Un estudio realizado sobre 100 usuarios revela que un automóvil recorre anualmente un promedio de 15.200 Km con una desviación típica de 2.250 Km.
a) Determine un intervalo de confianza, al 99%, para la cantidad promedio de kilómetros recorridos.
b) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido no sea superior a 500 Km, con igual confianza?.
SOCIALES II. 2001 JUNIO. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = 15.200; \sigma = 2.250; n = 100$; y como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C. = \left(15.200 - 2'575 \cdot \frac{2.250}{\sqrt{100}}, 15.200 + 2'575 \cdot \frac{2.250}{\sqrt{100}}\right) = (14.620'625 ; 15.779'375)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 500 = 2'575 \cdot \frac{2.250}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 134'27 \simeq 135$$

La cantidad de hemoglobina en sangre del hombre sigue una ley normal con desviación típica de 2 gr/dl. Calcule el nivel de confianza de una muestra de 12 extracciones de sangre que indique que la media poblacional de hemoglobina en sangre está entre 13 y 15 gramos por decilitro.
SOCIALES II. 2001 JUNIO. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Calculamos la media: $\mu = \frac{13+15}{2} = 14$

El error será: $E = 15 - 14 = 1$

Aplicamos la fórmula del error:

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1 = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{2}{\sqrt{12}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'73$$

Buscamos en la tabla el valor 1’73 y vemos que corresponde a 0’9582. Luego:

$$\frac{1+x}{2} = 0'9582 \Rightarrow x = 91'64\%$$

Una ciudad de 2000 habitantes está poblada por personas de pelo negro, rubio o castaño. Se ha seleccionado, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra constituida por 28 personas de pelo negro, 32 de pelo rubio y 20 de pelo castaño. Determine cuál es la composición, según el color del pelo, de esa ciudad.
SOCIALES II. 2001 RESERVA 1. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$\left.\begin{array}{l} 80 \rightarrow 28 \ pelo \ negro \\ 2000 \rightarrow x \end{array}\right\} x = 700 \ pelo \ negro$$

$$\left.\begin{array}{l} 80 \rightarrow 32 \ pelo \ rubio \\ 2000 \rightarrow x \end{array}\right\} x = 800 \ pelo \ rubio$$

$$\left.\begin{array}{l} 80 \rightarrow 20 \ pelo \ castaño \\ 2000 \rightarrow x \end{array}\right\} x = 500 \ pelo \ castaño$$

En una población normal con varianza conocida se ha tomado una muestra de tamaño 49 y se ha calculado su media: $\overline{x} = 4'2$. Determine la varianza de la población sabiendo que el intervalo de confianza, al 95 %, para la media poblacional es (3’64; 4’76).
SOCIALES II. 2001 RESERVA 1. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

$$E = \frac{4'76-3'64}{2} = 0'56$$

$$0'56 = 1'96 \frac{\sigma}{\sqrt{49}} \Rightarrow \sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4$$

Se sospecha que el número de unidades que contiene cada dosis de un medicamento no llega a las 10000 que se indican en el envase. Para comprobar que el contenido medio de las dosis es el indicado tomamos, al azar, 100 dosis y determinamos el número de unidades de cada una, obteniendo de media 9940 unidades y de desviación típica 120 unidades. ¿Qué podemos decir sobre la indicación del envase, para un nivel de confianza del 99 %?.
SOCIALES II. 2001 RESERVA 2. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

En nuestro caso, sabemos que $\mu = 9.940; \sigma = 120; n = 100$ y como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C. = \left(9.940 - 2'575 \cdot \frac{120}{\sqrt{100}}, 9.940 + 2'575 \cdot \frac{120}{\sqrt{100}}\right) = (9.909'1; 9.970'9)$$

Es erróneo, no llega a las 10.000 unidades

Una muestra aleatoria de 36 cigarrillos de una marca determinada dio un contenido medio de nicotina de 3 miligramos.
Se sabe que el contenido en nicotina de estos cigarrillos sigue una distribución normal con una desviación típica de 1 miligramo.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que el contenido medio en nicotina de los cigarrillos de esa marca sea superior a 3’2 miligramos?
b) Obtenga un intervalo de confianza al 99% para el contenido medio de nicotina de estos cigarrillos.
SOCIALES II. 2001 RESERVA 2. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(3, \frac{1}{\sqrt{36}}\right) = N\left(3, \frac{1}{6}\right)$

$$p(x > 3'2) = p\left(z > \frac{3'2 - 30}{\frac{1}{6}}\right) = p(z > 1'2) = 1 - p(z < 1'2) = 1 - 0'8849 = 0'1151$$

b)

