PROBLEMAS RESUELTOS MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

CAPITULO 4 FISICA TOMO 1

Cuarta, quinta y sexta edición

Raymond A. Serway

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES

4.1 Los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración

4.2 Movimiento bidimensional con aceleración constante

4.3 Movimiento de proyectiles

4.4 Movimiento circular uniforme

4.5 Aceleración tangencial y radial

4.6 Velocidad y aceleración relativa

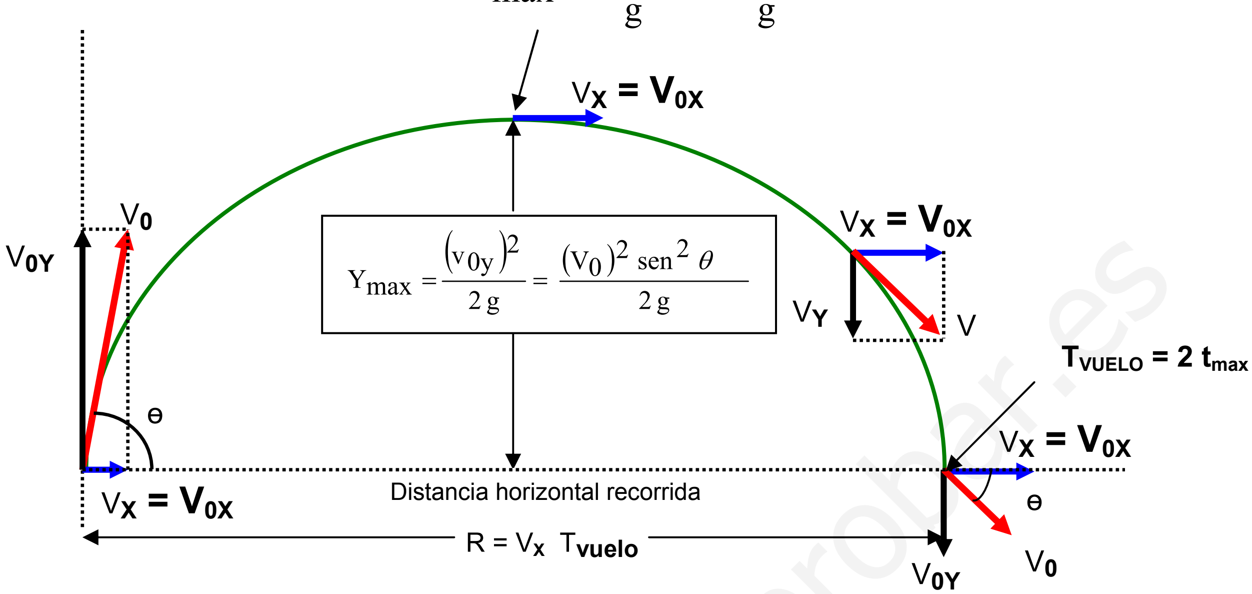
4.7 Movimiento relativo a altas velocidades

Erving Quintero Gil
Ing. Electromecánico
Bucaramanga – Colombia
2010

Para cualquier inquietud o consulta escribir a:
quintere@hotmail.com
quintere@gmail.com
quintere2006@yahoo.com

ALCANCE HORIZONTAL Y ALTURA MAXIMA DE UN PROYECTIL

$$t_{max} = \frac{V_{0Y}}{g} = \frac{V_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$



Un proyectil disparado desde el origen en t = 0 con una velocidad inicial $\mathbf{V_0}$. La altura máxima del proyectil es h y su alcance horizontal es R. En el punto más alto de la trayectoria, la partícula tiene coordenadas (R/2, Y_{max}).

Supóngase que un proyectil se lanza desde el origen en t = 0 con una componente V_Y positiva, hay dos puntos especiales que es interesante analizar:

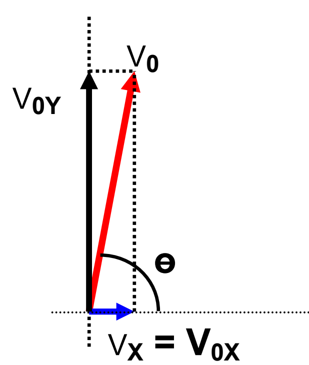
El máximo que tiene coordenadas (R/2, Y_{max}) y el punto que tiene coordenadas (R,0). La distancia **R** se conoce como alcance horizontal del proyectil y Y_{max} es su altura máxima.

Se encuentra Y_{max} y **R** en función de $\mathbf{V_0}$**, θ, g.**

Se puede determinar Y_{max} al observar que en la altura máxima $\mathbf{V_Y = 0}$. En consecuencia, puede usarse la **ecuación 4.11** para determinar el tiempo $\mathbf{t_{max}}$ necesario para llegar a la altura máxima.

Ecuación 4.11 $\overset{0}{\cancel{V_Y}} = V_{0Y} - g\ t_{max}$ pero : $V_{0Y} = V_0\ \operatorname{sen}\theta$

$0 = V_0\ \operatorname{sen}\theta - g\ t_{max}$



Despejando el tiempo

$$g\ t_{max} = V_0\ \operatorname{sen}\theta$$

$g\ t_{max} = V_0\ \operatorname{sen}\theta$

$$t_{max} = \frac{V_0\ \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Al sustituir esta expresión para $\mathbf{t_{MAX}}$ en la **ecuación 4.13,** se obtiene Y_{max} en función de $\mathbf{V_0}$**,** $\boldsymbol{\theta}$**.**

Componente de posición vertical

$$Y_{max} = (V_{0Y})\, t_{max} - \frac{1}{2} g\, t_{max}^2$$

pero: $t_{max} = \dfrac{V_0 \ \operatorname{sen}\theta}{g}$ $\qquad t_{max}^2 = \left(\dfrac{V_0 \ \operatorname{sen}\theta}{g}\right)^2$ $\qquad$ $\mathbf{V_{0Y} = V_0 \ sen\ \theta}$

Reemplazando

$$Y_{max} = (V_{0Y})\, t_{max} - \frac{1}{2} g\, t_{max}^2$$

$$Y_{max} = (V_0 \ \operatorname{sen}\theta)\left(\frac{V_0 \operatorname{sen}\theta}{g}\right) - \frac{1}{2}\, g \left(\frac{V_0 \ \operatorname{sen}\theta}{g}\right)^2$$

$$Y_{max} = (V_0 \ \operatorname{sen}\theta)\left(\frac{V_0 \operatorname{sen}\theta}{g}\right) - \frac{1}{2}\, g \ \frac{(V_0)^2 \ \operatorname{sen}^2\theta}{g^2}$$

$$Y_{max} = (V_0 \ \operatorname{sen}\theta)\left(\frac{V_0 \operatorname{sen}\theta}{g}\right) - \frac{(V_0)^2 \ \operatorname{sen}^2\theta}{2\,g}$$

$$Y_{max} = \left(\frac{(V_0)^2 \operatorname{sen}^2\theta}{g}\right) - \frac{(V_0)^2 \ \operatorname{sen}^2\theta}{2\,g}$$

$$Y_{max} = \frac{2(V_0)^2 \operatorname{sen}^2\theta - (V_0)^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g}$$

$Y_{max} = \dfrac{(V_0)^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g}$ con esta ecuación se halla la altura máxima que alcanza un cuerpo.

El alcance **R,** es la distancia horizontal recorrida en el doble de tiempo necesario para alcanzar la altura máxima, es decir, en el tiempo $2t_1$. el tiempo que demora el cuerpo en el aire se le llama tiempo de vuelo ($\mathbf{t_{VUELO}}$)

$\overset{0}{Y} = (V_{0Y})\, t_{VUELO} - \dfrac{1}{2} g\, t_{VUELO}^2$ pero: Y = 0

$$0 = (V_{0Y})\, t_1 - \frac{1}{2} g\, t_{VUELO}^2$$

$(V_{0Y})\, t_{VUELO} = \dfrac{1}{2} g\, t_{VUELO}^2$ Cancelando t_{VUELO}

$(V_{0Y}) = \dfrac{1}{2} g\, t_{VUELO}$ despejando t_{VUELO}

$t_{VUELO} = \dfrac{2 \ V_{0Y}}{g}$ $\qquad$ pero: $\mathbf{V_{0Y} = V_0 \ sen\ \theta}$

$t_{VUELO} = \dfrac{2 \ V_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$ Se le denomina tiempo de vuelo del proyectil

El alcance **R,** es la distancia horizontal recorrida
$R = V_X \ t_{VUELO}$

Pero: $V_X = V_{0X} = V_0 \cos \theta$ $t_{VUELO} = \frac{2\ V_0 \text{ sen}\,\theta}{g}$

$R = V_X\, t_{VUELO}$

$R = V_0 \cos \theta\ t_{VUELO}$

$$R = V_0\ \cos\theta \left(\frac{2\ V_0 \text{ sen}\,\theta}{g}\right)$$

$$R = \frac{2\ \text{sen}\,\theta\ \cos\theta\,(V_0)^2}{g}$$

Pero: **2 sen θ cos θ = sen 2 θ**

$$R = \frac{\text{sen}\,2\theta\ (V_0)^2}{g}$$ con esta ecuación se halla el alcance máximo horizontal

Ejemplo 4.5 Donde pone el ojo pone la bala. Pág. 81 del libro serway cuarta edición
En una conferencia demostrativa muy popular, un proyectil se dispara contra un blanco de tal manera que el primero sale del rifle al mismo tiempo que el blanco se deja caer en reposo, como muestra la figura 4.9. Se demostrara que si el rifle esta inicialmente dirigido hacia el blanco estacionario, aun así el proyectil hará diana.

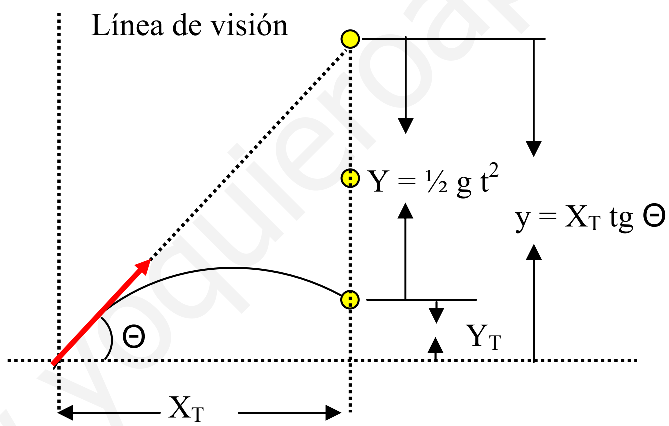


FIGURA 4.9

Razonamiento y solución
Se puede argumentar que el choque resultara bajo las condiciones establecidas observando que tanto el proyectil como el blanco experimentan la misma aceleración $\mathbf{a_Y = -g}$ tan pronto como se liberan. Primero observe en la figura 4.9 que la coordenada **y** inicial del blanco es $\mathbf{X_T\ tg\ \theta}$ y que disminuye a lo largo de una distancia $\mathbf{\frac{1}{2}\, g\, t^2}$ en un tiempo **t.** En consecuencia, la coordenada **y** del blanco como una función del tiempo es, según la ecuación 4.14.

$$y = X_T\ \text{tg}\,\theta$$

Ver figura 4.9

$y = X_T\ \text{tg}\,\theta = Y_T + Y$ Pero $\mathbf{Y = \frac{1}{2}\, g\, t^2}$

$X_T\ \text{tg}\,\theta = Y_T + \frac{1}{2} g\, t^2$ Despejamos Y_T

$$X_T \; tg\,\theta - \frac{1}{2} g \; y^2 = Y_T$$

Si después de esto se escriben las ecuaciones para **x** y **y** correspondientes a la trayectoria del proyectil a lo largo del tiempo, utilizando las ecuaciones 4.12 y 4.13 en forma simultanea, se obtiene

COMPONENTE DE POSICION HORIZONTAL

$X = v_X * t$

$X = (v_0 \cos \theta)\, t$ ECUACION 4.12

COMPONENTE DE POSICION VERTICAL

$$Y = (V_{0Y})\, t - \frac{1}{2} g \; t^2$$

$$Y = V_0 \,\mathrm{sen}\,\theta \; t - \frac{1}{2} g \; t^2$$

$$Y_P = V_0 \,\mathrm{sen}\,\theta \; t - \frac{1}{2} g \; t^2$$

PERO: $X_T = (v_0 \cos \theta)\, t$ Despejamos t

$$t = \frac{X_T}{V_0 \; \cos\theta}$$

Reemplazando en la ecuación anterior

$$Y_P = V_0 \,\mathrm{sen}\,\theta \; t - \frac{1}{2} g \; t^2$$

$$Y_P = V_0 \,\mathrm{sen}\,\theta \left(\frac{X_T}{V_0 \; \cos\theta} \right) - \frac{1}{2} g \; t^2$$ Cancelando **V_0**

$$Y_P = \mathrm{sen}\,\theta \left(\frac{X_T}{\cos\theta} \right) - \frac{1}{2} g \; t^2$$

$Y_P = X_T \; tg\,\theta - \frac{1}{2} g \; t^2$ Asi pues, al comparar las dos ecuaciones anteriores se vera que cuando

$X_P = X_T$; $Y_P = Y_T$ Se produce un choque.

Ejemplo 4.6 Esto es verdaderamente un arma. Pág. 82 del libro serway cuarta edición

Desde la azotea de un edificio se lanza una piedra hacia arriba a un angulo de 30 grados con respecto de la horizontal y con una velocidad inicial de 20 m/seg. Como muestra la figura 4.10. Si la altura del edificio es 45 m. Cuanto tiempo permanece la pierda en vuelo?

$V_X = V_{0X} = V_0 \cos \theta$

$V_X = V_{0X} = 20$ m/seg * cos 30

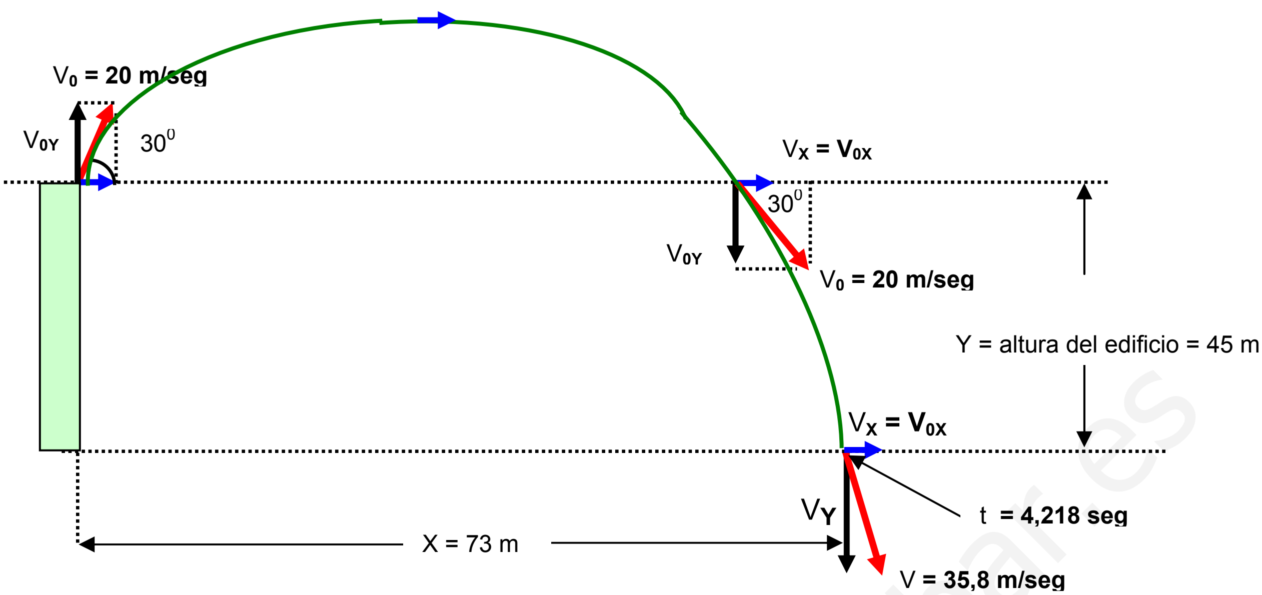
$V_X = V_{0X} = 17{,}32$ m/seg

$V_{0Y} = V_0$ sen θ

$V_{0Y} = 20$ m/seg * sen 30 = 20 * 0,5 = 10 m/seg

$V_{0Y} = 10$ m/seg.

$V_X = V_{0X}$



Es importante decir que el sitio donde se inicia el movimiento son las coordenadas (0,0), de esto se deduce que lo este hacia abajo es negativo y lo que este hacia arriba es positivo.

Por lo anterior la altura del edificio
Y = - 45 metros

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$-45 = 10 * t - \frac{9,8 * t^2}{2}$$

$$-45 = 10\,t - 4,9\,t^2$$

Ordenando la ecuación de segundo grado

$4,9\ t^2 - 10\ t - 45 = 0$
a = 4,9 b = -10 c = - 45

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\,a\,c}}{2\,a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 * 4,9 * (-45)}}{2 * 4,9} = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 882}}{9,8}$$

$$t = \frac{10 \pm \sqrt{982}}{9,8} = \frac{10 \pm 31,33}{9,8}$$

$$t = \frac{10 + 31,33}{9,8} = \frac{41,33}{9,8} = 4,218 \text{ seg}$$

Cual es la velocidad de la piedra justo antes de que golpee el suelo?

$V_Y = V_{0Y} - g * t$

V_Y = 10 m/seg - 9,8 m/seg^2 * 4,21 seg
V_Y = 10 m/seg – 41,33 m/seg

V_Y = - 31,33 m/seg.

Es importante decir que el sitio donde se inicia el movimiento son las coordenadas (0,0), de esto se deduce que lo este hacia abajo es negativo

$V_X = V_{0X} = 17{,}32$ m/seg la velocidad en el eje x se mantiene constante.

