Se sabe que la estatura de los individuos de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con desviación típica 6 cm. Se toma una muestra aleatoria de 225 individuos que da una media de 176 cm.
a) Obtenga un intervalo, con un 99% de confianza, para la media de la estatura de la población.
b) Calcule el mínimo tamaño de muestra que se ha de tomar para estimar la estatura media de los individuos de la población con un error inferior a 1 cm y un nivel de confianza del 95%.
SOCIALES II. 2002 JUNIO. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = 176; \sigma = 6; n = 225$; y como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C. = \left(176 - 2'575 \cdot \frac{6}{\sqrt{225}}, 176 + 2'575 \cdot \frac{6}{\sqrt{225}}\right) = (174'97 ; 177'03)$$

b) $\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 1 = 1'96 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 138'29 \simeq 139$$

Se sabe que los estudiantes de una provincia duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley Normal de media μ horas y desviación típica σ = 2 horas.
a) A partir de una muestra de 64 alumnos se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza (7’26; 8’14) para la media de la población. Determine el nivel de confianza con que se ha construido dicho intervalo.
b) Determine el tamaño muestral mínimo necesario para que el error que se cometa al estimar la media de la población por un intervalo de confianza sea, como máximo, de 0’75 horas, con un nivel de confianza del 98%.
SOCIALES II. 2002 JUNIO. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)
Calculamos la media: $\mu = \dfrac{7'26+8'14}{2} = 7'7$

El error será: $E = 8'14 - 7'7 = 0'44$

Aplicamos la fórmula del error:

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0'44 = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{2}{\sqrt{64}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'76$$

Buscamos en la tabla el valor 1’76 y vemos que corresponde a 0’9608. Luego:

$$\frac{1+x}{2} = 0'9608 \Rightarrow x = 92'16\%$$

b) $\dfrac{1+0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$
Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'75 = 2'33 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 38'6 \simeq 39$$

En un pueblo habitan 700 hombres adultos, 800 mujeres adultas y 500 menores. De él se quiere seleccionar una muestra de 80 personas, utilizando, para ello, muestreo estratificado con afijación proporcional. ¿Cuál será la composición que debe tener dicha muestra?
SOCIALES II. 2002 RESERVA 1. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$\left.\begin{array}{lcl} 2000 \text{ personas} & \rightarrow & 700 \text{ hombres} \\ 80 & \rightarrow & x \end{array}\right\} x = 28 \text{ hombres}$$

$$\left.\begin{array}{lcl} 2000 \text{ personas} & \rightarrow & 800 \text{ mujeres} \\ 80 & \rightarrow & x \end{array}\right\} x = 32 \text{ mujeres}$$

$$\left.\begin{array}{lcl} 2000 \text{ personas} & \rightarrow & 500 \text{ menores} \\ 80 & \rightarrow & x \end{array}\right\} x = 20 \text{ menores}$$

El peso de los alumnos de un Instituto es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media μ, desconocida, y desviación típica 8 kg.
¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que permita estimar μ con un error máximo de 3 kg y un nivel de confianza del 99 %?
SOCIALES II. 2002 RESERVA 1. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$\frac{1+0'99}{2}=0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'575$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$3=2'575\,\frac{8}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=47'15 \simeq 48$$

El gasto mensual de los estudiantes de un Instituto se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 4 euros. Se ha seleccionado una muestra aleatoria y, con una confianza del 97 %, se ha construido un intervalo para la media poblacional cuya amplitud es 2'17 euros.
a) ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra seleccionada?
b) Calcule el gasto mensual medio de la muestra tomada sabiendo que el límite inferior del intervalo de confianza es 83.915 euros.
SOCIALES II. 2002 RESERVA 2. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'97}{2}=0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'17$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=\frac{2'17}{2}=1'085=2'17\frac{4}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=64$$

b) $83.915+1'085=83.916'085$

El tiempo de espera, en minutos, de los usuarios en una determinada parada de autobús sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 1'5 minutos.
a) ¿Cómo se distribuye el tiempo medio de espera para muestras aleatorias de tamaño 16?.
b) Si hemos tomado una muestra aleatoria de 16 usuarios, cuya media es 5 minutos, determine el intervalo de confianza, al 95 %, para la media poblacional.
SOCIALES II. 2002 RESERVA 2. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{1'5}{\sqrt{16}}\right) = N(\mu, 0'375)$

b) $N(5, 0'375)$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

$$I.C. = (5 \pm 1'96 \cdot 0'375) = (4'265; 5'735)$$

Se ha medido la talla de 100 personas elegidas al azar, mediante muestreo aleatorio simple, de entre los estudiantes varones de bachillerato de una gran ciudad, obteniéndose una talla media de 1’75 m. Se sabe que la desviación típica de la población es 0’2 m.
a) Halle un intervalo de confianza, al 90 %, para la media poblacional de la talla de los estudiantes.
b) ¿Con qué nivel de confianza se ha construido el intervalo (1’73, 1’77) para la media poblacional?
SOCIALES II. 2002 RESERVA 3. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'90}{2}=0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(1'75 \pm 1'645\frac{0'2}{\sqrt{100}}\right)=(1'75\pm 0'0329)=(1'7171;1'7829)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=0'02=z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{0'2}{\sqrt{100}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1$$

