Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ **;** $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$ **;** $Y=\begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$**.**

a) Determine la matriz inversa de ***A*****.**

b) Halle los valores de ***x*****,** ***y*****,** ***z*** **para los que se cumple** $A\cdot X=Y$ **.**

SOCIALES II. 2007. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular la inversa de *A*.

$$A^{-1}=\frac{(A^d)^t}{|A|}=\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t}{1}=\frac{\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}}{1}=\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$A\cdot X=Y\Rightarrow\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} x-2y-2 \\ y \\ -x+3y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{r} 2x-2y=2 \\ y=2 \\ -x+3y-z=0 \end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} x=3 \\ y=2 \\ z=3 \end{array}\right.$$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & x\\ x & 0\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

a) Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2=A$.

b) Igualmente para que $B+C=A^{-1}$.

c) Determine x para que $A+B+C=3\cdot I_2$.

SOCIALES II. 2007. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix}1 & x\\ x & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & x\\ x & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1+x^2 & x\\ x & x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}1+x^2=2\\ x=1\\ x^2=1\end{cases}\Rightarrow x=1$$

b)

$$A^d=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\ ;\ \left(A^d\right)^t=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\ ;\ |A|=1\ ;\ A^{-1}=\frac{\left(A^d\right)^t}{|A|}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & x\\ x & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}1 & x-1\\ x-1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\Rightarrow x=0$$

c)

$$\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & x\\ x & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=3\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}3 & x\\ x & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}\Rightarrow x=0$$

Sea la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix}$. Calcule el valor de b para que $B^2 = I_2$.

SOCIALES II. 2007. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1+b & b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1+b=0 \\ b^2=1 \end{cases} \Rightarrow b=-1$$

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ *y* $B=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial $A\cdot X+B^t=B$, donde X es una matriz cuadrada de orden 2.
SOCIALES II. 2007. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 3a+2c & 3b+2d \\ 2a+4c & 2b+4d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 8 \\ -8 & 0 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases} 3a+2c=0 \\ 2a+4c=-8 \\ 3b+2d=8 \\ 2b+4d=0 \end{cases}\Rightarrow X=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $B\cdot B^t - A\cdot A^t$.

b) Halle la matriz X que verifica $(A\cdot A^t)\cdot X = B$.

SOCIALES II. 2007. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & -10 \\ -10 & 25 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & -8 \\ -8 & 20 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases} 5a-2b=-2 \\ -2a+5b=5 \end{cases}\Rightarrow X=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Halle la matriz A que verifica: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2007. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ -x + 5y = 28 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$