$V^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(17{,}32)^2 + (-31{,}33)^2} = \sqrt{300 + 981{,}56} = \sqrt{1281{,}56} = 35{,}8 \text{ m/seg}$$

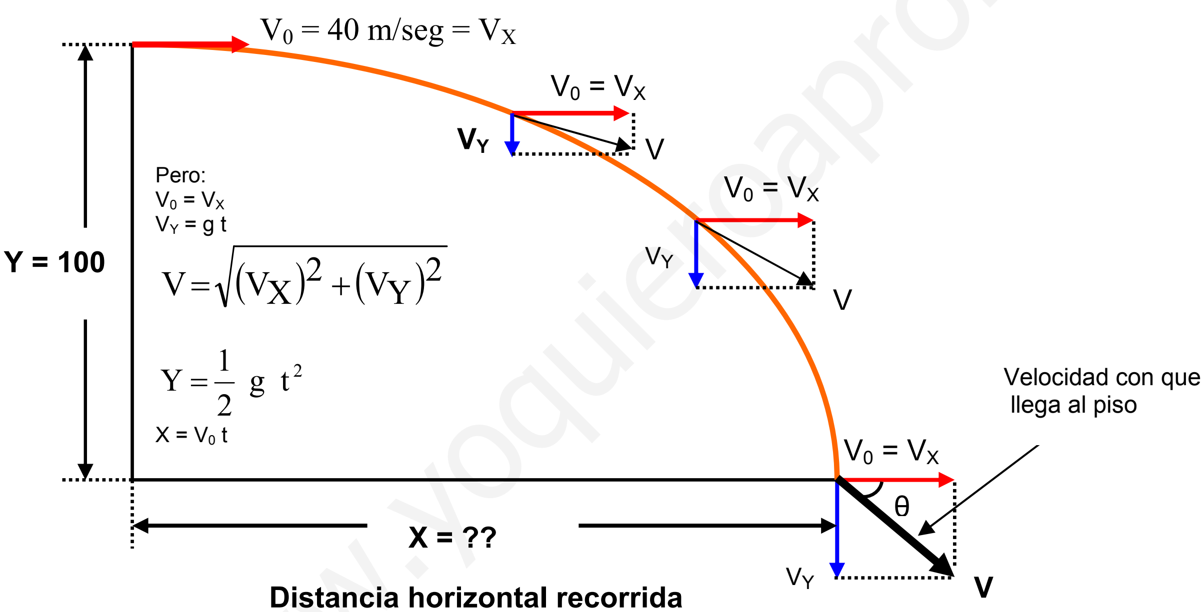
Donde golpea la piedra en el suelo?

$X = V_{0X} * t$

$X = 17{,}32$ m/seg * 4,21 seg

X = 73 metros

Ejemplo 4.7 Los exploradores extraviados. Pág. 82 del libro serway cuarta edición
Un avión de rescate en Alaska deja caer un paquete de provisiones a un grupo de exploradores extraviados, como se muestra en la fig. 4.11. Si el avión viaja horizontalmente a 40 m/seg. Y a una altura de 100 metros sobre el suelo. Donde cae el paquete en relación con el punto en que se soltó?



Distancia horizontal recorrida

Donde cae el paquete en relación con el punto en que se soltó?
Se halla el t_{VUELO}

$$Y = \frac{1}{2} g\, t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 100}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{200}{9{,}8}} = \sqrt{20{,}4} = 4{,}51 \text{ seg.}$$

$$X = V_0 * t_{vuelo} = 40 \text{ m/seg} * 4{,}51 \text{ seg} = 180{,}4 \text{ metros}$$

X = 180,4 metros

Nota: cuando un cuerpo es disparado en forma horizontal (eje de las X), no tiene desplazamiento en el eje de las y, por lo tanto $V_{0Y} = 0$

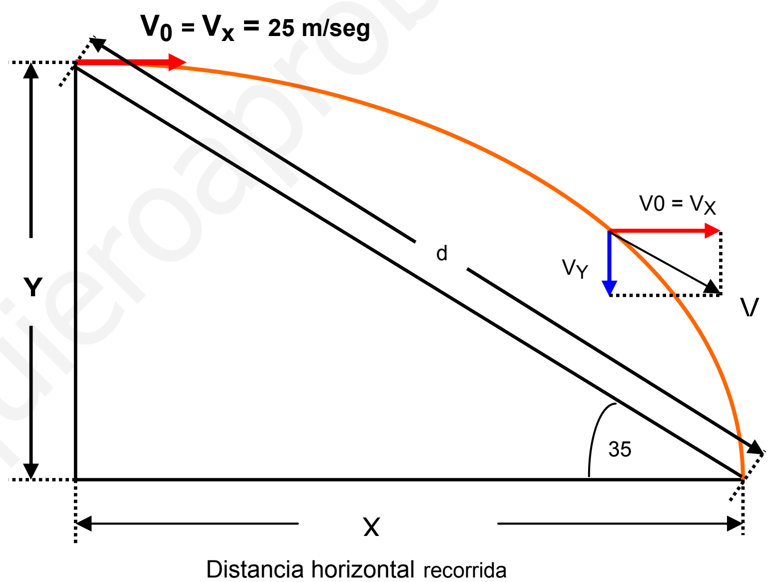
$$V_Y = \cancelto{0}{V_{0Y}} + g * t$$

$V_Y = g * t_{VUELO}$
$V_Y = 9{,}8 * 4{,}51$
$\mathbf{V_Y = 44{,}19}$ **m/seg.**

Nota: cuando un cuerpo es disparado en forma horizontal (eje de las X), esta velocidad $V_0 = V_X$ se mantiene constante hasta que el cuerpo llegue al piso.

$\mathbf{V_X = V_0 = 40}$ **m/seg.**

Ejemplo 4.8 La terminación de un salto en sky. Pág. 83 del libro serway cuarta edición
Una esquiadora baja por una pendiente y se despega del suelo moviéndose en la dirección horizontal con una velocidad de 25 m/ seg. Como muestra la figura 4.12. La pendiente tiene una inclinación de 35 grados. En que punto la esquiadora vuelve hacer contacto con el suelo?



$$\cos 35 = \frac{X}{d}$$

X = d * cos 35 ECUACION 1

$$\operatorname{sen} 35 = \frac{Y}{d}$$

Y = d * sen 35   ECUACION 2

$V_X = V_{0X} = 25$ m/seg.

$$X = V_{0X} * t$$

X = 25 * t   ECUACION 3

Igualando la ecuación 1 y la 3.

X = d * cos 35 ECUACION 1

X = 25 * t   ECUACION 3

$$d \cos 35 = 25\, t$$

Despejando el tiempo

$$t = \frac{d \cos 35}{25}$$

$$(t)^2 = \left[\frac{d \cos 35}{25}\right]^2$$

Es importante decir que el sitio donde se inicia el movimiento son las coordenadas (0,0), de esto se deduce que lo este hacia abajo es negativo y lo que este hacia arriba es positivo.

Por lo anterior la altura del edificio Y = es negativa .

Como el movimiento es horizontal, V_{0Y} = 0

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$-Y = -\frac{9{,}8 * t^2}{2}$$

reemplazando

Y = d * sen 35 ECUACION 2

$$-d \ \ \text{sen } 35 = -\frac{9{,}8 * t^2}{2}$$

$$d \ \ \text{sen } 35 = \frac{9{,}8 * t^2}{2}$$

Pero: $(t)^2 = \left[\frac{d \ \cos 35}{25}\right]^2$

$$d \ \ \text{sen } 35 = \frac{9{,}8 * \left[\frac{d \cos 35}{25}\right] 2}{2}$$

$$2 \ d \ \ \text{sen } 35 = 9{,}8 \left[\frac{d \cos 35}{25}\right]^2$$

$$2 \ d (25)^2 \ \ \text{sen } 35 = 9{,}8 [d \cos 35]^2$$

$$2 \ d (625) \ \text{sen } 35 = 9{,}8 (d)^2 \ [\cos 35]^2$$

$$1250 \ d \ \text{sen } 35 = 9{,}8 (d)^2 \ [0{,}8191]^2$$

$$1250 \ d \ \text{sen } 35 = 9{,}8 (d)^2 \ [0{,}6710]$$

Cancelando “d”

$$1250 \ \ \text{sen } 35 = 9{,}8 (d) [0{,}6710]$$

$$1250 \ \ \text{sen } 35 = (d) [6{,}575]$$

despejando “d”

$$d = \frac{1250 \ \ \text{sen } 35}{6{,}575} = \frac{716{,}97}{6{,}575} = 109 \text{ metros}$$

Pero:

X = d * cos 35 ECUACION 1

X = 109 cos 35

X = 109 * 0,8191

X = 89,28 metros

Y = d * sen 35 ECUACION 2

Y = 109 * sen 35

Y = 109 * 0,573
Y = 62,51 metros

Determine cuanto tiempo permanece la esquiadora en el aire y su componente vertical de velocidad antes de aterrizar

$X = V_{0X} * t$

X = 89,28 metros $V_X = V_{0X}$ = 25 m/seg.

$$t = \frac{X}{V_{0x}} = \frac{89{,}28\ m}{25\ \frac{m}{seg}} = 3{,}57\ seg$$

Nota: cuando un cuerpo es disparado en forma horizontal (eje de las X), no tiene desplazamiento en el eje de las y, por lo tanto $V_{0Y} = 0$

$V_Y = \cancel{V_{0Y}}^{0} + g * t$

$V_Y = g * t =$ 9,8 m/seg^2 * **3,57** seg.

V_Y = 34,98 m/seg.

Problema 4.5 Edición cuarta SERWAY, Problema 4.5 Edición seis SERWAY
En t = 0, una partícula que se mueve en el plano "xy" con aceleración constante tiene una velocidad de V_0 = (3i - 2j) m/seg y esta en el origen. En t = 3 seg., la velocidad de la partícula es v = (9i + 7j) m/seg. Encuentre (a) la aceleración de la partícula y (b) sus coordenadas en cualquier tiempo t.

(a) $\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t} = \frac{(9.00\hat{i} + 7.00\hat{j}) - (3.00\hat{i} - 2.00\hat{j})}{3.00} = \boxed{(2.00\hat{i} + 3.00\hat{j})\ m/s^2}$$

(b) $\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 = (3.00\hat{i} - 2.00\hat{j})t + \frac{1}{2}(2.00\hat{i} + 3.00\hat{j})t^2$

$\boxed{x = (3.00t + t^2)\ m}$ and $\boxed{y = (1.50t^2 - 2.00t)\ m}$

Problema 4.6 Edición seis SERWAY
El vector de posición de una partícula varia en el tiempo de acuerdo con la expresión r = (3i - $6t^2$j) m. (a) Encuentre expresiones para la velocidad y aceleración como funciones del tiempo. (b) Determine la posición y velocidad de la partícula en t = 1 seg.

$$\text{(a)} \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \left(\frac{d}{dt}\right)\left(3.00\hat{\mathbf{i}} - 6.00t^2\hat{\mathbf{j}}\right) = \boxed{-12.0t\,\hat{\mathbf{j}}\ \text{m/s}}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{d}{dt}\right)\left(-12.0t\,\hat{\mathbf{j}}\right) = \boxed{-12.0\hat{\mathbf{j}}\ \text{m/s}^2}$$

$$\text{(b)} \quad \boxed{\mathbf{r} = \left(3.00\hat{\mathbf{i}} - 6.00\hat{\mathbf{j}}\right)\ \text{m};\ \mathbf{v} = -12.0\hat{\mathbf{j}}\ \text{m/s}}$$

Problema 4.7 Edición cuarta SERWAY

Un Pez que nada en un plano horizontal tiene velocidad V_0 = (4i + 1j) m/s en un punto en el océano cuyo vector de posición es r_0 = (10i - 4j) m relativo a una roca estacionaria en la playa. Después que el pez nada con aceleración constante durante 20 seg, su velocidad es v = (20i - 5j) m/s (a). Cuales son los componentes de la aceleración? (b). Cual es la dirección de la aceleración con respecto del eje x fijo? (c) Donde se encuentra el pez t = 25 s, y en que dirección se mueve?

$$\mathbf{v}_i = \left(4.00\hat{\mathbf{i}} + 1.00\hat{\mathbf{j}}\right)\ \text{m/s and}\ \mathbf{v}(20.0) = \left(20.0\hat{\mathbf{i}} - 5.00\hat{\mathbf{j}}\right)\ \text{m/s}$$

$$\text{(a)} \quad a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{20.0 - 4.00}{20.0}\ \text{m/s}^2 = \boxed{0.800\ \text{m/s}^2}$$

$$a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{-5.00 - 1.00}{20.0}\ \text{m/s}^2 = \boxed{-0.300\ \text{m/s}^2}$$

$$\text{(b)} \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-0.300}{0.800}\right) = -20.6° = \boxed{339°\ \text{from}\ +x\ \text{axis}}$$

(c) At $t = 25.0$ s

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 10.0 + 4.00(25.0) + \frac{1}{2}(0.800)(25.0)^2 = \boxed{360\ \text{m}}$$

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = -4.00 + 1.00(25.0) + \frac{1}{2}(-0.300)(25.0)^2 = \boxed{-72.7\ \text{m}}$$

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t = 4 + 0.8(25) = 24\ \text{m/s}$$

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t = 1 - 0.3(25) = -6.5\ \text{m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-6.50}{24.0}\right) = \boxed{-15.2°}$$

Problema 4.8 Edición seis SERWAY

Una partícula que esta situada inicialmente en el origen, tiene una aceleración de a = 3j m/s^2 y una velocidad inicial de Vi = 500i m/seg. Encuentre (a) el vector de posición y velocidad en cualquier tiempo t y (b) las coordenadas y rapidez de la partícula en t = 2 seg.

$\mathbf{a} = 3.00\bar{\mathbf{j}}\ \text{m/s}^2$; $\mathbf{v}_i = 5.00\bar{\mathbf{i}}\ \text{m/s}$; $\mathbf{r}_i = 0\bar{\mathbf{i}} + 0\bar{\mathbf{j}}$

(a) $$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 = \boxed{\left[5.00t\bar{\mathbf{i}} + \frac{1}{2}3.00t^2\bar{\mathbf{j}}\right]\text{m}}$$

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t = \boxed{\left(5.00\bar{\mathbf{i}} + 3.00t\bar{\mathbf{j}}\right)\ \text{m/s}}$$

(b) $$t = 2.00\ \text{s},\ \mathbf{r}_f = 5.00(2.00)\bar{\mathbf{i}} + \frac{1}{2}(3.00)(2.00)^2\bar{\mathbf{j}} = \left(10.0\bar{\mathbf{i}} + 6.00\bar{\mathbf{j}}\right)\text{m}$$

so $x_f = \boxed{10.0\ \text{m}}$, $y_f = \boxed{6.00\ \text{m}}$

$$\mathbf{v}_f = 5.00\bar{\mathbf{i}} + 3.00(2.00)\bar{\mathbf{j}} = \left(5.00\bar{\mathbf{i}} + 6.00\bar{\mathbf{j}}\right)\ \text{m/s}$$

$$v_f = \left|\mathbf{v}_f\right| = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{(5.00)^2 + (6.00)^2} = \boxed{7.81\ \text{m/s}}$$

Problema 4.9 Edición seis SERWAY

No es posible ver objetos muy pequeños, por ejemplo virus, con el uso de un microscopio de luz ordinario. Un microscopio electrónico puede ver tales objetos con el uso de un haz electrónico en lugar de un haz luminoso. La microscopia de electrones ha resultado ser de valor incalculable para investigaciones de virus, membranas celulares y estructuras subcelulares, superficies bacteriales, receptores visuales, cloroplastos y las propiedades contráctiles de músculos. Las "lentes" de un microscopio electrónico consisten en campos eléctricos y magnéticos que controlan el haz de electrones. Como ejemplo de la manipulación de un haz de electrones, considere un electrón que se desplaza alejándose del origen a lo largo del eje x en el piano xy con velocidad inicial Vi = Vi i. Cuando pasa por la región x = 0 a x = d, el electrón experimenta una aceleración a = a_xi + a_yj, donde a_x y a_y, son constantes. Para el caso Vi = 1.8 X 10^7 m/seg., a_x = 8 X 10^{14} m/s^2 y a_y = 1.6 X 10^{15} m/s^2, determine en x = d = 0.0100 m (a) la posición del electrón, (b) la velocidad del electrón, (c) la rapidez del electrón, y (d) la dirección de desplazamiento del electrón (es decir, el ángulo entre su velocidad y el eje x).

(a) For the x-component of the motion we have $x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$.

$$0.01\ \text{m} = 0 + \left(1.80\times10^7\ \text{m/s}\right)t + \frac{1}{2}\left(8\times10^{14}\ \text{m/s}^2\right)t^2$$

$$\left(4\times10^{14}\ \text{m/s}^2\right)t^2 + \left(1.80\times10^7\ \text{m/s}\right)t - 10^{-2}\ \text{m} = 0$$

$$t = \frac{-1.80\times10^7\ \text{m/s} \pm \sqrt{\left(1.8\times10^7\ \text{m/s}\right)^2 - 4\left(4\times10^{14}\ \text{m/s}^2\right)\left(-10^{-2}\text{m}\right)}}{2\left(4\times10^{14}\ \text{m/s}^2\right)}$$

$$= \frac{-1.8\times10^7 \pm 1.84\times10^7\ \text{m/s}}{8\times10^{14}\ \text{m/s}^2}$$

We choose the + sign to represent the physical situation

$$t = \frac{4.39 \times 10^5 \ \text{m/s}}{8 \times 10^{14} \ \text{m/s}^2} = 5.49 \times 10^{-10} \ \text{s}.$$

Here

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}\left(1.6 \times 10^{15} \ \text{m/s}^2\right)\left(5.49 \times 10^{-10} \ \text{s}\right)^2 = 2.41 \times 10^{-4} \ \text{m}.$$

So, $\boxed{\mathbf{r}_f = \left(10.0\ \hat{\mathbf{i}} + 0.241\ \hat{\mathbf{j}}\right) \text{mm}}$.