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

$$I.C. = \left(3 \pm 2'575 \cdot \frac{1}{6}\right) = (2'571; 3'429)$$

Una agencia de alquiler de automóviles necesita estimar el número medio de kilómetros diarios que realiza su flota de automóviles. Se sabe que el número de kilómetros por día sigue una distribución normal con desviación típica de 6 Km/día. Se toman los recorridos de 100 vehículos de la flota, obteniéndose que la media muestral es de 165 Km/día.
a) Construya un intervalo de confianza para la media de dicha distribución a un nivel de confianza del 95 %.
b) ¿Cuál debería ser el tamaño de la muestra para asegurar al nivel de confianza del 90 % que el error cometido es a lo sumo 0'1?
SOCIALES II. 2001 RESERVA 3. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(165 \pm 1'96 \frac{6}{\sqrt{100}}\right)=(165 \pm 1'176)=(163'824;166'176)$$

b) Como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'90}{2}=0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=0'1=1'645 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=9.741'69 \simeq 9.742$$

Se desea estimar, con un error máximo de 0.2 horas, el tiempo medio de estudio diario de los alumnos de primer curso universitario. Se sabe que la desviación típica es de 1 hora y se toma una muestra aleatoria de 100 alumnos.
a) Calcule el nivel de confianza del intervalo que se obtendrá.
b) Calcule el número de individuos que debe tener una muestra para asegurarnos una confianza del 99 %.
SOCIALES II. 2001 RESERVA 3. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'2 = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{100}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2$$

Buscamos el valor 2 en la tabla y corresponde a 0’9772. Luego:

$$\frac{1+x}{2} = 0'9772 \Rightarrow x = 95'44\%$$

b)

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 0'2 = 2'575 \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 165'76 \simeq 166$$

El periodo de funcionamiento de las bombillas de una determinada marca sigue una distribución normal de media 360 días y desviación típica 40 días. Queremos elegir una muestra de bombillas de esa marca cuyo periodo medio de funcionamiento sea superior a 330 días, con probabilidad 0'97. Calcule el tamaño mínimo de la muestra.
SOCIALES II. 2001 RESERVA 4. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$p(x > 330) = p\left(z > \frac{330-360}{\frac{40}{\sqrt{n}}} \right) = p\left(z > \frac{-30\sqrt{n}}{40} \right) = p\left(z > -0'75\sqrt{n} \right) =$$

$$= p\left(z < 0'75\sqrt{n} \right) = 0'97 \Rightarrow 0'75\sqrt{n} = 1'89 \Rightarrow n = 6,35 \simeq 7$$

En los individuos de una población, la cantidad de colesterol en sangre se distribuye según una ley normal de media desconocida y desviación típica de 0’5 g/l. Hemos tomado una muestra de 10 individuos, y se ha obtenido una media muestral de 1’7 g/l.
a) Obtenga un intervalo de confianza, al 95 %, para la cantidad media de colesterol en sangre de la población.
b) ¿Qué nivel de confianza tendría un intervalo para la media cuyos límites fuesen 1’293 y 2’107?
SOCIALES II. 2001 RESERVA 4. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 95%, calculamos $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2}=0'975\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(1'7\pm 1'96\frac{0'5}{\sqrt{10}}\right)=(1'7\pm 0'309)=(1'391\ ;\ 2'009)$$

b) $0'407=z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{0'5}{\sqrt{10}}\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'57$

Buscamos en la tabla 2’57 y corresponde al valor 0’9949. Luego

$$\frac{1+x}{2}=0'9949\Rightarrow x=98'99\%\simeq 99\%$$

Según un estudio sociológico, el gasto mensual de los jóvenes españoles durante los fines de semana se distribuye según una ley normal de media μ = 150 € y desviación típica σ = 18 €. Tomamos, al azar, una muestra de 36 jóvenes. ¿Cuál es la probabilidad de que esta muestra tenga un gasto medio comprendido entre 143 € y 157 €?.
SOCIALES II. 2001 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$N\left(150, \frac{18}{\sqrt{36}}\right) = N(150, 3)$$

$$p(143 < \bar{x} < 157) = p\left(\frac{143-150}{3} < z < \frac{157-150}{3}\right) = p(-2'33 < z < 2'33) = 2p(z < 2'33) - 1 =$$
$$= 2 \cdot 0'9901 - 1 = 0'9802$$

Sabiendo que la varianza de una ley normal es $\sigma^2 = 16$, determine el nivel de confianza con el que puede decirse que su media μ está comprendida entre 6’2 y 8’8, si se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 de esa ley normal, cuya media muestral es 7’5.
SOCIALES II. 2001 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3 PARTE II OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E = 1'3 = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{4}{\sqrt{36}} \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'95$$

Buscamos en la tabla el valor 1’95 y vemos que corresponde a 0’9744. Luego:

$$\frac{1+x}{2} = 0'9744 \Rightarrow x = 94,88\%$$