Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$ **;** $B=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ **;** $C=\begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$ **;** $D=\begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$

Calcule x**,** y**,** z**, sabiendo que** $A \cdot B = 2C - D$**.**

SOCIALES II. 2002 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3x+y \\ x+3y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-z \\ 2-z \\ -z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3x+y+z=2 \\ x+3y+z=2 \\ x+z=0 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{2}{3} \ ; \ y=\frac{2}{3} \ ; \ z=-\frac{2}{3}$$

Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) Realice, cuando sea posible, los siguientes productos de matrices: $A\cdot B$; $B\cdot C$; $C\cdot A$

b) Resuelva la ecuación matricial: $A\cdot X + B = C$.

SOCIALES II. 2002 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A\cdot B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$B\cdot C =$ No es posible.

$C\cdot A =$ No es posible.

b) Vamos a calcular la inversa de A.

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t}{-1} = \frac{\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A\cdot X + B = C \Rightarrow X = A^{-1}\cdot(C-B) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 6 \\ -11 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{m} & \mathbf{-6} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \boldsymbol{-m} \end{pmatrix}$

a) Determine para qué valores del parámetro *m* existe A^{-1}. b) Calcule A^{-1} para *m* =2.
SOCIALES II. 2002 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de *A*.

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & -6 \\ 1 & 1 & -m \end{vmatrix}=-m^2+m+6=0 \Rightarrow m=3 \ ; \ m=-2$$

Luego, la matriz *A* tiene inversa para todos los valores de $m \neq 3 \ \ y \ \ m \neq -2$

Vamos a calcular la inversa de *A*.

$$A^{-1}=\frac{(A^d)^t}{|A|}=\frac{\begin{pmatrix} 2 & -6 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}^t}{4}=\frac{\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -6 & -1 & 6 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}}{4}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$ determine, si existe, la matriz X que verifique $A\cdot X=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2002 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Vamos a calcular la inversa de A.

$$A^{-1}=\frac{(A^d)^t}{|A|}=\frac{\begin{pmatrix}1&-1&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^t}{1}=\frac{\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}}{1}=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}$$

$$A\cdot X=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\Rightarrow X=A^{-1}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de *m* para que dicha matriz tenga inversa.

b) Haciendo *m* = 4, resuelva la ecuación matricial $X\cdot A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$**.**

SOCIALES II. 2002. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de *A*.

$$|A|=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & m-6 & 3 \\ m+1 & 2 & 0 \end{vmatrix}=m^2-2m-15=0\Rightarrow m=5\ ;\ m=-3$$

Luego, la matriz *A* tiene inversa para todos los valores de $m\neq 5\ y\ m\neq -3$

b) Vamos a calcular la inversa de *A*.

$$A^{-1}=\frac{(A^d)^t}{|A|}=\frac{\begin{pmatrix} -6 & 15 & 10 \\ -2 & 5 & 1 \\ 1 & -6 & -4 \end{pmatrix}^t}{-7}=\frac{\begin{pmatrix} -6 & -2 & 1 \\ 15 & 5 & -6 \\ 10 & 1 & -4 \end{pmatrix}}{-7}=\begin{pmatrix} \frac{6}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{15}{7} & -\frac{5}{7} & \frac{6}{7} \\ -\frac{10}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix}$$

$$X\cdot A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \frac{6}{7} & \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ -\frac{15}{7} & -\frac{5}{7} & \frac{6}{7} \\ -\frac{10}{7} & -\frac{1}{7} & \frac{4}{7} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$