C + B) \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Halle la matriz X que verifica la ecuación $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (3 \ 4)$.

b) Determine los valores de x e y que cumplen la igualdad

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

SOCIALES II. 2008. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot (3 \ 4) \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2a+b=3 \\ 5a+3b=4 \\ 2c+d=6 \\ 5c+3d=8 \end{array} \right\} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 10 & -14 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ 3x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -x+y \end{pmatrix} \Rightarrow x=3 ; y=6$$

Sean A y B las matrices siguientes: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calcule $(A + B) \cdot (A - B)$

b) Determine la matriz X , cuadrada de orden 2, en la ecuación matricial $(A + 2B) \cdot X = 3I_2$

SOCIALES II. 2008. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \right] \cdot \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -8 & -9 \end{pmatrix}$$

b)

$$(A + 2B) \cdot X = 3I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 0 \\ 4a + 9c = 0 \\ 4b + 9d = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

a) Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por: $\begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.

b) Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2008 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3+9x+2y=5 \\ 3x-y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x+2y=2 \\ 3x-y=4 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2}{3}; y = -2$$

b) Vamos a calcular la inversa de A .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t}{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}}{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$