Buscamos en la tabla el valor 1 y corresponde a 0’8413, luego:

$$\frac{1+x}{2}=0'8413 \Rightarrow x=68'26\%$$

El peso de los peces adultos que se crían en una piscifactoría se distribuye según una ley Normal con desviación típica 9 g.
Los pesos, en gramos, de una muestra aleatoria de 9 peces adultos de esa piscifactoría son:
310, 311, 309, 295, 280, 294, 303, 305, 293.
Determine un intervalo de confianza, al 95 %, para el peso medio de los peces adultos de esa piscifactoría.
SOCIALES II. 2002 RESERVA 3. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

La distribución es: $N\left(300, \dfrac{9}{\sqrt{9}}\right) = N(300, 3)$

Calculamos el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$: $\dfrac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (300 \pm 1'96 \cdot 3) = (294'12 ; 305'88)$$

Para estudiar el gasto mensual en teléfono móvil de los jóvenes de una ciudad se ha elegido una muestra aleatoria de 16 estudiantes, con los resultados siguientes, expresados en euros:

4, 6, 30, 14, 16, 14, 15, 16, 22, 8, 3, 56, 42, 26, 30, 18.

Admitiendo que este gasto mensual sigue una ley Normal con desviación típica 13'78 euros, determine un intervalo de confianza, al 95 %, para la media del gasto mensual.

SOCIALES II. 2002 RESERVA 4. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

La distribución es: $N\left(20, \frac{13'78}{\sqrt{16}}\right) = N(20, 3'44)$

Calculamos el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$: $\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (20 \pm 1'96 \cdot 3'44) = (13'26; 26'74)$$

La edad de los niños que van a un parque sigue una ley Normal de media 8 años y desviación típica 2'1 años. En un momento determinado hay 25 niños en ese parque.
¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de ese grupo esté entre 8'5 y 9 años?
SOCIALES II. 2002 RESERVA 4. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$N\left(8,\frac{2'1}{\sqrt{25}}\right)=N\left(8,0'42\right)$$

$$p(8'5<\bar{x}<9)=p\left(\frac{8'5-8}{0'42}<z<\frac{9-8}{0'42}\right)=p(1'19<z<2'38)=p(z<2'38)-p(z<1'19)=$$
$$=0'9913-0'8830=0'1083$$

Los resultados de un test de sensibilidad musical realizado a los alumnos de un Conservatorio se distribuyen según una ley Normal de media 65 y desviación típica 18.
a) ¿Cuál es la distribución de la media muestral para muestras de tamaño 25?
b) Para muestras aleatorias de tamaño 100, halle la probabilidad de que su puntuación media esté comprendida entre 63 y 67 puntos.
SOCIALES II. 2002 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $N\left(65,\frac{18}{\sqrt{25}}\right)=N\left(65,3'6\right)$

b) $N\left(65,\frac{18}{\sqrt{100}}\right)=N\left(65,1'8\right)$

$$p(63<\bar{x}<67)=p\left(\frac{63-65}{1'8}<z<\frac{67-65}{1'8}\right)=p(-1'11<z<1'11)=2p(z<1'11)-1=$$
$$=2\cdot 0'8665-1=0'733$$

El peso neto de las bolsas de almendras de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ, desconocida, y varianza $\sigma^2 = 50'4\ g^2$. Se sabe que 35 bolsas, elegidas al azar, han dado un peso total de 8652 g.
a) Calcule un intervalo, con un nivel de confianza del 90 %, para μ.
b) ¿A partir de qué nivel de confianza, el correspondiente intervalo para μ contiene el valor 250 g ?.
SOCIALES II. 2002 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = \frac{8652}{35} = 247'2 ; \sigma = \sqrt{50'4} = 7'09 ; n = 35$; y como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'90}{2} = 0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C. = \left(247'2 - 1'645 \cdot \frac{7'09}{\sqrt{35}}, 247'2 + 1'645 \cdot \frac{7'09}{\sqrt{35}}\right) = (245'23 ; 249'17)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 250 - 247'2 = 2'8 = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{7'09}{\sqrt{35}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$$

Buscamos en la tabla el valor 2'33 y vemos que corresponde a 0'9901. Luego:

$$\frac{1+x}{2} = 0'9901 \Rightarrow x = 98,02\%$$