

a) Determine los valores de x e y que hacen cierta la siguiente igualdad:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Determine la matriz X de dimensión 2×2 tal que: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2001. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x-y \\ 3x+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+2x \\ 3y-2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x-y=3+2x \\ 3x+2y=3y-2 \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} -x-y=3 \\ 3x-y=-2 \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{5}{4} ; y = -\frac{7}{4}$$

b)

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a+2b & 3a+5b \\ c+2d & 3c+5d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a+2b=-1 \\ 3a+5b=2 \\ c+2d=5 \\ 3c+5d=1 \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -23 & 14 \end{pmatrix}$$

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & x & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule los valores de x para los que no existe la inversa de A .

b) Para $x = 3$, calcule, si es posible, A^{-1} .

SOCIALES II. 2001 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x & x & 0 \end{vmatrix} = x^2 - x + x - x = x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0 ; x = 1$$

Luego, para $x = 0$ y $x = 1$, la matriz A no tiene inversa.

b)

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 6 \\ 4 & -2 & -2 \end{pmatrix}^t}{6} = \frac{\begin{pmatrix} -3 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 \\ 0 & 6 & -2 \end{pmatrix}}{6} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

Resuelva la siguiente ecuación matricial: $A \cdot X - 2B = C$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

SOCIALES II. 2001 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Vamos a calcular la inversa de A .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}^t}{1} = \frac{\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X - 2B = C \Rightarrow X = A^{-1} \cdot (C + 2B) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 23 \\ 15 \end{pmatrix}$$

Siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, razone si posee solución la ecuación matricial $A \cdot X = B$ y,

en caso afirmativo, resuélvala.

SOCIALES II. 2001 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Vamos a calcular la inversa de A .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t}{1} = \frac{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X = B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$