

Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Encuentre el valor o valores de  $x$  de forma que  $B^2 = A$ .

b) Igualmente para que  $A - I_2 = B^{-1}$ .

c) Determine  $x$  para que  $A \cdot B = I_2$ .

**SOCIALES II. 2006 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION A**

### R E S O L U C I Ó N

$$a) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 1$$

b) Vamos a calcular la inversa de  $B$ .

$$B^{-1} = \frac{(B^d)^t}{|B|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^t}{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x = 0$$

$$c) \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x+1 \\ x+1 & x+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow x = -1$$

También podríamos haberlo hecho de la siguiente manera:

$$A \cdot B = I_2 \Rightarrow A \cdot B \cdot B^{-1} = I_2 \cdot B^{-1} \Rightarrow A = B^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow x = -1$$

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

a) Calcule  $A^{-1} \cdot (2B + 3I_2)$ .

b) Determine la matriz  $X$  para que  $X \cdot A = A + I_2$ .

**SOCIALES II. 2006 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular la inversa de  $A$ .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t}{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}}{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot (2B + 3I_2) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ -9 & -14 \end{pmatrix}$$

b)

$$X \cdot A = A + I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2a-b & -a \\ 2c-d & -c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b=3 \\ -a=-1 \\ 2c-d=-1 \\ -c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-1 \\ d=-1 \end{cases}$$

Luego la matriz es:  $X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ .

Calcule  $A^{-1} \cdot (B - A^t)$ .

**SOCIALES II. 2006 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular la inversa de  $A$ .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t}{-2} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}}{-2} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot (B - A^t) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Calcule los valores de los números reales  $x, y, z$ , para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices:  $E - x \cdot A \cdot B = y \cdot C + z \cdot D$

**SOCIALES II. 2006 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B**

## R E S O L U C I Ó N

Sustituimos las matrices en la ecuación y operamos.

$$\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} - x \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = y \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + z \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} - x \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = y \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + z \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Luego, tenemos que resolver el sistema: 
$$\left. \begin{array}{l} x - 2y + z = -2 \\ 3x - 5y + 2z = -5 \\ 4x + 2y - 3z = 5 \end{array} \right\} \text{cuya solución es: } x = 1; y = 2; z = 1$$

Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$  y  $B = (1 \ -1)$

Explique qué dimensión debe tener la matriz  $X$  para que tenga sentido la ecuación matricial  $X \cdot A + 2B = (1 \ 0)$ . Resuelva dicha ecuación.

**SOCIALES II. 2006 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I Ó N

Para que se pueda hacer el producto  $X \cdot A$ , la matriz  $X$  debe tener tantas columnas como filas tiene  $A$ , es decir, 2. La matriz resultante debe ser de orden (1,2) para que se pueda sumar con  $2B$ , luego la matriz  $X$  es de orden (1,2).

$$\begin{aligned} (a \ b) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} + 2(1 \ -1) &= (1 \ 0) \Rightarrow (2a - 5b \ 2a - 4b) + 2(1 \ -1) = (1 \ 0) \Rightarrow \\ \Rightarrow (2a - 5b + 2 \ 2a - 4b - 2) &= (1 \ 0) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2a - 5b = -1 \\ 2a - 4b = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 7 ; b = 3 \end{aligned}$$

Luego la matriz  $X$  es:  $X = (7 \ 3)$