(b) $$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t = 1.80 \times 10^7 \ \text{m/s}\ \hat{\mathbf{i}} + \left(8 \times 10^{14} \ \text{m/s}^2\ \hat{\mathbf{i}} + 1.6 \times 10^{15} \ \text{m/s}^2\ \hat{\mathbf{j}}\right)\left(5.49 \times 10^{-10} \ \text{s}\right)$$

$$= \left(1.80 \times 10^7 \ \text{m/s}\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(4.39 \times 10^5 \ \text{m/s}\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(8.78 \times 10^5 \ \text{m/s}\right)\hat{\mathbf{j}}$$

$$= \boxed{\left(1.84 \times 10^7 \ \text{m/s}\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(8.78 \times 10^5 \ \text{m/s}\right)\hat{\mathbf{j}}}$$

(c) $$\left|\mathbf{v}_f\right| = \sqrt{\left(1.84 \times 10^7 \ \text{m/s}\right)^2 + \left(8.78 \times 10^5 \ \text{m/s}\right)^2} = \boxed{1.85 \times 10^7 \ \text{m/s}}$$

(d) $$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{8.78 \times 10^5}{1.84 \times 10^7}\right) = \boxed{2.73^\circ}$$

Problema 4.10 Edición cuarta SERWAY

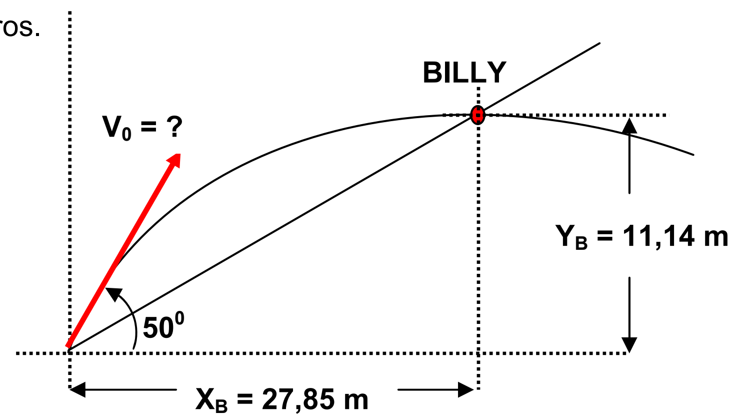
Jimmy esta en la parte inferior de la colina, mientras que Billy se encuentra 30 metros arriba de la misma. Jimmy de un sistema de coordenadas esta en el origen de un sistema de coordenadas x,y y la línea que sigue la pendiente de la colina esta dada por la ecuación Y = 0,4 X. Si Jimmy lanza una manzana a Billy con un ángulo de 50^0 respecto de la horizontal. Con que velocidad debe lanzar la manzana para que pueda llegar a Billy?

Datos del problema:

Distancia entre Jimmy y Billy = 30 metros.

Ɵ = 50^0

Pendiente de la colina Y = 0,4 X.



$Y_B = 0,4\ X_B$

$(Y_B)^2 = 0,16\,(X_B)^2$

Pero:

$(30)^2 = (X_B)^2 + (Y_B)^2$

$900 = (X_B)^2 + 0,16\,(X_B)^2$

$900 = 1,16\,(X_B)^2$

$X_B = \sqrt{\left(\frac{900}{1,16}\right)} = 27,85 \text{ metros}$

X_B = 27,85 metros

pero:
$Y_B = 0,4\ X_B$
$Y_B = 0,4\ (27,85)$
$Y_B = 11,14$ metros

Alcance horizontal
$X = v_X * t$
$X = (v_0 \cos \theta)\ t$ **(Ecuación 1)**

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$

Pero:

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \ \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2} \quad \textbf{(Ecuación 2)}$$

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2.

$$Y = V_O \ \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \ \operatorname{sen}\theta * \left(\frac{X}{V_0 \cos\theta}\right) - \frac{g * \left(\frac{X}{V_O \cos\theta}\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{V_O \operatorname{sen}\theta}{V_0 \cos\theta} * (X) - \frac{g * (X)^2}{2\ V_0^2 (\cos\theta)^2}$$

$$Y = \operatorname{tag}\theta * (X) - \frac{g * (X)^2}{2\ V_0^2 (\cos\theta)^2}$$

Reemplazando
X = 27,85 metros
Y = 11,14 metros
$\theta = 50^0$

$$11,14 = \operatorname{tag} 50 * (27,85) - \frac{9,8 * (27,85)^2}{2\ V_0^2 (\cos 50)^2}$$

$$11,14 = 33,19 - \frac{7756,22}{V_0^2 (0,8263)}$$

$$11 = 33,19 - \frac{9386,68}{V_0^2}$$

$$\frac{9386,68}{V_0^2} = 33,19 \ -11$$

$$\frac{9386,68}{V_0^2} = 22,19 \qquad V_0^2 = \frac{9386,68}{22,19}$$

$$V_0 = \sqrt{\left(\frac{9386,68}{22,19}\right)} = 20,56 \ \ m/seg$$

V_0 = 20,56 m/seg.

Problema 4.10 Edición sexta SERWAY.
Para desencadenar una avalancha en las faldas de una montaña, se dispara un obús de artillería con una velocidad inicial de 300 m/seg. a 55° sobre la horizontal. El obús explota en el costado de la montaña 42 seg. después de ser disparado. Cuales son las coordenadas x e y del obús donde explota, con respecto a su punto de disparo?

$$x = v_{xi}t = v_i \cos\theta_i t$$

$$x = (300 \ \ m/s)(\cos 55.0°)(42.0 \ s)$$

$$x = \boxed{7.23 \times 10^3 \ m}$$

$$y = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_i \sin\theta_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = (300 \ \ m/s)(\sin 55.0°)(42.0 \ s) - \frac{1}{2}(9.80 \ \ m/s^2)(42.0 \ s)^2 = \boxed{1.68 \times 10^3 \ m}$$

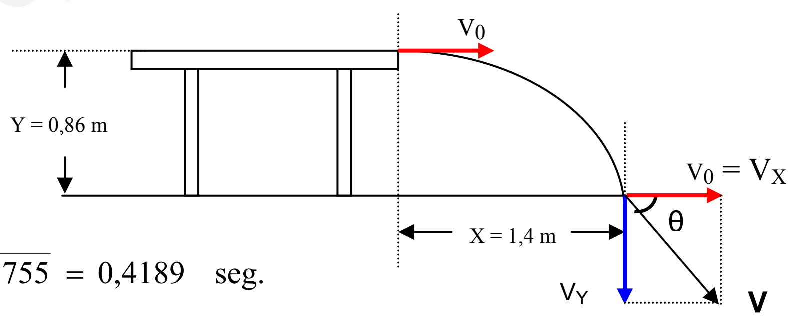
Problema 4.11 Edición cuarta SERWAY; Problema 4.11 Edición sexta SERWAY
En un bar local, un cliente hace deslizar un tarro vacío de cerveza sobre la barra para que vuelvan a llenarlo. El cantinero esta momentáneamente distraído y no ve el tarro, el cual cae de la barra y golpea el piso a 1,4 metros de la base de la misma.
Si la altura de la barra es 0,86 metros.

a) Con que velocidad abandono el tarro la barra?
b) Cual fue la dirección de la velocidad del tarro justo antes de chocar con el piso?

Se halla el t_{VUELO}

$$Y = \frac{1}{2} \ g \ t^2 \ \Rightarrow \ 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \qquad \Rightarrow \ t = \sqrt{\frac{2 \ Y}{g}}$$



$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2 \ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \ * \ 0,86}{9,8}} = \sqrt{0,1755} = 0,4189 \quad seg.$$

a) Con que velocidad abandono el tarro la barra?

Datos: X = 1,4 metros t_{VUELO} = 0,4189 seg.

$$X = V_0 \ * \ t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{X}{t_{vuelo}} = \frac{1,4 \ \ m}{0,4189 \ \ seg} = 3,34 \ \frac{m}{seg}$$

V_0 = 3,34 m/seg.

b) Cual fue la dirección de la velocidad del tarro justo antes de chocar con el piso?

Datos: **$V_0 = V_X$ = 3,34 m/seg.** **g = 9,8 m/seg^2** t_{VUELO} = 0,4189 seg.

Nota: cuando un cuerpo es disparado en forma horizontal (eje de las X), no tiene desplazamiento en el eje de las y, por lo tanto $V_{0Y} = 0$

$$V_Y = \cancel{V_{0Y}}^{\,0} + g * t$$

$V_Y = g * t_{VUELO}$ = 9,8 m/seg^2 * 0,4189 seg.

V_Y = 4,105 m/seg.

$$V^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2$$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(3,34)^2 + (4,105)^2} = \sqrt{11,155 + 16,851} = 5,29 \ m/seg$$

$$tg\,\theta = \frac{V_Y}{V_X} = \frac{-\ 4,105}{3,34} = -\ 1,229$$

θ = arc tg (- 1,229)

θ = - 50,86^0

Problema 4.12 Edición sexta SERWAY.

En un bar local, un cliente desliza un tarro vacío de cerveza por la barra para que se 10 vuelvan a llenar. El cantinero esta momentáneamente distraído y no ve el tarro, que sale despedido de la barra y cae al suelo a una distancia **d** de la base de la barra. La altura de la barra es **h**.

(a) con que velocidad salio el tarro de la barra, y (b) cual era la dirección de la velocidad del tarro justo antes de tocar el piso?

The mug is a projectile from just after leaving the counter until just before it reaches the floor. Taking the origin at the point where the mug leaves the bar, the coordinates of the mug at any time are

$$x_f = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = v_{xi}t + 0 \ \text{ and } \ y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0 - \frac{1}{2}g t^2.$$

When the mug reaches the floor, $y_f = -h$ so

$$-h = -\frac{1}{2}g t^2$$

which gives the time of impact as

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

(a) Since $x_f = d$ when the mug reaches the floor, $x_f = v_{xi}\, t$ becomes $d = v_{xi}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ giving the initial velocity as

$$\boxed{v_{xi} = d\sqrt{\frac{g}{2h}}}.$$

(b) Just before impact, the x-component of velocity is still

$$v_{xf} = v_{xi}$$

while the y-component is

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y\, t = 0 - g\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Then the direction of motion just before impact is below the horizontal at an angle of

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\left|v_{yf}\right|}{v_{xf}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{g\sqrt{\frac{2h}{g}}}{d\sqrt{\frac{g}{2h}}}\right) = \boxed{\tan^{-1}\left(\frac{2h}{d}\right)}.$$

Problema 4.13 Edición cuarta SERWAY

Una pelota se lanza horizontalmente desde la azotea de un edificio de 35 metros de altura. La pelota golpea el suelo en un punto a 80 metros de la base del edificio. Encuentre:

a) El tiempo que la pelota permanece en vuelo?

b) Su velocidad inicial?

c) Las componentes X y Y de la velocidad justo antes de que la pelota pegue en el suelo?

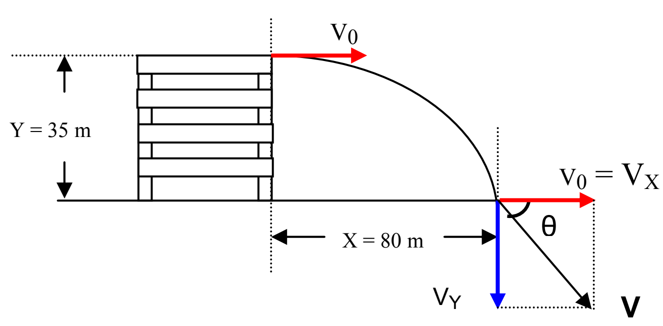
a) El tiempo que la pelota permanece en vuelo?

Se halla el t_{VUELO} Datos: Y = 35 metros **g = 9,8 m/seg²**

$$Y = \frac{1}{2}\, g\, t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\,Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2\,Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 35}{9,8}} = \sqrt{\frac{70}{9,8}} = \sqrt{7,142}$$



t_{VUELO} = 2,6726 seg.

b) Su velocidad inicial? $V_0 = V_X$

Datos: X = 80 metros t_{VUELO} = 2,6726 seg.

$$X = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{X}{t_{vuelo}} = \frac{80}{2,6726} = 29,93 \frac{m}{seg}$$

V_0 = 29,93 m/seg.

c) Las componentes X y Y de la velocidad justo antes de que la pelota pegue en el suelo?

$V_0 = V_X$ = 29,93 m/seg. t_{VUELO} = 2,6726 seg.

$V_Y = g * t_{VUELO}$ = **9,8 m/seg^2 * 2,6726** seg.

V_Y = - 26,19 m/seg. (El signo negativo por que va la pelota va cayendo.)

$V^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(29,93)^2 + (-26,19)^2} = \sqrt{895,8049 + 685,9161} = \sqrt{1581.721}$$

V = 39,77 m/seg.

$$tg\, \theta = \frac{V_Y}{V_X} = \frac{-26,19}{29,93} = -0,875$$

θ = arc tg (- 0,875)

$\theta = -41,18^0$

Problema 4.14 Edición cuarta SERWAY

Superman vuela al nivel de los árboles cuando ve que el elevador de la torre Eiffel empieza a desplomarse (el cable se rompe), su visión de rayos X le indica que Luisa Lane esta en el interior. Si Superman se encuentra a 1 km de distancia de la torre y el elevador cae desde una altura de 240 metros. Cuanto tarda Superman en salvar a Luisa y cual debe ser su velocidad promedio?

Se halla el t_{VUELO} Datos: Y = 240 metros g = 9,8 m/seg^2

$$Y = \frac{1}{2} g\, t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 240}{9,8}} = \sqrt{\frac{480}{9,8}} = \sqrt{48,979} = 7 \quad seg.$$

t_{VUELO} = 7 seg.

Datos: X = 1 km = 1000 metros t_{VUELO} = 7 seg.

$$X = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{X}{t_{vuelo}} = \frac{1000}{7} = 142,85 \frac{m}{seg}$$

$V_0 = V_X$ = 142,85 m/seg.

Problema 4.14a Edición cuarta SERWAY

Superman vuela al nivel de los árboles cuando ve que el elevador de la torre Eiffel empieza a desplomarse (el cable se rompe), su visión de rayos X le indica que Luisa Lane esta en el interior. Si Superman se encuentra a una distancia **d** de la torre y el elevador cae desde una altura **h**. Cuanto tarda Superman en salvar a Luisa y cual debe ser su velocidad promedio?

Se halla el t_{VUELO} Datos: altura vertical = **h** g = 9,8 m/seg^2 distancia horizontal **= d**

$$h = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2h = g * t^2$$

$$\frac{2h}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$d = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{d}{t_{vuelo}} = \frac{d}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

$$V_0 = \frac{d}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = \frac{\sqrt{d^2}}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = \sqrt{\frac{d^2}{\frac{2h}{g}}} = \sqrt{\frac{g\ d^2}{2h}} = d * \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

$$V_0 = d\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

Problema 4.14 Edición sexta SERWAY.

Una astronauta en un extraño planeta encuentra que ella puede saltar una distancia horizontal máxima de 15 m si su rapidez inicial es 3 m/seg. Cual es la aceleración en caída libre en el planeta?

From Equation 4.14 with $R = 15.0$ m, $v_i = 3.00$ m/s, $\theta_{max} = 45.0°$

$$\therefore g = \frac{v_i^2}{R} = \frac{9.00}{15.0} = \boxed{0.600\ \text{m/s}^2}$$

Problema 4.15 Edición cuarta SERWAY; Problema 4.23 Edición sexta SERWAY

Un jugador de soccer patea una roca horizontalmente desde el borde de una plataforma de 40 metros de altura en dirección a una fosa de agua. Si el jugador escucha el sonido de contacto con el agua 3 seg. Después de patear la roca. Cual fue la velocidad inicial? . Suponga que la velocidad del sonido en el aire es 343 m/seg.

Se halla el t_{VUELO} Datos: Y = 40 metros g = 9,8 m/seg^2

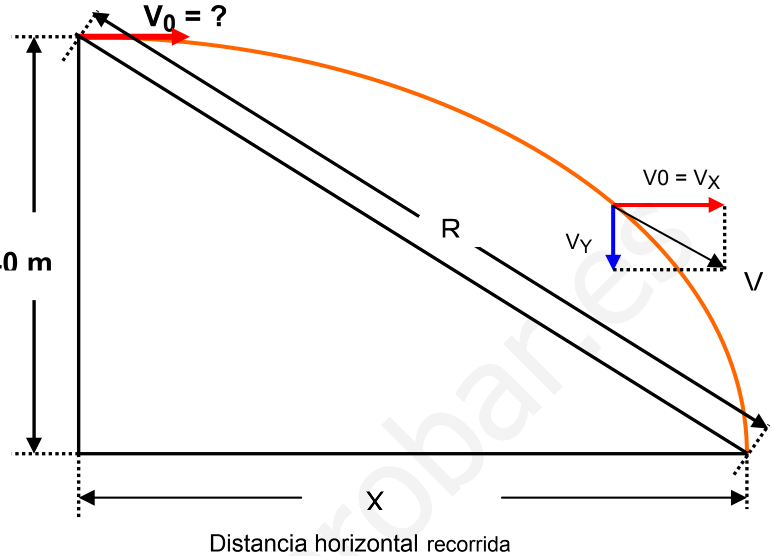
$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t_{vuelo} = \sqrt{\frac{2Y}{g}} = \sqrt{\frac{2*40}{9,8}} = \sqrt{\frac{80}{9,8}} = \sqrt{8,1632} = 2,86 \quad seg.$$

t_{VUELO} = 2,86 seg.

3 seg – t_{VUELO} = 3 – 2,86 = 0,14 seg.



Se halla la distancia recorrida por la pelota
Datos: t = 0,14 seg. V_X = veloc. del sonido en el agua = 343 m/seg.

$$R = V_0 * t = 343 * 0,14 = 48,02 \text{ m}$$

$R^2 = (Y)^2 + (X)^2$
$(X)^2 = R^2 - (Y)^2$

$$X = \sqrt{(R)^2 - (Y)^2} = \sqrt{(48,02)^2 - (40)^2} = \sqrt{2305,92 - 1600} = \sqrt{705,92}$$

X= 26,56 m/seg.

Su velocidad inicial? $V_0 = V_X$
Datos: X = 26,56 metros t_{VUELO} = 2,86 seg.

$$X = V_0 * t_{vuelo}$$

$$V_0 = \frac{X}{t_{vuelo}} = \frac{26,56}{2,86} = 9,28 \ \frac{m}{seg}$$

$V_0 = V_X$ = 9,28 m/seg.

Problema 4.16 Edición sexta SERWAY.
Una piedra es lanzada hacia arriba desde el nivel del suelo en forma tal que la altura máxima de su vuelo es igual a su alcance horizontal **d.**
(a) A que ángulo θ es lanzada la piedra?
(b) Que pasaría si? Su respuesta a la parte (a) seria diferente en un planeta diferente?
(c) Cual es el alcance d_{MAX},. que la piedra puede alcanzar si es lanzada a la misma rapidez pero a un ángulo optimo para alcance máximo?

(a) To identify the maximum height we let i be the launch point and f be the highest point:

$$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y\left(y_f - y_i\right)$$
$$0 = v_i^2 \sin^2\theta_i + 2(-g)(y_{\max} - 0)$$
$$y_{\max} = \frac{v_i^2 \sin^2\theta_i}{2g}.$$

To identify the range we let i be the launch and f be the impact point; where t is not zero:

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$
$$0 = 0 + v_i \sin\theta_i t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$
$$t = \frac{2v_i \sin\theta_i}{g}$$
$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$
$$d = 0 + v_i \cos\theta_i \frac{2v_i \sin\theta_i}{g} + 0.$$

For this rock, $d = y_{\max}$

$$\frac{v_i^2 \sin^2\theta_i}{2g} = \frac{2v_i^2 \sin\theta_i \cos\theta_i}{g}$$
$$\frac{\sin\theta_i}{\cos\theta_i} = \tan\theta_i = 4$$
$$\theta_i = \boxed{76.0°}$$

(b) Since g divides out, the answer is $\boxed{\text{the same}}$ on every planet.

