DISTRITO UNIVERSITARIO DE MÁLAGA
2007
MATEMÁTICAS (Mayores de 25 años).

Ejercicio 1.-

a) [5 puntos] Efectúa la siguiente operación simplificando al máximo el resultado

$$\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}+\frac{4}{\sqrt{2}}.$$

b) [5 puntos] Calcula $f'(1)$ sabiendo que $f(x)=x\sqrt{2-x}$.

$a)$

$$\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)}{\left(2+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)}+\frac{4\sqrt{2}}{2}=\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)^2}{4-2}+\frac{4\sqrt{2}}{2}=\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)^2+4\sqrt{2}}{2}=\frac{4-4\sqrt{2}+2+4\sqrt{2}}{2}=\frac{6}{2}=3$$

$b)$

$$f'(x)=\sqrt{2-x}+\frac{(-1)}{2\sqrt{2-x}}x=\frac{2-x-x}{2\sqrt{2-x}}=\frac{2-2x}{2\sqrt{2-x}}=\frac{2\,(1-x)}{2\sqrt{2-x}}=\frac{1-x}{\sqrt{2-x}}\Rightarrow f'(1)=\frac{1-1}{\sqrt{2-1}}=\frac{0}{1}=0$$

.

Ejercicio 2.-

a) [5 puntos] Desarrolla $(x-1)^3$.

b) [5 puntos] Halla la distancia del origen de coordenadas a la recta $y=x+1$.

$a)$

$$(x-1)^3=x^3-3x^2\cdot 1^1+3x\cdot 1^2-1^3=x^3-3x^2+3x-1$$

$b)$

$$\begin{cases} r\equiv x-y+1=0 \\ O(0\,,0) \end{cases}\Rightarrow d(O\,,r)=\frac{|0-0+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\,u$$

Ejercicio 3.-

a) [5 puntos] Calcula el valor de x sabiendo que $\log_x 32 = -\frac{5}{3}$.

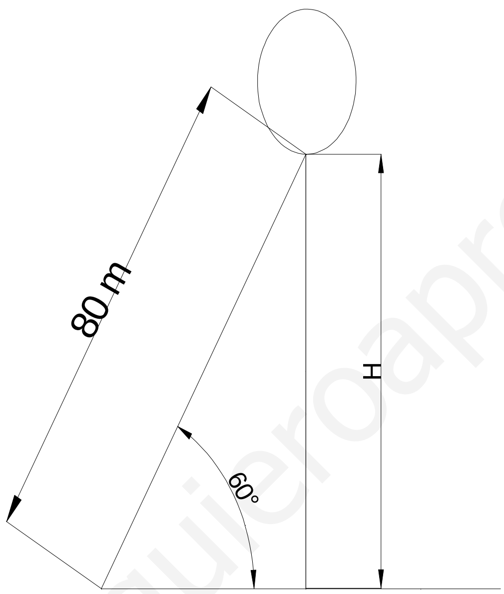
b) [5 puntos] Un globo está sujeto al suelo con un cordel de 80 m. de largo, que forma un ángulo de 60º con el suelo horizontal. Suponiendo que el cordel está recto, ¿cual será la altura del globo?

$a)$

$$\log_x 32 = -\frac{5}{3} \Rightarrow x^{-\frac{5}{3}} = 32 \Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{5}{3}}} = 32 \Rightarrow 32 \cdot x^{\frac{5}{3}} = 1 \Rightarrow x^{\frac{5}{3}} = \frac{1}{32} \Rightarrow \sqrt[3]{x^5} = \frac{1}{2^5} \Rightarrow x^5 = \left(\frac{1}{2^5}\right)^3 \Rightarrow x^5 = \frac{1}{2^{15}} \Rightarrow$$

$$x = \sqrt[5]{\frac{1}{2^{15}}} = \frac{1}{2^{\frac{15}{5}}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

b)



$$sen\ 60 = \frac{H}{80} \Rightarrow H = 80 \cdot sen\ 60º = 80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 40 \cdot \sqrt{3} = 69'282\ m.$$

Ejercicio 4.- [10 puntos]

Halla los máximos y mínimos relativos de la función $f(x) = x^3 - 9x$. Determina también en qué intervalos es creciente la función y donde es decreciente.

$$f'(x) = 3x^2 - 9 = 3\left(x^2 - 3\right) \Rightarrow Sabiendo\ que\ x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$f'(x) = 3\left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{3}\right) \Rightarrow Creciente \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow 3\left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{3}\right) > 0 \Rightarrow \begin{cases} 3 > 0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ x - \sqrt{3} > 0 \Rightarrow x > \sqrt{3} \\ x + \sqrt{3} > 0 \Rightarrow x > -\sqrt{3} \end{cases}$$

	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	∞
3 > 0	**(+)**	**(+)**	**(+)**
x > $-\sqrt{3}$	**(-)**	**(+)**	**(+)**
x > $\sqrt{3}$	**(-)**	**(-)**	**(+)**
Solución	**(+)**	**(-)**	**(+)**

Creciente $\forall x \in \left(x < -\sqrt{3}\right) \cup \left(x > \sqrt{3}\right)$ **Decreciente** $\forall x \in -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

Máximo relativo $x = -\sqrt{3} \Rightarrow f\left(-\sqrt{3}\right) = \left(-\sqrt{3}\right)^3 - 9 \cdot \left(-\sqrt{3}\right) = -3\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
De Creciente pasa a Decreciente

Mínimo relativo $x = \sqrt{3} \Rightarrow f\left(\sqrt{3}\right) = \left(\sqrt{3}\right)^3 - 9 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$
De Decreciente pasa a Creciente

Ejercicio 5.-

a) [5 puntos] Halla todos los valores de x para los que $\frac{2x+3}{x-2} \leq 0$.

b) [5 puntos] Halla la ecuación de una circunferencia sabiendo que uno de sus diámetros tiene por extremos los puntos A(−1, 4) y B(7, −2).

$a)$

$$\frac{2x+3}{x-2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3 > 0 \Rightarrow 2x > -3 \Rightarrow x > -\frac{3}{2} \\ x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \end{cases}$$

	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	**2**	∞
$x > -\frac{3}{2}$	**(-)**	**(+)**	**(+)**
x > 2	**(-)**	**(-)**	**(+)**
Solución	**(+)**	**(-)**	**(+)**

Sera Solución la que nos da la parte negativa ya que $\frac{2x+3}{x-2} \leq 0 \Rightarrow \forall x \in \Re / -\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

Continuación del Ejercicio 5

b) El punto medio **C** del vector **AB** es el centro de la circunferencia y el diámetro es la mitad del módulo del vector **AB**

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{(-1)+7}{2} = 3 \\ y_C = \dfrac{4+(-2)}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow Centro\ C(3\,,1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (7\,,-2) - (-1\,,4) = (8\,,-6) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$R = \frac{\left|\overrightarrow{AB}\right|}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$Ecuación \Rightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 - 25 = 0 \Rightarrow C \equiv x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$$

Ejercicio 6.- [10 puntos]

Halla el valor de m sabiendo que la recta $y = mx + 3$ pasa por el punto de intersección de las rectas $y = 2x + 1$ e $y = x + 5$.

$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ -x + y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow 4 - y + 5 = 0 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow Punto\ (4\,,9) \Rightarrow$$

$$9 = m \cdot 4 + 3 \Rightarrow 4m = 6 \Rightarrow m = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$