(c) The maximum range is attained for $\theta_i = 45°$:

$$\frac{d_{\max}}{d} = \frac{v_i \cos 45° 2v_i \sin 45° g}{g v_i \cos 76° 2v_i \sin 76°} = 2.125.$$

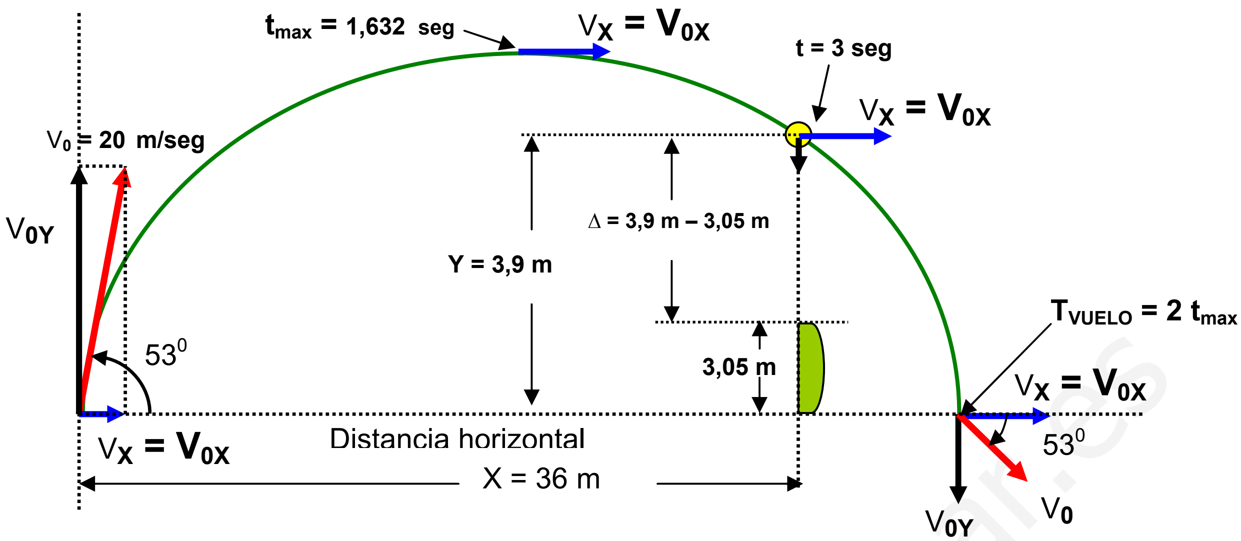
So $d_{\max} = \boxed{\frac{17d}{8}}$.

Problema 4.17 Edición cuarta SERWAY; Problema 4.19 Edición sexta SERWAY

Un pateador de lugar debe patear un balón de fútbol desde un punto a 36 metros (casi 40 yardas) de la zona de gol y la bola debe librar los postes, que están a 3,05 metros de alto. Cuando se patea, el balón abandona el suelo con una velocidad de 20 m/seg y un ángulo de 53^0 respecto de la horizontal.

a) Por cuanta distancia el balón libra o no los postes.

b) El balón se aproxima a los postes mientras continua ascendiendo o cuando va descendiendo.



Datos X = 36 metros $\theta = 53^0$ V_0 = 20 m/seg.

$V_{0Y} = V_0$ sen θ

V_{0Y} = 20 sen 53 = 20 * 0,79 = 15,97 m/seg

V_{0Y} = 16 m/seg.

$V_{0X} = V_0$ cos θ

V_{0x} = 20 cos 53 = 20 * 0,6 = 12,03 m/seg

V_{0x} = 12 m/seg.

Es necesario saber el tiempo que necesita el balón para llegar al arco (portería)

Pero; V_{0x} = 12 m/seg. X = 36 metros t = tiempo que necesita el balón para llegar al arco

X = V_{0X} * t

$$t = \frac{X}{V_{0X}} = \frac{36\ m}{12\ \frac{m}{seg}} = 3\ seg.$$

t = 3 seg.

Se halla el tiempo máximo, es decir el tiempo en que alcanza el punto mas alto de la trayectoria. Con esto se sabe si el balón esta subiendo o esta bajando. En conclusión se puede ubicar el arco (portería).

$$t_{max} = \frac{V_{0Y}}{g} = \frac{16}{9,8} = 1,632\ seg.$$

Se halla el tiempo de vuelo del balón.

$t_{vuelo} = 2\ t_{max}$

t_{vuelo} = 2 * 1,632

t_{vuelo} = 3,26 seg.

En la figura se puede observar la posición del arco (portería), por que el tiempo de 3 seg. esta ubicado entre el tiempo máximo y el tiempo de vuelo. Por lo tanto a los 3 seg. el balón va bajando.

Ubicando el balón en la trayectoria se halla la altura que lleva el balón en ese punto.

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2} = 16 \frac{m}{seg} * 3\,seg - \frac{9{,}8 \frac{m}{seg^2} * (3\ seg)^2}{2} = 48\,m - \frac{9{,}8 * 9\,m}{2} = 48\,m - 44{,}1\,m$$

Y = 48 m – 44,1 m = 3,9 m

Y = 3,9 metros .

Para hallar por cuanta distancia el balón libra o no los postes. Es decir a cuanta distancia del arco pasa el balón.

la diferencia es 3,9 – 3,05 = 0,85 metros
el balón pasa por encima del arco a 0,85 metros (Ver grafica)

El balón se aproxima a los postes mientras continua ascendiendo o cuando va descendiendo.
En la grafica se observa que el balón esta bajando cuando esta encima del arco.

Problema 4.17 Edición sexta SERWAY.
Una pelota es lanzada desde la ventana de un piso alto de un edificio. La pelota es lanzada a una velocidad inicial de 8 m/seg. a un ángulo de 20° por debajo de la horizontal. Llega al suelo 3 seg. después. (a) A que distancia horizontal desde la base del edificio esta el punto en el que la pelota llega al suelo?
(b) Encuentre la altura desde la cual fue lanzada la pelota.
(c) Cuanto tiempo tarda la relata en llegar a un punto a 10 m abajo del nivel del lanzamiento.?

(a) $x_f = v_{xi} t = 8.00 \cos 20.0° (3.00) = \boxed{22.6\ m}$

(b) Taking y positive downwards,

$$y_f = v_{yi} t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_f = 8.00 \sin 20.0° (3.00) + \frac{1}{2}(9.80)(3.00)^2 = \boxed{52.3\ m}.$$

(c) $10.0 = 8.00(\sin 20.0°)t + \frac{1}{2}(9.80)t^2$

$$4.90t^2 + 2.74t - 10.0 = 0$$

$$t = \frac{-2.74 \pm \sqrt{(2.74)^2 + 196}}{9.80} = \boxed{1.18\ s}$$

Problema 4.18 Edición cuarta SERWAY
Un bombero a 50 metros de un edificio en llamas dirige un chorro de agua de una manguera a un ángulo de 30^0 sobre la horizontal, como se muestra en la figura p4.18. Si la velocidad inicial de la corriente es 40 m/seg. A que altura el agua incide en el edificio?

Datos X = 50 metros $\Theta = 30^0$ $V_0 = 40$ m/seg.

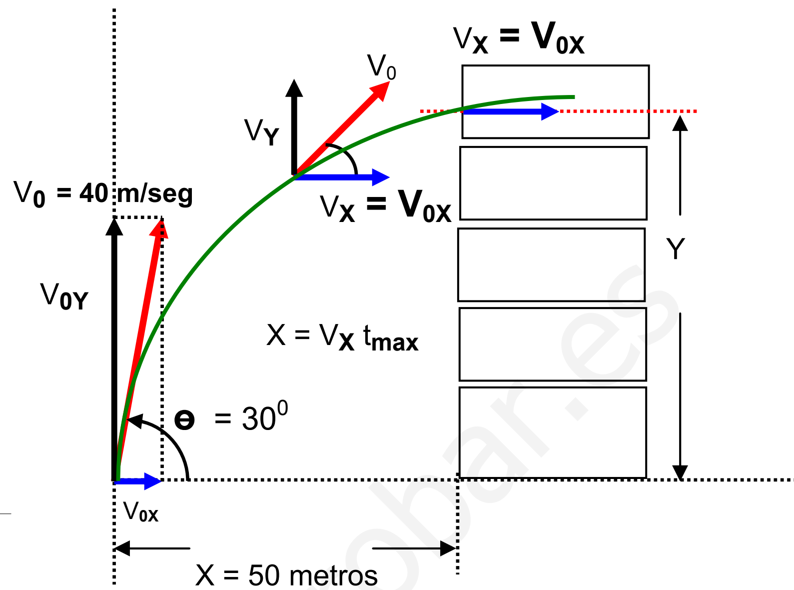
pero: **X = (v_0 cos θ) t**

Despejamos t

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta} = \frac{50}{40 \cos 30} = \frac{50}{34,64}$$

t = 1,4433 seg.



$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = 40 \operatorname{sen} 30 * 1,443 - \frac{9,8 * (1,443)^2}{2}$$

$$Y = 28,867 - \frac{20,416}{2}$$

$$Y = 28,867 - 10,2$$

Y = 18,66 metros

Problema 4.18 a Edición cuarta SERWAY; Problema 4.20 Edición sexta SERWAY

Un bombero a una distancia **d** metros de un edificio en llamas dirige un chorro de agua de una manguera a un ángulo de **θ** sobre la horizontal, como se muestra en la figura p4.18. Si la velocidad inicial de la corriente es $\mathbf{V_0}$. A que altura el agua incide en el edificio?

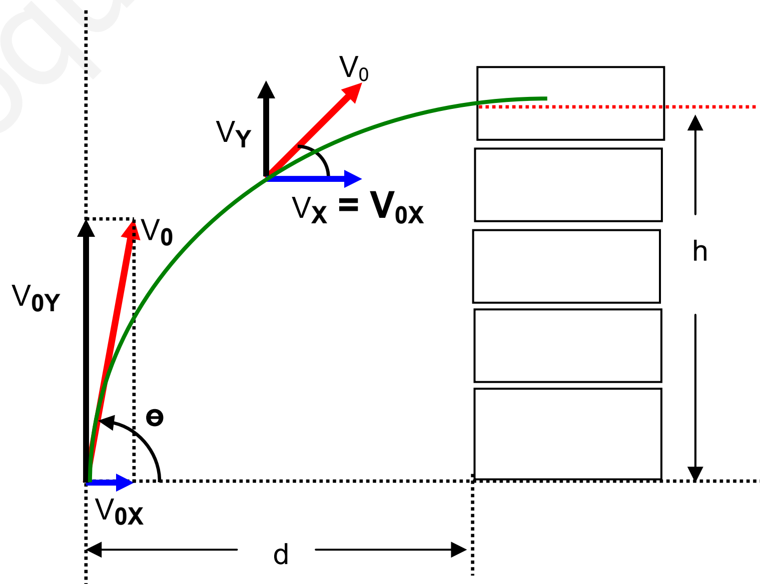
PERO: d = (v_0 cos θ) t

Despejamos t

$$t = \frac{d}{V_0 \cos\theta}$$

$$h = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$h = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$



reemplazando **t** en la ecuación

$$h = (V_0 \operatorname{sen}\theta)\left(\frac{d}{V_0 \cos\theta}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{d}{V_0 \cos\theta}\right)^2$$

$$h = (\operatorname{sen}\theta)\left(\frac{d}{\cos\theta}\right) - \frac{1}{2}\, g \left(\frac{d}{V_0 \cos\theta}\right)^2$$

$$h = \operatorname{tg}\theta\ d - \frac{1}{2}\, g \left(\frac{d}{V_0 \cos\theta}\right)^2$$

$$h = \operatorname{tg}\theta\ d - \frac{g\, d^2}{2\,(V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

$$h = \frac{2\,(V_0)^2 \cos^2\theta\ \operatorname{tg}\theta\ d - g\, d^2}{2\,(V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

$$h = \frac{2\,(V_0)^2 \cos^2\theta\ \dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}\ d - g\ d^2}{2\,(V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

$$h = \frac{(V_0)^2\ 2\ \cos\theta\ \operatorname{sen}\theta\ \ d - g\ d^2}{2\,(V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

pero: **2 sen θ cos θ = sen 2 θ**

$$h = \frac{(V_0)^2\ \operatorname{sen} 2\theta\ \ d - g\ d^2}{2\,(V_0)^2 \cos^2 \theta}$$

Problema 4.18 Edición sexta SERWAY.
Un pez arquero pequeño (20 a 25 cm de largo) vive en aguas salobres del sudeste de Asia, desde la India hasta las Filipinas. Este pez de nombre tan bien dado captura su presa al lanzar un chorro de gotas de agua a un insecto, ya sea que este se encuentre en reposo o en pleno vuelo. El insecto cae al agua y el pez se lo traga. El pez arquero tiene alta precisión a distancias de 1.2 a 1.5 m, y a veces da en el blanco a distancias de hasta 3.5 m. Una pequeña hendidura del paladar de su boca, junto con una lengua enrollada, forma un tubo que hace posible que el pez imparta alta velocidad al agua en su boca cuando de pronto cierra sus agallas. Suponga que el pez lanza agua a un blanco situado a 2 m de distancia, a un ángulo de 30° sobre la horizontal. Con que velocidad debe ser lanzado el chorro de gotas si estas no deben bajar mas de 3 cm verticalmente en su trayectoria al blanco.

We interpret the problem to mean that the displacement from fish to bug is

$$2.00 \text{ m at } 30° = (2.00 \text{ m})\cos 30°\,\hat{i} + (2.00 \text{ m})\sin 30°\,\hat{j} = (1.73 \text{ m})\hat{i} + (1.00 \text{ m})\hat{j}.$$

If the water should drop 0.03 m during its flight, then the fish must aim at a point 0.03 m above the bug. The initial velocity of the water then is directed through the point with displacement

$$(1.73 \text{ m})\hat{i} + (1.03 \text{ m})\hat{j} = 2.015 \text{ m at } 30.7°.$$

For the time of flight of a water drop we have

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$1.73 \text{ m} = 0 + (v_i \cos 30.7°)t + 0$ so

$$t = \frac{1.73 \text{ m}}{v_i \cos 30.7°}.$$

The vertical motion is described by

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2.$$

The "drop on its path" is

$$-3.00 \text{ cm} = \frac{1}{2}(-9.80 \text{ m/s}^2)\left(\frac{1.73 \text{ m}}{v_i \cos 30.7°}\right)^2.$$

Thus,

$$v_i = \frac{1.73 \text{ m}}{\cos 30.7°}\sqrt{\frac{9.80 \text{ m/s}^2}{2 \times 0.03 \text{ m}}} = 2.015 \text{ m}(12.8 \text{ s}^{-1}) = \boxed{25.8 \text{ m/s}}.$$

Problema 4.19 Edición cuarta SERWAY

Un astronauta sobre la luna dispara una pistola de manera que la bala abandona el cañón moviéndose inicialmente en una posición horizontal

a) Cual debe ser la velocidad de orificio si la bala va a recorrer por completo el derredor de la luna y alcanzara al astronauta en un punto 10 cm debajo de su altura inicial

b) Cuanto permanece la bala en vuelo? Suponga que la aceleración en caída libre sobre la luna es un sexto de la de la tierra.

Gravedad de la luna = 1/6 * 9,8 = 1,6333 m/seg^2 **(Aceleración de la luna)**

La realidad es que la bala describe un movimiento circular alrededor de la luna, para esto necesitamos el radio de la luna = 1,74 * 10^6 metros, los 10 cm no inciden sobre el calculo del radio de la luna. hallamos la velocidad

$$a_L = \frac{V^2}{r_L}$$

$$V^2 = a_L * r_L$$

$$V = \sqrt{a_L \, r_L} = \sqrt{1{,}6333 * 1{,}74 * 10^6} = \sqrt{2841999{,}999} = 1685{,}82 \, \frac{m}{seg}$$

b) Cuanto permanece la bala en vuelo?

$$V = 2\,\pi\, r_L\; f = 2\,\pi\, r_L\; \frac{1}{T}$$

Se despeja el periodo T

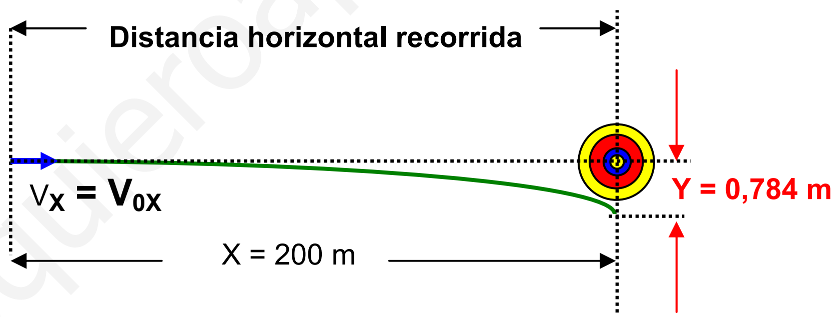
$$T = \frac{2\;\pi\, r_L}{V} = \frac{2\;*\pi\;*1{,}74*10^6\;m}{1685{,}82\;\frac{m}{seg}} = 6485{,}11\,seg$$

$$T = 6485{,}11\,seg * \frac{1\,hora}{3600\,seg} = 1{,}8\,horas$$

T = 1,8 horas

Problema 4.20 Edición cuarta SERWAY
Un rifle se dirige horizontalmente al centro de un gran blanco a 200 metros de distancia. La velocidad inicial de la bala es 500 m/seg.
a) Donde incide la bala en el blanco?
b) Para golpear en el centro del blanco, el cañón debe estar a un ángulo sobre la línea de visión. Determine el ángulo de elevación del cañón.

a) Donde incide la bala en el blanco?
Es evidente que al disparar horizontalmente, la bala describe un movimiento de tiro parabólico, ver la figura.



Datos:
Como el disparo es horizontal
V_X = 500 m/seg   X = 200 metros

Hallamos el tiempo de vuelo

$$X = V_X \;*\; t_{vuelo}$$

$$t_{\,vuelo} = \frac{X}{V_X} = \frac{200}{500} = 0{,}4\;\;seg$$

Ahora se halla el desplazamiento vertical de la bala con respecto al centro.

$$Y = V_{OY}\;*\;t + \frac{g*t^2}{2}$$ pero como el disparo es horizontal $V_{0Y} = 0$

$$Y = \frac{g*t^2}{2}$$ como el movimiento es hacia abajo se considera el valor de Y (+)

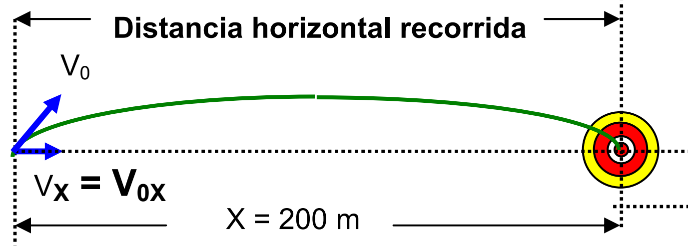
$$Y = \frac{g*t^2}{2} = \frac{9{,}8\;*0{,}4^2}{2} = 0{,}784\,m$$

b) Para golpear en el centro del blanco, el cañón debe estar a un ángulo sobre la línea de visión. Determine el ángulo de elevación del cañón.

Observemos que el mismo disparo, pero ahora la velocidad inicial tiene un ángulo respecto de la horizontal, esto es para garantizar que el disparo llegue al blanco. Es decir V_0 = 500 m/seg.

$$X = \frac{\operatorname{sen} 2\theta \ (V_0)^2}{g}$$

$$X \ g = \operatorname{sen} 2\theta \ (V_0)^2$$



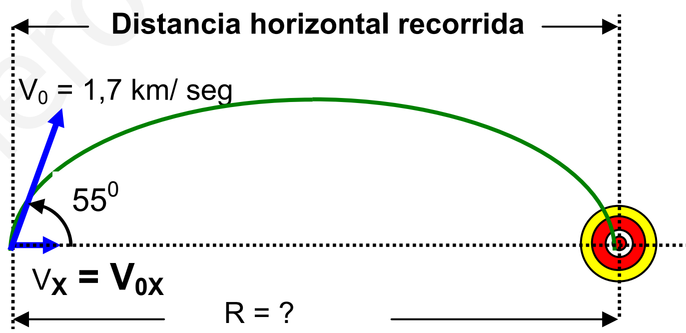
$$\operatorname{sen} 2\theta = \frac{X \ g}{(V_0)^2} = \frac{200 * 9{,}8}{500^2} = \frac{1960}{250000} = 0{,}00784$$

sen 2 ɵ = 0,00784
arc sen 2Θ = arc sen 0,00784
2 ɵ = 0,4492

$$\theta = \frac{0{,}4492}{2} = 0{,}224^0$$

ɵ = 0,224^0 respecto a la horizontal.

Problema 4.21 Edición cuarta SERWAY
Durante la primera guerra mundial los alemanes tenian un cañon llamado Big Bertha que se uso para bombardear paris. Los proyectiles tenian una velocidad inicial de 1,7 km/ seg. a una inclinacion de 55^0 con la horizontal. Para dar en el blanco, se hacian ajustes en relacion con la resistencia del aire y otros efectos. Si ignoramos esos efectos:



a) Cual era el alcance de los proyectiles
b) Cuanto permanecian en el aire?

a) Cual era el alcance de los proyectiles

Datos: V_0 = 1,7 km/seg   ɵ = 55^0

$$V_0 = 1{,}7 \ \frac{km}{seg} * \frac{1000 \, m}{1 \, km} = 1700 \ \frac{m}{seg}$$

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2\theta \ (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2(55) \ (1700)^2}{9{,}8} = \frac{\operatorname{sen} 110 * 2890000}{9{,}8} = \frac{2715711{,}674}{9{,}8} = 277113{,}43 \, m$$

R = 277,113 km

$R = V_{0X} \ t_{vuelo}$ **pero: $V_{0x} = V_0 \cos \Theta$**

$R = V_0 \cos \theta \ \ t_{vuelo}$

despejamos el tiempo de vuelo

$$t_{vuelo} = \frac{R}{V_0 \cos\theta} = \frac{277113,43}{1700 * \cos 55} = \frac{277113,43}{975,079} = 284,19 \text{ seg}$$

t_{vuelo} = 284,19 seg

Problema 4.21 Edición sexta SERWAY.

Un campo de juegos esta en el techo plano de una escuela, 6 m arriba del nivel de la calle. La pared vertical del edificio mide 7 m de alto, para formar una barandilla de un metro de alto alrededor del campo. Una pelota ha caído a la calle, y un transeúnte la devuelve lanzándola a un Angulo de 53° sobre la horizontal en un punto a 24 metros de la base de la pared del edificio. La pelota tarda 2.2 seg. en llegar a un punto verticalmente arriba de la pared.

(a) Encuentre la rapidez con la que fue lanzada la pelota.
(b) Encuentre la distancia vertical con la que la pelota rebasa la pared.
(c) Encuentre la distancia desde la pared al punto del techo donde cae la pelota.

(a) For the horizontal motion, we have

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$
$$24 \text{ m} = 0 + v_i(\cos 53°)(2.2 \text{ s}) + 0$$
$$v_i = \boxed{18.1 \text{ m/s}}.$$

(b) As it passes over the wall, the ball is above the street by $y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$

$$y_f = 0 + (18.1 \text{ m/s})(\sin 53°)(2.2 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.8 \text{ m/s}^2)(2.2 \text{ s})^2 = 8.13 \text{ m}.$$

So it clears the parapet by $8.13 \text{ m} - 7 \text{ m} = \boxed{1.13 \text{ m}}$.

(c) Note that the highest point of the ball's trajectory is not directly above the wall. For th whole flight, we have from the trajectory equation

$$y_f = (\tan\theta_i)x_f - \left(\frac{g}{2v_i^2 \cos^2\theta_i}\right)x_f^2$$

or

$$6 \text{ m} = (\tan 53°)x_f - \left(\frac{9.8 \text{ m/s}^2}{2(18.1 \text{ m/s})^2 \cos^2 53°}\right)x_f^2.$$

Solving,

$$\left(0.041\,2\ \mathrm{m}^{-1}\right)x_f^2 - 1.33x_f + 6\ \mathrm{m} = 0$$

and

$$x_f = \frac{1.33 \pm \sqrt{1.33^2 - 4(0.0412)(6)}}{2\left(0.0412\ \mathrm{m}^{-1}\right)}.$$

This yields two results:

$$x_f = 26.8\ \mathrm{m}\ \text{or}\ 5.44\ \mathrm{m}$$

The ball passes twice through the level of the roof.

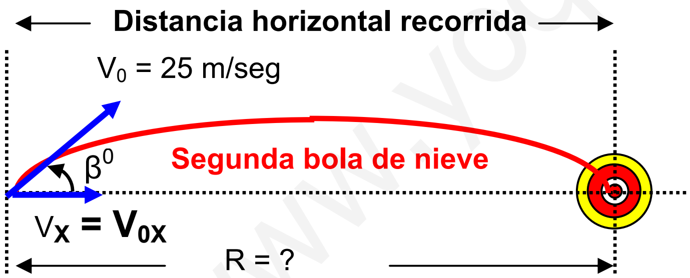
It hits the roof at distance from the wall

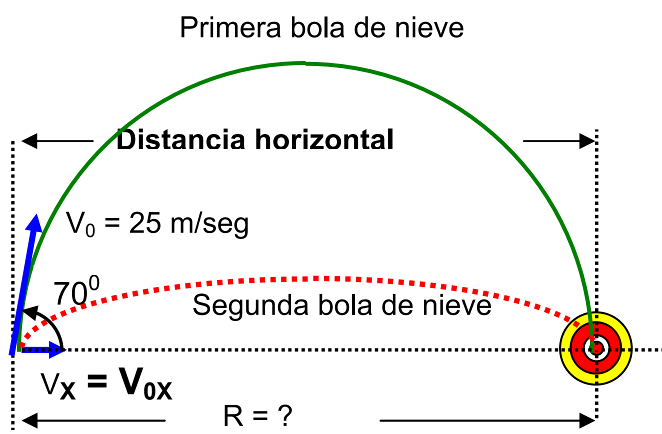
$$26.8\ \mathrm{m} - 24\ \mathrm{m} = \boxed{2.79\ \mathrm{m}}.$$

Problema 4.22 Edición cuarta SERWAY; Problema 4.13 Edición sexta SERWAY;
Una estrategia en las guerras con bolas de nieve es lanzarlas a un gran ángulo sobre el nivel del suelo. Mientras su oponente esta viendo esta primera bola de nieve, usted lanza una segunda bola a un ángulo menor lanzada en el momento necesario para que llegue a su oponente ya sea antes o al mismo tiempo que la primera. Suponga que ambas bolas de nieve se lanzan con una velocidad de 25 m/seg. La primera se lanza a un ángulo de 70^0 respecto de la horizontal.

a) A que ángulo debe lanzarse la segunda bola de nieve para llegar al mismo punto que la primera?

b) Cuantos segundos después debe lanzarse la segunda bola después de la primera para que llegue al blanco al mismo tiempo que la primera?





PRIMERA BOLA DE NIEVE
Se halla el tiempo de vuelo.

Datos $\theta = 70^0$ $\quad V_0 = 25$ m/seg.

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$ pero: $\mathbf{V_{0Y} = V_0 \text{ sen } \theta}$

$$Y = V_O \text{ sen}\,\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$ pero Y = 0

$$0 = V_O \text{ sen}\,\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$V_O\ \operatorname{sen}\theta * t = \frac{g * t^2}{2}$ Cancelando **t** a ambos lados de la igualdad.

$V_O\ \operatorname{sen}\theta = \frac{g * t}{2}$

$2\ V_0\ \operatorname{sen}\theta = g\ t$

$t_{vuelo} = \frac{2\ V_0\ \operatorname{sen}\theta}{g}$

$t_{vuelo} = \frac{2 * 25\ \operatorname{sen} 70}{g} = \frac{50\ \operatorname{sen} 70}{9,8} = \frac{46,984}{9,8} = 4,794\ seg$

t_{vuelo} = 4,794 seg (de la primera bola de nieve.)

Con el tiempo de vuelo de la primera bola de nieve, se halla el alcance horizontal.

$R = V_{0X}\ t_{vuelo}$ **pero: $V_{0X} = V_0$ cos θ**

$R = V_0\ \cos\theta\ \ t_{vuelo}$

$R = 25 * \cos 70 * 4,794$

R = 41 metros

Ahora hallamos el tiempo de vuelo de la segunda bola de nieve en función del ángulo de disparo.

Datos: β = ángulo de disparo de la segunda bola de nieve V_0 = 25 m/seg. **R = 41 metros**

$t_{vuelo\,2} = \frac{2\ V_0\ \operatorname{sen}\beta}{g}$

$t_{vuelo\,2} = \frac{2\ V_0\ \operatorname{sen}\beta}{g} = \frac{2 * 25 * \operatorname{sen}\beta}{9,8} = \frac{50\ \operatorname{sen}\beta}{9,8} = 5,1\ \operatorname{sen}\beta$

$t_{vuelo\ 2}$ = 5,1 sen β (de la segunda bola de nieve.)

Con este dato procedemos a hallar el ángulo β de disparo de la segunda bola de nieve.

$R = V_{0X}\ t_{vuelo\,2}$ **pero: $V_{0X} = V_0$ cos β**

$R = V_0\ \cos\beta\ \ t_{vuelo\,2}$ **pero: $t_{vuelo\ 2}$ = 5,1 sen β**

$R = V_0\ \cos\beta * 5,1\ \operatorname{sen}\beta$

$R = 25 * \cos\beta * 5,1\ \operatorname{sen}\beta$

$R = 127,5 * \cos\beta * \operatorname{sen}\beta$ **pero: R = 41**

$41 = 63,72 * (2\ \cos\beta * \operatorname{sen}\beta)$ **pero: 2 sen β cos β = sen 2 β**

$41 = 63,72 * (\operatorname{sen} 2\beta)$

$\operatorname{sen} 2\beta = \frac{41}{63,75} = 0,6431$

sen 2 β = 0,6431

arc sen 2 β = arc sen 0,6431

$2\ \beta = 40^0$

$$\beta = \frac{40}{2} = 20^0$$

$\beta = 20^0$

Con el calor del ángulo de disparo de la segunda bola de nieve, se halla el tiempo de vuelo

$t_{vuelo\ 2} = 5{,}1$ sen β (de la segunda bola de nieve.)

$t_{vuelo\ 2} = 5{,}1$ sen 20

$t_{vuelo\ 2} = 5{,}1 * 0{,}342$

$t_{vuelo\ 2} = 1{,}744$ seg (de la segunda bola de nieve.)

b) Cuantos segundos después debe lanzarse la segunda bola después de la primera para que llegue al blanco al mismo tiempo?

$t_{vuelo} = 4{,}794$ seg (de la primera bola de nieve.)

$t_{vuelo\ 2} = 1{,}744$ seg (de la segunda bola de nieve.)

$\Delta t = t_{vuelo} - t_{vuelo\ 2}$

$\Delta t = 4{,}794$ seg $- 1{,}744$ seg

$\Delta t = 3{,}05$ seg.

Problema 4.22 Edición sexta SERWAY.

Un bombardero de picada tiene una velocidad de 280 m/seg a un ángulo ɵ abajo de la horizontal. Cuando la altitud de la nave es 2.15 km, suelta una bomba que subsecuentemente hace blanco en tierra. La magnitud del desplazamiento desde el punto en que se soltó la bomba basta el blanco es 3.25 km. Hállese el ángulo ɵ.

*P4.22 When the bomb has fallen a vertical distance 2.15 km, it has traveled a horizontal distance x_f given by

$$x_f = \sqrt{(3.25\text{ km})^2 - (2.15\text{ km})^2} = 2.437\text{ km}$$

$$y_f = x_f \tan\theta - \frac{g x_f^2}{2 v_i^2 \cos^2\theta_i}$$

$$-2\,150\text{ m} = (2\,437\text{ m})\tan\theta_i - \frac{(9.8\text{ m/s}^2)(2\,437\text{ m})^2}{2(280\text{ m/s})^2\cos^2\theta_i}$$

$$\therefore -2\,150\text{ m} = (2\,437\text{ m})\tan\theta_i - (371.19\text{ m})(1+\tan^2\theta_i)$$

$$\therefore \tan^2\theta - 6.565\tan\theta_i - 4.792 = 0$$

$$\therefore \tan\theta_i = \frac{1}{2}\left(6.565 \pm \sqrt{(6.565)^2 - 4(1)(-4.792)}\right) = 3.283 \pm 3.945.$$

Select the negative solution, since θ_i is below the horizontal.

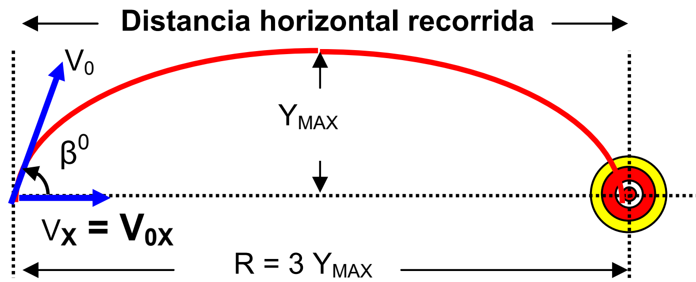
$$\therefore \tan\theta_i = -0.662\ ,\ \boxed{\theta_i = -33.5°}$$

Problema 4.23 Edición cuarta SERWAY

Un proyectil se dispara de tal manera que su alcance horizontal es igual a tres veces su máxima altura.

Cual es el ángulo de disparo?

Se halla la altura máxima que alcanza el proyectil teniendo en cuenta que la la velocidad final en el eje Y cuando el proyectil alcanza la máxima altura es cero.



$$(V_{FY})^2 = (V_{0Y})^2 - 2 * g * Y_{MAX}$$

$$0 = (V_{0Y})^2 - 2\,g\,Y_{MAX}$$

$$(V_{0Y})^2 = 2 * g * Y_{MAX}$$

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g}$$

Pero: $\mathbf{V_{0Y} = V_0\ sen\ \beta}$

$$Ymax = \frac{(V_O\ sen\beta)^2}{2\ g} = \frac{(V_0)^2\ sen^2\ \beta}{2\,g}$$

$$Ymax = \frac{(V_0)^2\ sen^2\ \beta}{2\,g}$$ **ECUACION 1**

$$R = \frac{sen\ 2\ \beta\ (V_0)^2}{g}$$

Pero: **2 sen β cos β = sen 2 β**

$$R = \frac{2\ sen\ \beta\ cos\,\beta * (V_0)^2}{g}$$

Pero: $\mathbf{R = 3\ Y_{MAX}}$

$$3\ Y_{MAX} = \frac{2\ sen\ \beta\ cos\,\beta * (V_0)^2}{g}$$

$$Y_{MAX} = \frac{2\ sen\ \beta\ cos\,\beta * (V_0)^2}{3\,g}$$ **ECUACION 2**

Igualando las ecuaciones 1 y 2.

$$Ymax = \frac{(V_0)^2\ sen^2\ \beta}{2\,g}$$ **ECUACION 1**

$$Y_{MAX} = \frac{2\ sen\ \beta\ cos\,\beta * (V_0)^2}{3\,g}$$ **ECUACION 2**

$$\frac{(V_0)^2\ sen^2\ \beta}{2\ g} = \frac{2\ sen\ \beta\ cos\,\beta * (V_0)^2}{3\,g}$$

Cancelando términos semejantes a ambos lados de la ecuación

$$\frac{sen\,\beta}{2} = \frac{2\ \ cos\,\beta}{3}$$

$$\frac{sen\,\beta}{cos\,\beta} = \frac{2 * 2}{3}$$

$$tg\,\beta = \frac{4}{3}$$

tg **β = 1,3333**

arc tg **β =** arc tg **1,3333**

$\beta = 53,13^0$

Problema 4.24 Edición cuarta SERWAY

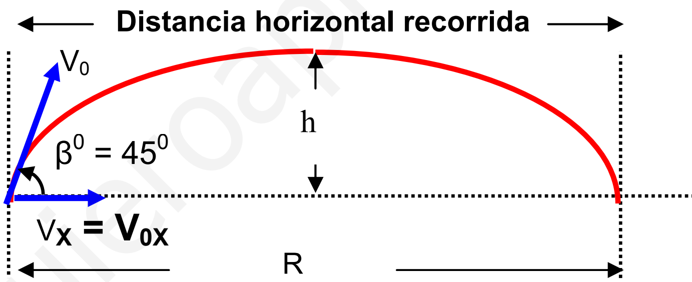
Una pulga puede brincar una altura vertical **h.**
a) Cual es la máxima distancia horizontal que puede saltar.
b) Cual es el tiempo en el aire en ambos casos?

a) Cual es la máxima distancia horizontal que puede saltar.
El máxima alcance horizontal se logra cuando el ángulo es de $\beta = 45^0$

$$R = \frac{\text{sen } 2\ \beta\ (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\text{sen } 2 * 45\ (V_0)^2}{g} = \frac{\text{sen } 90\,(V_0)^2}{g} = \frac{(V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{(V_0)^2}{g}$$ **Ecuación 1**



$$h = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g}$$

$2\ g\ h = (V_{0Y})^2$

$2\ g\ h = (V_0\ \text{sen}\beta)^2$

$2\ g\ h = (V_0)^2\ \text{sen}^2\ \beta$

$2\ g\ h = 0,5 * (V_0)^2$

$4\ g\ h = (V_0)^2$ Ecuación 2

Reemplazando en la ecuación 1

$$R = \frac{(V_0)^2}{g} \qquad R = \frac{4\ g\ h}{g}$$

R = 4 h Ecuación 3

b) Cual es el tiempo en el aire en ambos casos?

$4\ g\ h = (V_0)^2$ Ecuación 2

Despejamos V_0

$$V_0 = \sqrt{4\ g\ h}$$ **Ecuación 4**

$$\cos\ \beta = \frac{V_{0X}}{V_0}$$

$$\cos\ 45 = \frac{V_{0X}}{V_0}$$

$V_{0x} = V_0 * \cos 45^0$ Ecuación 5

Reemplazando la ecuación 4 en la ecuación 5

$V_{0X} = \sqrt{4\ g\ h} * \cos 45$ **Ecuación 6**

Pero: **R = 4 h** **Ecuación 3**

Reemplazando la ecuación 6 y la ecuación 3 en la ecuación 7

$R = V_{0X} * t_{VUELO}$ Ecuación 7

$4\ h = \sqrt{4\ g\ h} * \cos 45 * t_{VUELO}$ **Ecuación 8**

se despeja tiempo de vuelo

$$t_{VUELO} = \frac{4\ h}{\sqrt{4\ g\ h}\ \cos 45} = \frac{4\ h}{2\sqrt{g h} * \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = \frac{4\ h}{\sqrt{g\ h} * \left(\sqrt{2}\right)} = \frac{4\ h}{\sqrt{2\ g\ h}} = \frac{\sqrt{16\ h^2}}{\sqrt{2\ g\ h}} = \sqrt{\frac{16\ h^2}{2\ g\ h}} = \sqrt{\frac{8\ h}{g}}$$

$$t_{VUELO} = \sqrt{\frac{8\ h}{g}}\ \text{seg}$$

Problema 4.24 Edición sexta SERWAY.

Un jugador estrella de baloncesto cubre 2.8 m horizontalmente en un salto para encestar el balón (figura P4.24). Su movimiento en el espacio se puede modelar precisamente como el de una partícula en su centro de masa, que definiremos en el capitulo 9. Su centro de masa esta a una elevación 1,02 m cuando salta del piso. Llega a una altura máxima de 1,85 sobre el piso, y esta a una elevación 0,9 m cuando toca el piso de nuevo. Determine (a) su tiempo de vuelo (su "tiempo en el aire") , (b) sus componentes horizontal y (c) vertical de la velocidad en el instante en que se levanta del suelo, y (d) su ángulo de despegue. (e) Por comparación, determine el "tiempo en el aire" de un ciervo cola blanca que hace un salto con elevaciones de centro de masa de Yi = 1.2 m, Y_{MAX} = 2.5 m, Y_F = 0.7 m.

From the instant he leaves the floor until just before he lands, the basketball star is a projectile. His vertical velocity and vertical displacement are related by the equation $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y\left(y_f - y_i\right)$.

Applying this to the upward part of his flight gives $0 = v_{yi}^2 + 2\left(-9.80\ \text{m/s}^2\right)(1.85 - 1.02)$ m. From this, $v_{yi} = 4.03$ m/s. [Note that this is the answer to part (c) of this problem.]

For the downward part of the flight, the equation gives $v_{yf}^2 = 0 + 2\left(-9.80\ \text{m/s}^2\right)(0.900 - 1.85)$ m. Thus the vertical velocity just before he lands is

$$v_{yf} = -4.32\ \text{m/s}.$$

(a) His hang time may then be found from $v_{yf} = v_{yi} + a_y t$:

$$-4.32 \text{ m/s} = 4.03 \text{ m/s} + \left(-9.80 \text{ m/s}^2\right)t$$

or $t = \boxed{0.852 \text{ s}}$.

(b) Looking at the total horizontal displacement during the leap, $x = v_{xi}t$ becomes

$$2.80 \text{ m} = v_{xi}(0.852 \text{ s})$$

which yields $v_{xi} = \boxed{3.29 \text{ m/s}}$.

(c) $v_{yi} = \boxed{4.03 \text{ m/s}}$. See above for proof.

(d) The takeoff angle is: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{yi}}{v_{xi}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{4.03 \text{ m/s}}{3.29 \text{ m/s}}\right) = \boxed{50.8°}$.

(e) Similarly for the deer, the upward part of the flight gives $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y(y_f - y_i)$:

$$0 = v_{yi}^2 + 2\left(-9.80 \text{ m/s}^2\right)(2.50 - 1.20) \text{ m}$$

so $v_{yi} = 5.04 \text{ m/s}$.

For the downward part, $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y(y_f - y_i)$ yields $v_{yf}^2 = 0 + 2\left(-9.80 \text{ m/s}^2\right)(0.700 - 2.50) \text{ m}$ and $v_{yf} = -5.94 \text{ m/s}$.

The hang time is then found as $v_{yf} = v_{yi} + a_y t$: $-5.94 \text{ m/s} = 5.04 \text{ m/s} + \left(-9.80 \text{ m/s}^2\right)t$ and

$$\boxed{t = 1.12 \text{ s}}.$$

Problema 4.25 Edición cuarta SERWAY

Un cañón que tiene una velocidad de orificio de 1000 m/seg se usa para destruir un blanco en la cima de una montaña. El blanco se encuentra a 2000 metros del cañón horizontalmente y a 800 metros sobre el nivel del suelo. A que ángulo relativo al suelo, debe dispararse el cañón? Ignore la fricción del aire.

Datos del problema:
V_0 = 1000 m/seg.
X = 2000 metros

Alcance horizontal
$X = v_X * t$
$X = (v_0 \cos \Theta)\ t$

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta} = \frac{2000}{1000 \cos\theta} = \frac{2}{\cos\theta} \quad \textbf{(Ecuación 1)}$$

Mientras el cuerpo vaya subiendo, (- ↑) la ecuación es negativa.

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2} \quad \textbf{(Ecuación 2)}$$

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2.

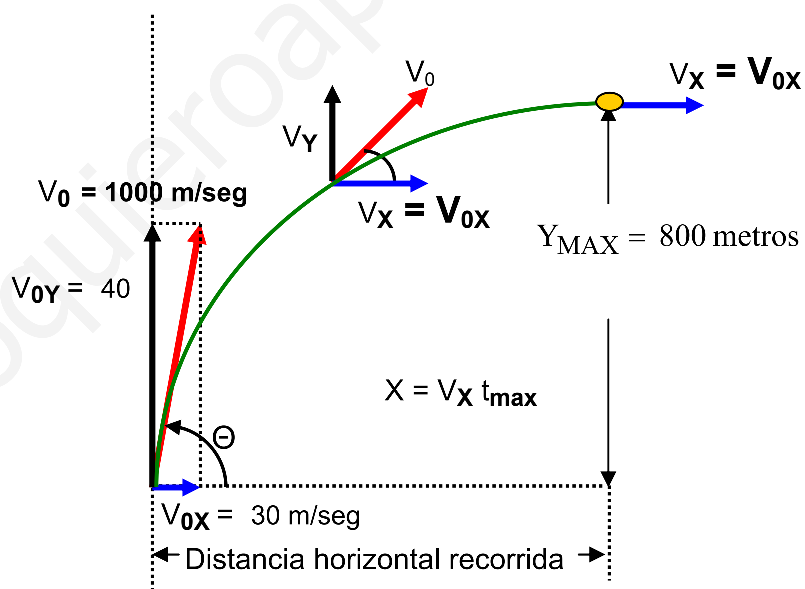
$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * \left(\frac{2}{\cos\theta}\right) - \frac{g * \left(\frac{2}{\cos\theta}\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{V_O \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} * (2) - \frac{g * (2)^2}{(\cos\theta)^2} = \frac{2000 \operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} - \frac{9{,}8 * 4}{2(\cos\theta)^2}$$

$$800 = 2000 * \operatorname{tag}\theta - \frac{19{,}6}{(\cos\theta)^2}$$

$$2000 * \operatorname{tg}\theta = 800 + \frac{19{,}6}{(\cos\theta)^2}$$



pero:

$$\frac{1}{(\cos\theta)^2} = (\sec\theta)^2$$

$$2000 * \operatorname{tg}\theta = 800 + 19{,}6(\sec\theta)^2$$

pero: $(\sec\theta)^2 = (\operatorname{tg}\theta)^2 + 1$

$$2000 * \operatorname{tg}\theta = 800 + 19{,}6\left[(\operatorname{tg}\theta)^2 + 1\right]$$

$$2000 * \operatorname{tg}\theta = 800 + 19{,}6(\operatorname{tg}\alpha)^2 + 19{,}6$$

Ordenando la ecuación

$$19{,}6(\operatorname{tg}\theta)^2 - 2000 \operatorname{tg}\theta + 800 + 19{,}6 = 0$$

$$19{,}6(\operatorname{tg}\theta)^2 - 2000 \operatorname{tg}\theta + 819{,}6 = 0$$

pero: a = 19,6 b = - 2000 c = 818,6

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2000) \pm \sqrt{(-2000)^2 - 4 * 19{,}6 * (818{,}6)}}{2 * 19{,}6} = \frac{2000 \pm \sqrt{4000000 - 64178{,}24}}{39{,}2}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2000 \pm \sqrt{3935821{,}76}}{39{,}2} = \frac{2000 \pm 1983{,}8905}{39{,}2}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{2000 + 1983{,}8905}{39{,}2} = 101{,}6298613$$

$$tg\ \beta = \frac{2000 - 1983,8905}{39,2} = 0,410956$$

tg ɵ = 101,6298613 $\quad t = = \frac{2}{\cos\ \theta} = \frac{2}{\cos\ 89,43} = \frac{2}{9,94821*10^{-3}} = 201,04\ \text{seg}$

ɵ = arc tg 101,6298613

ɵ = 89,43⁰

tg β = 0,410956 $\quad t = = \frac{2}{\cos\ \beta} = \frac{2}{\cos\ 22,34} = \frac{2}{0,9249} = 2,16\ \text{seg.}$

β = arc tg 0,410956

β = 22,34⁰

Problema 4.25 Edición sexta SERWAY.

Un arquero dispara una flecha con una velocidad de 45 m/seg. a un ángulo de 50^0 con la horizontal. Un asistente, que esta de pie al nivel del suelo a 150 m de distancia desde el punto de lanzamiento, lanza una manzana directamente hacia arriba con la mínima rapidez necesaria para encontrar la trayectoria de la flecha

(a) Cual es la rapidez inicial de la manzana?

(b) En que tiempo después de lanzar la flecha debe ser lanzada la manzana para que la flecha haga blanco en la manzana?

The arrow's flight time to the collision point is

$$t = \frac{x_f - x_i}{v_{xi}} = \frac{150\ \text{m}}{(45\ \text{m/s})\cos 50°} = 5.19\ \text{s}.$$

The arrow's altitude at the collision is

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$
$$= 0 + (45\ \text{m/s})(\sin 50°)5.19\ \text{s} + \frac{1}{2}(-9.8\ \text{m/s}^2)(5.19\ \text{s})^2 = 47.0\ \text{m}.$$

(a) The required launch speed for the apple is given by

$$v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y(y_f - y_i)$$
$$0 = v_{yi}^2 + 2(-9.8\ \text{m/s}^2)(47\ \text{m} - 0)$$
$$v_{yi} = \boxed{30.3\ \text{m/s}}.$$

(b) The time of flight of the apple is given by

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$
$$0 = 30.3 \text{ m/s} - 9.8 \text{ m/s}^2\, t$$
$$t = 3.10 \text{ s}.$$

So the apple should be launched after the arrow by $5.19 \text{ s} - 3.10 \text{ s} = \boxed{2.09 \text{ s}}$.

Problema 4.26 Edición cuarta SERWAY; Problema 4.17 Edición sexta SERWAY
Se lanza una pelota desde la ventana del piso más alto de un edificio. Se da a la pelota una velocidad inicial de 8 m/seg. a un ángulo de 20^0 debajo de la horizontal. La pelota golpea el suelo 3 seg. después.
a) A que distancia horizontal a partir de la base del edificio la pelota golpea el suelo?
b) Encuentre la altura desde la cual se lanzo la pelota?
c) Cuanto tiempo tarda la pelota para alcanzar un punto 10 metros abajo del nivel de lanzamiento?

Datos: V_0 = 8 m/seg. $\Theta = 20^0$ t_{vuelo} = 3 seg.

a) A que distancia horizontal a partir de la base del edificio la pelota golpea el suelo?
$X = v_X * t_{vuelo}$
$X = (v_0 \cos \Theta)\, t_{vuelo}$
$X = (8 \cos 20) * 3$
X = 22,55 metros

Mientras el cuerpo vaya bajando, (+↓) la ecuación es positiva.

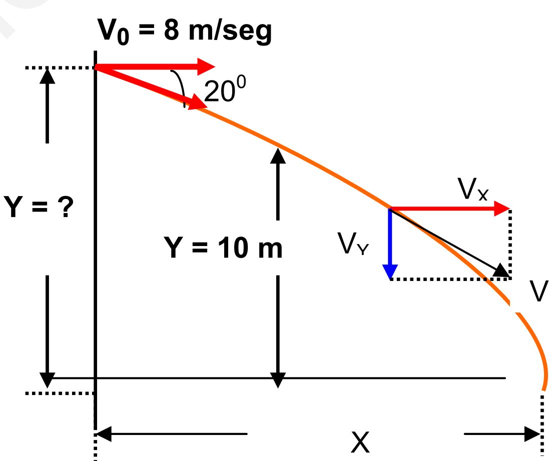
$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = 8 \operatorname{sen} 20 * 3 + \frac{9{,}8 * 3^2}{2}$$

$$Y = 24 \operatorname{sen} 20 + \frac{9{,}8 * 9}{2}$$

$$Y = 8{,}208 + 44{,}1$$

Y = 52,3 metros



Distancia horizontal recorrida

c) Cuanto tiempo tarda la pelota para alcanzar un punto 10 metros abajo del nivel de lanzamiento?
Mientras el cuerpo vaya bajando, (+↑) la ecuación es positiva.

$$Y = V_O \operatorname{sen}\theta * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$10 = 8 \operatorname{sen} 20 * t + \frac{9{,}8 * t^2}{2}$$

$$10 = 2{,}736\,t + 4{,}9\,t^2$$

$$4{,}9\,t^2 + 2{,}736\,t - 10 = 0$$

a = 4,9   b = 2,736   c = -10

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(2{,}736) \pm \sqrt{(2{,}736)^2 - 4*4{,}9*(-10)}}{2*4{,}9} = \frac{-2{,}736 \pm \sqrt{7{,}4529 + 196}}{9{,}8}$$

$$t = \frac{-2{,}736 \pm \sqrt{203{,}4529}}{9{,}8} \qquad t = \frac{-2{,}736 \pm 14{,}26}{9{,}8}$$

$$t_1 = \frac{-2{,}736 + 14{,}26}{9{,}8} = \frac{11{,}53}{9{,}8}$$

t = 1,17 seg.

Problema 4.26 Edición sexta SERWAY.
Un cohete de fuegos artificiales hace explosión a una altura **h**, que es la máxima de su trayectoria vertical. En todas direcciones despide fragmentos encendidos, pero todos a la misma rapidez **v.** Algunos perdigones de metal solidificado caen al suelo sin resistencia del aire. Encuentre el ángulo mínimo que la velocidad final de un fragmento de impacto hace con la horizontal.

For the smallest impact angle

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{yf}}{v_{xf}}\right),$$

we want to minimize v_{yf} and maximize $v_{xf} = v_{xi}$. The final y-component of velocity is related to v_{yi} by $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2gh$, so we want to minimize v_{yi} and maximize v_{xi}. Both are accomplished by making the initial velocity horizontal. Then $v_{xi} = v$, $v_{yi} = 0$, and $v_{yf} = \sqrt{2gh}$. At last, the impact angle is

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{yf}}{v_{xf}}\right) = \boxed{\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2gh}}{v}\right)}.$$

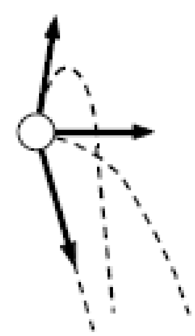


FIG. P4.26

Problema 4.27 Edición sexta SERWAY.
El atleta que se muestra en la figura 4.27 hace girar un disco de 1 kg a lo largo de una trayectoria circular de radio 1.06 m. La máxima rapidez del disco es 20 m/seg. Determine la magnitud de la máxima aceleración radial del disco.

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(20.0\ \text{m/s})^2}{1.06\ \text{m}} = \boxed{377\ \text{m/s}^2}$$

The mass is unnecessary information.

Figura P4.27

Problema 4.28 Edición sexta SERWAY.
De la información de las guardas de este libro, calcule la aceleración radial de un punto sobre la superficie de la Tierra al ecuador, debida a la rotación de la Tierra alrededor de su eje.

$$a = \frac{v^2}{R},\ T = 24\ \text{h}(3\,600\ \text{s/h}) = 86\,400\ \text{s}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(6.37 \times 10^6\ \text{m})}{86\,400\ \text{s}} = 463\ \text{m/s}$$

$$a = \frac{(463\ \text{m/s})^2}{6.37 \times 10^6\ \text{m}} = \boxed{0.033\,7\ \text{m/s}^2\ \text{directed toward the center of Earth}}.$$

Problema 4.29 Edición sexta SERWAY.
Un llanta de 0.5 m de radio rota a una razón constante de 200 rev/min. Encuentre la rapidez y la aceleración de una pequeña piedra alojada en el dibujo de la llanta (en su borde exterior).

$$r = 0.500\ \text{m};$$

$$v_t = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi(0.500\ \text{m})}{\frac{60.0\ \text{s}}{200\ \text{rev}}} = 10.47\ \text{m/s} = \boxed{10.5\ \text{m/s}}$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(10.47)^2}{0.5} = \boxed{219\ \text{m/s}^2\ \text{inward}}$$

Problema 4.30 Edición sexta SERWAY.
Cuando sus cohetes impulsores se separan, los astronautas del trasbordador espacial por lo general detectan aceleraciones hasta de 3g, donde g = 9.8 m/s^2. En su adiestramiento, los astronautas viajan en un aparato donde experimentan una aceleración como la centrípeta. Específicamente, el astronauta es sujetado con gran fuerza al extremo de un brazo mecánico que luego gira a rapidez constante en un círculo horizontal. Determina rapidez de rotación, en revoluciones por segundo, necesario para dar a un astronauta una aceleración centrípeta de 3 g cuando se encuentra en movimiento circular con radio de 9.45 m.

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{a_c r} = \sqrt{3(9.8\ \text{m/s}^2)(9.45\ \text{m})} = 16.7\ \text{m/s}$$

Each revolution carries the astronaut over a distance of $2\pi r = 2\pi(9.45\ \text{m}) = 59.4\ \text{m}$. Then the rotation rate is

$$16.7\ \text{m/s}\left(\frac{1\ \text{rev}}{59.4\ \text{m}}\right) = \boxed{0.281\ \text{rev/s}}.$$

Problema 4.31 Edición sexta SERWAY.

El joven David, que venció a Goliat, experimento con hondas antes de atajar al gigante. El encontró que podría hacer girar u honda de 0,6 m de longitud a razón de 8 rev/seg. Si aumentamos la longitud a 0,9 m, podría hacer girar la honda solo 6 veces por segundo. (a) Cual rapidez de rotación da la máxima rapidez a la piedra que esta en el extremo de la honda? (b) Cual es la aceleración centrípeta de la piedra a 8 rev/seg.? (c) Cual es la aceleración centrípeta a 6 rev/seg?

(a) $v = r\omega$

At 8.00 rev/s, $v = (0.600\ \text{m})(8.00\ \text{rev/s})(2\pi\ \text{rad/rev}) = 30.2\ \text{m/s} = 9.60\pi\ \text{m/s}$.

At 6.00 rev/s, $v = (0.900\ \text{m})(6.00\ \text{rev/s})(2\pi\ \text{rad/rev}) = 33.9\ \text{m/s} = 10.8\pi\ \text{m/s}$.

$\boxed{6.00\ \text{rev/s}}$ gives the larger linear speed.

(b) $$\text{Acceleration} = \frac{v^2}{r} = \frac{(9.60\pi\ \text{m/s})^2}{0.600\ \text{m}} = \boxed{1.52\times 10^3\ \text{m/s}^2}.$$

(c) $$\text{At 6.00 rev/s, acceleration} = \frac{(10.8\pi\ \text{m/s})^2}{0.900\ \text{m}} = \boxed{1.28\times 10^3\ \text{m/s}^2}.$$

Problema 4.32 Edición sexta SERWAY.

El astronauta que gira en orbita alrededor de la Tierra en la figura P4.32 esta preparándose para acoplamiento con un satélite Westar VI. El satélite esta en orbita circular a 600 km sobre la superficie de la Tierra, donde la aceleración en caída libre es 8.21 m/s^2. Tome el radio de la Tierra como 6400 km. Determine rapidez del satélite y el intervalo de tiempo necesario para completar una orbita alrededor de la Tierra.

The satellite is in free fall. Its acceleration is due to gravity and is by effect a centripetal acceleration.

$$a_c = g$$

so

$$\frac{v^2}{r} = g.$$

Solving for the velocity, $v = \sqrt{rg} = \sqrt{(6{,}400 + 600)(10^3\ \text{m})(8.21\ \text{m/s}^2)} = \boxed{7.58 \times 10^3\ \text{m/s}}$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

and

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(7{,}000 \times 10^3\ \text{m})}{7.58 \times 10^3\ \text{m/s}} = \boxed{5.80 \times 10^3\ \text{s}}$$

$$T = 5.80 \times 10^3\ \text{s}\left(\frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}\right) = 96.7\ \text{min}.$$

Problema 4.36 Edición cuarta SERWAY.

Un punto sobre una tornamesa en rotación a 20 cm del centro acelera desde el reposo hasta 0,7 m/seg. en 1,75 seg. En t = 1,25 seg, encuentre la magnitud y dirección de: a) la aceleración centrípeta, b) la aceleración tangencial, y c) la aceleración total del punto.

We do part (b) first. The tangential speed is described by

$$v = v_0 + a_t t$$

$$0.7\ \text{m/s} = 0 + a_t\, 1.75\ \text{s}$$

(b) $\boxed{a_t = 0.400\ \text{m/s}^2\ \text{forward}}$

(a) Now at $t = 1.25$ s, $v = v_0 + a_t t = 0 + (0.4\ \text{m/s}^2)1.25\ \text{s}$

$$v = 0.5\ \text{m/s}$$

so $a_r = v^2 / r = (0.5\ \text{m/s})^2 / (0.2\ \text{m}) = \boxed{1.25\ \text{m/s}^2\ \text{toward the center}}$

(c) $\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t = 0.4\ \text{m/s}^2$ forward $+ 1.25\ \text{m/s}^2$ inward

$a = \sqrt{0.4^2 + 1.25^2}$ forward and inward at $\theta =$ Arctan 1.25/0.4

$a = \boxed{1.31\ \text{m/s}^2\ \text{forward and}\ 72.3°\ \text{inward}}$

Problema 4.37 Edición cuarta SERWAY.
Un tren frena cuando libra una curva pronunciada, reduciendo su velocidad de 90 km/hora en los 15 seg. que tarda en recorrerla. El radio de la curva es 150 m. Calcule la aceleración en el momento en que la velocidad del tren alcanza 50 km/hora.

$$a_r = \frac{v^2}{r} = 1.29 \text{ m/s}^2$$

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-40\text{km/h})(10^3 \text{ m/km})(1 \text{ h}/3600 \text{ s})}{15 \text{ s}} = -0.741 \text{ m/s}^2$$

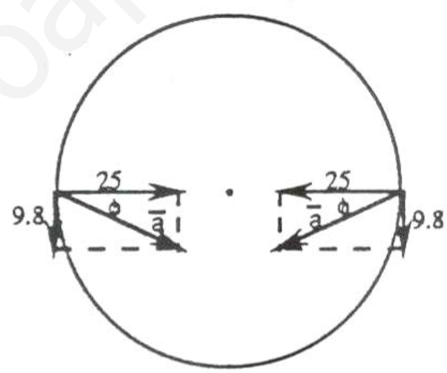
$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(1.29 \text{ m/s}^2)^2 + (-0.741 \text{ m/s}^2)^2} = \boxed{1.48 \text{ m/s}^2}$$

Problema 4.38 Edición cuarta SERWAY.
Un péndulo de 1 metro de largo se balancea en un plano vertical (figura P4.16). Cuando el péndulo esta en las dos posiciones horizontales θ = 90^0 y θ = 270^0, su velocidad es 5 m/seg. a) Encuentre la magnitud de la aceleración centrípeta y de la tangencial en estas posiciones. B) Dibuje diagramas vectoriales para determinar la dirección de la aceleración total para estas dos posiciones. c) Calcule la magnitud y la dirección de la aceleración total.

(a) $a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(5\text{m/s})^2}{1\text{m}} = \boxed{25\text{m/s}^2}$

$a_T = g = \boxed{9.8\text{m/s}^2}$

(b)



(c) $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(25\text{m/s}^2)^2 + (9.8\text{m/s})^2} = \boxed{26.8\text{m/s}^2}$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{a_t}{a_r}\right) = \tan^{-1}\frac{9.8\text{m/s}^2}{25\text{m/s}^2} = \boxed{21.4°}$$

Problema 4.39 Edición cuarta SERWAY.
Un estudiante une una pelota al extremo de una cuerda de 0,6 m de largo y luego la balancea en un circulo vertical. La velocidad de la pelota es 4,3 m/seg. en su punto mas alto y 6,5 m/seg en su punto mas bajo. Determine su aceleración en : a) su punto mas alto y b) su punto mas bajo.

$$a_{top} = \frac{v^2}{r} = \frac{(4.3\ m/s)^2}{0.6\ m} = \boxed{30.8\ m/s^2\ down}$$

$$a_{bottom} = \frac{v^2}{r} = \frac{(6.5\ m/s)^2}{0.6} = \boxed{70.4\ m/s^2\ upward}$$

Problema 4.47 Edición cuarta SERWAY.
El piloto de un avión observa que la brújula indica que va rumbo al oeste. La velocidad del avión relativa al aire es de 150 km/hora. Si hay un viento de 30 km/hora hacia el norte, encuentre la velocidad del avión relativa al suelo.

$$v = (150^2 + 30^2)^{1/2} = \boxed{153\ km/h}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{30}{150}\right) = \boxed{11.3°}\ \text{north of west}$$

Problema 4.48 Edición cuarta SERWAY.
Dos nadadores, A y B inician en el mismo punto en una corriente que fluye con una velocidad v. Ambos se mueven a la misma velocidad c relativa a la corriente, donde c > v. El nada aguas abajo una distancia L y después la misma distancia aguas arriba, en tanto que B nada directamente perpendicular al flujo de corriente una distancia L y después regresa la misma distancia, de modo que ambos nadadores regresan al punto de partida. Cual nadador regresa primero? (Nota; primero adivine la respuesta).

For the swimmer A, his speed downstream is c + v, while his speed upstream is c − v. Therefore, the total time for swimmer A is

$$t_1 = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{2L/c}{1 - v^2/c^2}.$$

For swimmer B, his cross-stream speed (both ways) is $\sqrt{c^2 - v^2}$

Thus, the total time for swimmer B is $t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2L/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$

Since $1 - v^2/c^2 < 1$, $t_1 > t_2$, or swimmer B who swims cross-stream returns first.

Problema 4.55 Edición sexta SERWAY.
Cuando los jugadores de béisbol lanzan la pelota desde la parte mas lejana al bateador, por lo general la tiran para que bote una vez antes de llegar al diamante, con la idea de que la pelota llega mas pronto en esa forma. Suponga que el ángulo al cual una pelota que rebota sale del terreno es el mismo que el ángulo al cual el jardinero la lanzo, como en la figura P4.55, pero que la rapidez de la pelota

después del rebote es la mitad de la que era antes del rebote. (a) Si se supone que la pelota siempre es lanzada con la misma rapidez inicial, a que ángulo ɵ debe lanzar el jardinero la pelota para que recorra la misma distancia ***D*** con un rebote (trayectoria azul) que cuando lanza la pelota hacia arriba a 45° sin rebotar (trayectoria verde)? (b) Determina la razón entre los tiempos para los tiros de un rebote y sin rebote.

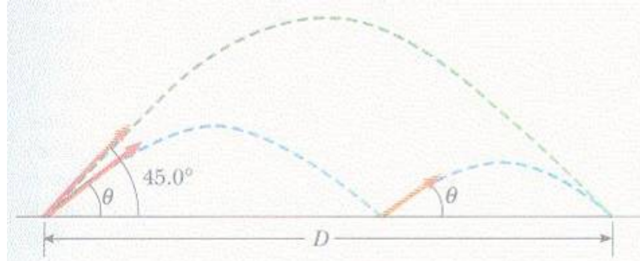


Figura P4.55

The special conditions allowing use of the horizontal range equation applies.
For the ball thrown at 45°,

$$D = R_{45} = \frac{v_i^2 \sin 90}{g}.$$

For the bouncing ball,

$$D = R_1 + R_2 = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g} + \frac{\left(\frac{v_i}{2}\right)^2 \sin 2\theta}{g}$$

where θ is the angle it makes with the ground when thrown and when bouncing.

(a) We require:

$$\frac{v_i^2}{g} = \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{g} + \frac{v_i^2 \sin 2\theta}{4g}$$

$$\sin 2\theta = \frac{4}{5}$$

$$\boxed{\theta = 26.6°}$$

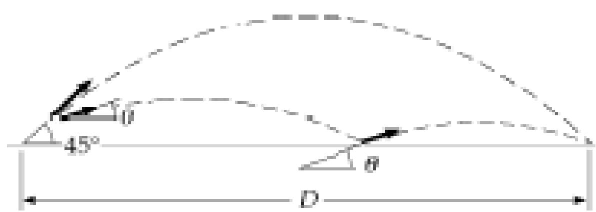


FIG. P4.55

(b) The time for any symmetric parabolic flight is given by

$$y_f = v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$0 = v_i \sin\theta_i t - \frac{1}{2}gt^2 .$$

If $t = 0$ is the time the ball is thrown, then $t = \dfrac{2v_i \sin\theta_i}{g}$ is the time at landing.

So for the ball thrown at 45.0°

$$t_{45} = \frac{2v_i \sin 45.0°}{g}.$$

For the bouncing ball,

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2v_i \sin 26.6°}{g} + \frac{2\left(\frac{v_i}{2}\right)\sin 26.6°}{g} = \frac{3v_i \sin 26.6°}{g}.$$

The ratio of this time to that for no bounce is

$$\frac{\frac{3v_i \sin 26.6°}{g}}{\frac{2v_i \sin 45.0°}{g}} = \frac{1.34}{1.41} = \boxed{0.949}.$$

Problema 4.56 Edición sexta SERWAY.
Un muchacho puede lanzar una pelota a una distancia horizontal máxima *R* sobre un campo plano. A que distancia puede lanzar la misma pelota verticalmente hacia arriba? Suponga que sus músculos dan a la pelota la misma rapidez en cada caso.

Using the range equation (Equation 4.14)

$$R = \frac{v_i^2 \sin(2\theta_i)}{g}$$

the maximum range occurs when $\theta_i = 45°$, and has a value $R = \frac{v_i^2}{g}$. Given R, this yields $v_i = \sqrt{gR}$.

If the boy uses the same speed to throw the ball vertically upward, then

$$v_y = \sqrt{gR} - gt \text{ and } y = \sqrt{gR}\,t - \frac{gt^2}{2}$$

at any time, t.

At the maximum height, $v_y = 0$, giving $t = \sqrt{\frac{R}{g}}$, and so the maximum height reached is

$$y_{max} = \sqrt{gR}\sqrt{\frac{R}{g}} - \frac{g}{2}\left(\sqrt{\frac{R}{g}}\right)^2 = R - \frac{R}{2} = \boxed{\frac{R}{2}}.$$

Problema 4.58 Edición cuarta SERWAY; Problema 4.54 Edición sexta SERWAY

Un jugador de básquetbol de 2 metros de altura lanza un tiro a la canasta desde una distancia horizontal de 10 metros. Si tira a un ángulo de 40^0 con la horizontal, ¿Con que velocidad inicial debe tirar de manera que el balón entre al aro sin golpear el tablero?

Datos del problema:
Altura del lanzador 2,00 metros
Altura de la canasta 3,05 metros
X = 10 metros

Y = 3,05 – 2,0 = 1,05 metros
$\theta = 40^0$

Alcance horizontal

$X = v_X * t$

$X = (v_0 \cos \theta)\, t$

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\theta}$$ **(Ecuación 1)**

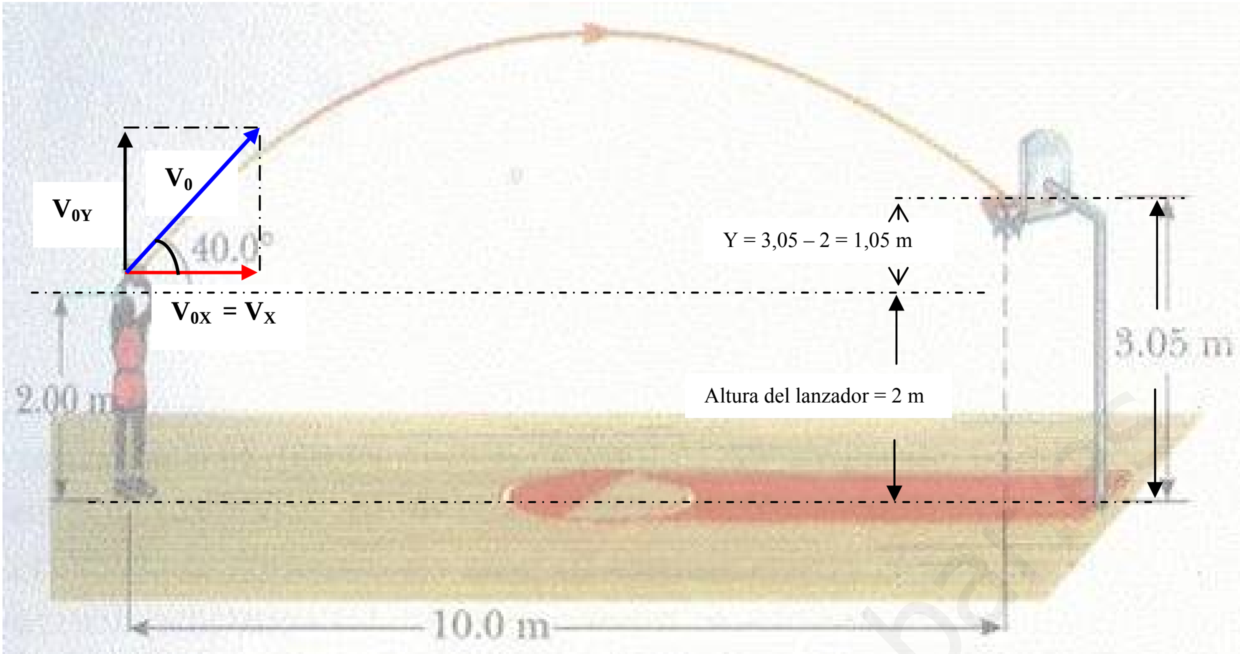


Figura P4.54

Pero: $Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$

$$Y = V_O \text{ sen}\,\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$ **(Ecuación 2)**

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2.

$$Y = V_O \text{ sen}\,\theta * t - \frac{g * t^2}{2}$$ **(Ecuación 2)**

$$Y = V_O \text{ sen}\,\theta * \left(\frac{X}{V_0 \cos\theta}\right) - \frac{g * \left(\frac{X}{V_O \cos\theta}\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{V_O \text{ sen}\theta}{V_0 \cos\theta} * (X) - \frac{g * (X)^2}{2\ V_0^2 (\cos\ \theta)^2}$$

$$Y = \text{tag}\,\theta * (X) - \frac{g * (X)^2}{2\ V_0^2 (\cos\theta)^2}$$

Reemplazando
X = 10 metros
Y = 3,05 – 2,0 = 1,05 metros
ө = 40^0

$$Y = \text{tag}\,\theta * (X) - \frac{g * (X)^2}{2\ V_0^2 (\cos\theta)^2}$$

$$1,05 = \text{tag}\,40 * (10) - \frac{10 * (10)^2}{2\ V_0^2 (\cos 40)^2}$$

$$1{,}05 = 8{,}39 - \frac{10\,00}{V_0^2\,(1{,}1736)}$$

$$1{,}05 = 8{,}39 - \frac{852{,}07}{V_0^2}$$

$$\frac{852{,}07}{V_0^2} = 8{,}39 - 1{,}05$$

$$\frac{852{,}07}{V_0^2} = 7{,}34$$

$$V_0^2 = \frac{852{,}07}{7{,}34}$$

$$V_0 = \sqrt{\left(\frac{852{,}07}{7{,}34}\right)} = 10{,}77\ \text{m/seg}$$

V_0 = 10,77 m/seg.

Problema 4.58 Edición sexta SERWAY.
Un mariscal de campo lanza un balón directamente hacia un receptor con una rapidez inicial de 20 m/seg, a un ángulo de 30° sobre la horizontal. En ese instante, el receptor esta a 20 m del Mariscal de Campo. En que dirección y con que rapidez constante debe correr el receptor para atrapar el balón al nivel al cual fue lanzado?

The football travels a horizontal distance

$$R = \frac{v_i^2 \sin(2\theta_i)}{g} = \frac{(20.0)^2 \sin(60.0°)}{9.80} = 35.3\ \text{m}.$$

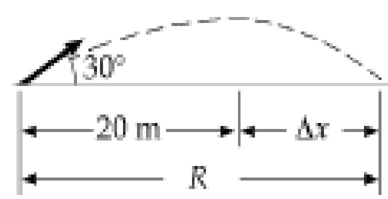


FIG. P4.58

Time of flight of ball is

$$t = \frac{2v_i \sin\theta_i}{g} = \frac{2(20.0)\sin 30.0°}{9.80} = 2.04\ \text{s}.$$

The receiver is Δx away from where the ball lands and $\Delta x = 35.3 - 20.0 = 15.3$ m. To cover this distance in 2.04 s, he travels with a velocity

$$v = \frac{15.3}{2.04} = \boxed{7.50\ \text{m/s in the direction the ball was thrown}}.$$

Problema 4.59 Edición sexta SERWAY.
Su padrino es copiloto de un bombardero, que vuela horizontalmente sobre un terreno plano, con una rapidez de 275 m/seg. con respecto al suelo, a una altitud de 3000 m. (a) El bombardero (tripulante) suelta una bomba. Que distancia recorrerá esta horizontalmente cuando es soltada y su impacto en el suelo? Desprecie los efectos de la resistencia del aire. (b) Disparos de gente en tierra de pronto incapacitan al tripulante bombardero antes que pueda decir "suelten bombas". En consecuencia, el piloto mantiene el rumbo, altitud y rapidez originales del avión en medio de una tormenta de metralla. Donde estará el avión cuando la bomba llegue al suelo? (c) El avión tiene una mira telescópica de bombas ajustada para que la bomba llegue al blanco vista en la mira en el momento de soltarla. A que ángulo de la vertical estaba ajustada la mira de la bomba?

(a) $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$; $\Delta x = v_i t$

Combine the equations eliminating t:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{\Delta x}{v_i}\right)^2.$$

From this, $(\Delta x)^2 = \left(\frac{-2\Delta y}{g}\right)v_i^2$

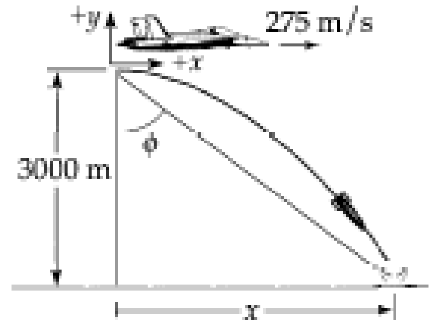


FIG. P4.59

thus $\Delta x = v_i\sqrt{\frac{-2\Delta y}{g}} = 275\sqrt{\frac{-2(-300)}{9.80}} = 6.80\times10^3 = \boxed{6.80\text{ km}}$.

(b) The plane has the same velocity as the bomb in the x direction. Therefore, the plane will be $\boxed{3\,000\text{ m directly above the bomb}}$ when it hits the ground.

(c) When ϕ is measured from the vertical, $\tan\phi = \frac{\Delta x}{\Delta y}$

therefore, $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta x}{\Delta y}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6\,800}{3\,000}\right) = \boxed{66.2°}$.

Problema 4.60 Edición sexta SERWAY.

Un rifle de alto poder dispara una bala con una velocidad en la boca del cañón de 1 km/seg. El rifle esta apuntado horizontalmente a un blanco reglamentario, que es un conjunto de anillos concéntricos, situado a 200 m de distancia.

(a) A que distancia abajo del eje del cañón del rifle da la bala en el blanco? El rifle esta equipado con una mira telescópica. Se "apunta" al ajustar el eje del telescopio de modo que apunte precisamente en el lugar donde la bala da en el blanco a 200 m.

(b) Encuentre el ángulo entre el eje del telescopio y el eje del cañón del rifle. Cuando dispara a un blanco a una distancia que no sea de 200 m, el tirador usa la mira telescópica, poniendo su retícula en "mira alta" o "mira baja" para compensar el alcance diferente. Debe apuntar alto o baja, y aproximadamente a que distancia del blanco reglamentario, cuando el blanco esta a una distancia de (c) 50.0 m, (d) 150 m, 0 (e) 250 m?

Nota: La trayectoria de la bala es en todas partes casi horizontal que es una buena aproximación para modelar la bala cuando se dispara horizontalmente en cada caso. Que pasaría si el blanco esta cuesta arriba o cuesta abajo? (f) Suponga que el blanco esta a 200 m de distancia, pero la línea de visión al blanco esta arriba de la horizontal en 30°. Debe el tirador apuntar alto, bajo o exacto? (g) Suponga que el blanco esta cuesta abajo en 30°. Debe el tirador apuntar alto, bajo o exacto? Explique sus respuestas.

(a) We use the approximation mentioned in the problem. The time to travel 200 m horizontally is $t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{200\ \text{m}}{1{,}000\ \text{m/s}} = 0.200\ \text{s}$. The bullet falls by

$$\Delta y = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0 + \frac{1}{2}\left(-9.8\ \text{m/s}^2\right)(0.2\ \text{s})^2 = \boxed{-0.196\ \text{m}}.$$

(b) The telescope axis must point below the barrel axis by $\theta = \tan^{-1}\frac{0.196\ \text{m}}{200\ \text{m}} = \boxed{0.0561°}$.

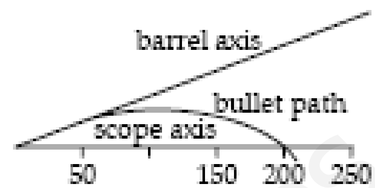


FIG. P4.60(b)

(c) $t = \frac{50.0\ \text{m}}{1\,000\ \text{m/s}} = 0.050\,0\ \text{s}$. The bullet falls by only

$$\Delta y = \frac{1}{2}\left(-9.8\ \text{m/s}^2\right)(0.05\ \text{s})^2 = -0.0122\ \text{m}.$$

At range $50\ \text{m} = \frac{1}{4}(200\ \text{m})$, the scope axis points to a location $\frac{1}{4}(19.6\ \text{cm}) = 4.90\ \text{cm}$ above the barrel axis, so the sharpshooter must $\boxed{\text{aim low}}$ by $4.90\ \text{cm} - 1.22\ \text{cm} = \boxed{3.68\ \text{cm}}$.

(d) $t = \frac{150\ \text{m}}{1\,000\ \text{m/s}} = 0.150\ \text{s}$

$\Delta y = \frac{1}{2}\left(-9.8\ \text{m/s}^2\right)(0.15\ \text{s})^2 = 0.110\ \text{m}$

$\boxed{\text{Aim low}}$ by $\frac{150}{200}(19.6\ \text{cm}) - 11.0\ \text{cm} = \boxed{3.68\ \text{cm}}$.

(e) $t = \frac{250\ \text{m}}{1\,000\ \text{m/s}} = 0.250\ \text{s}$

$\Delta y = \frac{1}{2}\left(-9.8\ \text{m/s}^2\right)(0.25\ \text{s})^2 = 0.306\ \text{m}$

$\boxed{\text{Aim high}}$ by $30.6\ \text{cm} - \frac{250}{200}(19.6\ \text{cm}) = \boxed{6.12\ \text{cm}}$.

(f), (g) Many marksmen have a hard time believing it, but they should aim low in both cases. As in case (a) above, the time of flight is very nearly 0.200 s and the bullet falls below the barrel axis by 19.6 cm on its way. The 0.0561° angle would cut off a 19.6-cm distance on a vertical wall at a horizontal distance of 200 m, but on a vertical wall up at 30° it cuts off distance h as shown, where $\cos 30° = 19.6 \text{ cm}/h$, $h = 22.6$ cm. The marksman must $\boxed{\text{aim low}}$ by 22.6 cm − 19.6 cm = 3.03 cm. The answer can be obtained by considering limiting cases. Suppose the target is nearly straight above or below you. Then gravity will not cause deviation of the path of the bullet, and one must aim low as in part (c) to cancel out the sighting-in of the telescope.

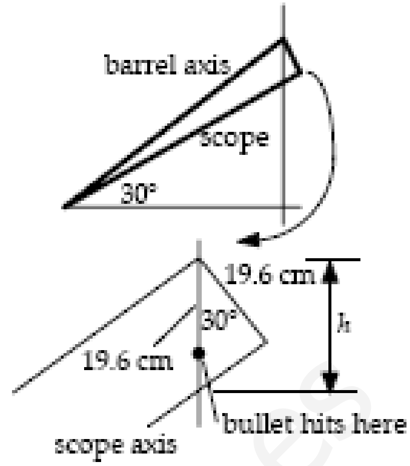


FIG. P4.60(f–g)

Problema 4.61 Edición sexta SERWAY.
Un halcón vuela horizontalmente a 10 m/seg en línea recta, 200 m arriba del suelo. Un ratón que lo ha estado llevando se libera de sus garras. El halcón continua en su trayectoria a la misma rapidez durante 2 segundos antes de tratar de recuperar su presa. Para lograr la recuperación, hace una picada en línea recta a rapidez constante y recaptura al ratón 3 m sobre el suelo. (a) Suponiendo que no hay resistencia del aire, encuentre la rapidez de picada del halcón. (b) Que ángulo hizo el halcón con la horizontal durante su descenso? (c) Durante cuanto tiempo "disfruto" el ratón de la caída libre?

(a) From Part (c), the raptor dives for $6.34 - 2.00 = 4.34$ s undergoing displacement 197 m downward and $(10.0)(4.34) = 43.4$ m forward.

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} \frac{\sqrt{(197)^2 + (43.4)^2}}{4.34} = \boxed{46.5 \text{ m/s}}$$

(b) $\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{-197}{43.4}\right) = \boxed{-77.6°}$

(c) $197 = \dfrac{1}{2}gt^2$, $\boxed{t = 6.34 \text{ s}}$

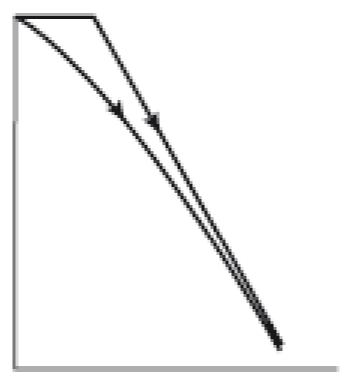


FIG. P4.61

Problema 4.62 Edición sexta SERWAY.
Una persona de pie en lo alto de una roca semiesférica de radio *R,* patea una pelota (inicialmente en reposo en lo alto de la roca) para darle velocidad horizontal Vo como se ve en la figura P4.62. (a) Cual debe ser su rapidez inicial mínima si la pelota nunca debe tocar la roca después de ser pateada? (b) Con esta rapidez inicial, a que distancia de la base de la roca llega la pelota al suelo?

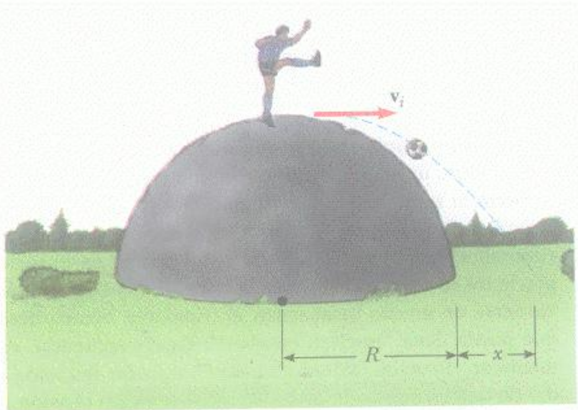


Figura P4.62

Measure heights above the level ground. The elevation y_b of the ball follows

$$y_b = R + 0 - \frac{1}{2}gt^2$$

with $x = v_i t$ so $y_b = R - \dfrac{gx^2}{2v_i^2}$.

(a) The elevation y_r of points on the rock is described by

$$y_r^2 + x^2 = R^2.$$

We will have $y_b = y_r$ at $x = 0$, but for all other x we require the ball to be above the rock surface as in $y_b > y_r$. Then $y_b^2 + x^2 > R^2$

$$\left(R - \frac{gx^2}{2v_i^2}\right)^2 + x^2 > R^2$$

$$R^2 - \frac{gx^2R}{v_i^2} + \frac{g^2x^4}{4v_i^4} + x^2 > R^2$$

$$\frac{g^2x^4}{4v_i^4} + x^2 > \frac{gx^2R}{v_i^2}.$$

If this inequality is satisfied for x approaching zero, it will be true for all x. If the ball's parabolic trajectory has large enough radius of curvature at the start, the ball will clear the whole rock: $1 > \frac{gR}{v_i^2}$

$$\boxed{v_i > \sqrt{gR}}.$$

(b) With $v_i = \sqrt{gR}$ and $y_b = 0$, we have $0 = R - \frac{gx^2}{2gR}$

or $x = R\sqrt{2}$.

The distance from the rock's base is

$$x - R = \boxed{\left(\sqrt{2}-1\right)R}.$$

. **Problema 4.63 Edición sexta SERWAY.**

Un auto esta estacionado en una pendiente inclinada que mira hacia el océano, donde la pendiente forma un ángulo de 37^0 abajo de la horizontal. El negligente conductor deja el auto en neutral y los frenos de estacionamiento están defectuosos. Arrancando desde el reposo en t = 0, el auto rueda por la pendiente con una aceleración constante de 4 m/seg^2, recorriendo 50 m hasta el borde de un acantilado vertical. El acantilado esta a 30 m sobre el océano. Encuentre (a) la rapidez del auto cuando llegue al borde del acantilado y el tiempo en el que llega a ese lugar, (c) el intervalo total de tiempo que el auto esta en movimiento, y (d) la posición del auto cuando cae al océano, con respecto a la base del acantilado.

(a) While on the incline

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a\Delta x$$
$$v_f - v_i = at$$
$$v_f^2 - 0 = 2(4.00)(50.0)$$
$$20.0 - 0 = 4.00t$$
$$v_f = \boxed{20.0 \text{ m/s}}$$
$$t = \boxed{5.00 \text{ s}}$$

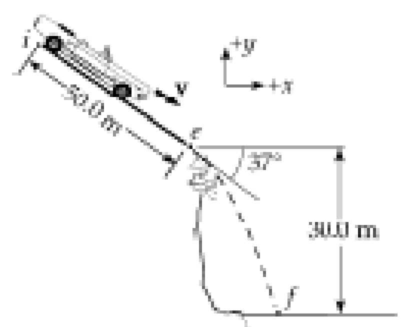


FIG. P4.63

(b) Initial free-flight conditions give us

$$v_{xi} = 20.0\cos 37.0° = 16.0 \text{ m/s}$$

and

$v_{yi} = -20.0\sin 37.0° = -12.0 \text{ m/s}$

$v_{xf} = v_{xi}$ since $a_x = 0$

$v_{yf} = -\sqrt{2a_y \Delta y + v_{yi}^2} = -\sqrt{2(-9.80)(-30.0) + (-12.0)^2} = -27.1 \text{ m/s}$

$v_f = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{(16.0)^2 + (-27.1)^2} = \boxed{31.5 \text{ m/s at } 59.4° \text{ below the horizontal}}$

(c) $t_1 = 5 \text{ s}$; $t_2 = \dfrac{v_{yf} - v_{yi}}{a_y} = \dfrac{-27.1 + 12.0}{-9.80} = 1.53 \text{ s}$

$t = t_1 + t_2 = \boxed{6.53 \text{ s}}$

(d) $\Delta x = v_{xi} t_1 = 16.0(1.53) = \boxed{24.5 \text{ m}}$

Problema 4.64 Edición sexta SERWAY.

Un camión cargado con sandias se detiene de pronto para evitar volcarse sobre el borde de un puente destruido (figura P4.64). La rápida parada hace que varias sandias salgan despedidas del camión; una de ellas rueda sobre el borde con una rapidez inicial Vi = 10 m/seg en la dirección horizontal. Una sección transversal de la margen tiene la forma de la mitad inferior de una parábola con su vértice en el borde del camino, y con la ecuación $y^2 = 16x$, donde *x* e *y* se miden en metros. Cuáles son las coordenadas *x* e *y* de la sandia cuando se estrella en la margen?

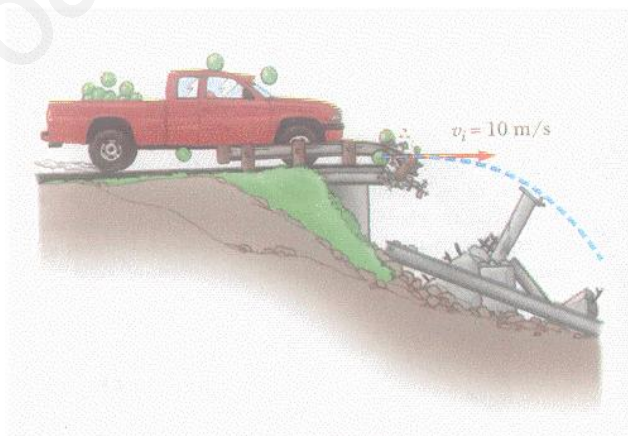


Figura P4.64

Equation of bank: $y^2 = 16x$ (1)

Equations of motion: $x = v_i t$ (2)

$y = -\frac{1}{2}g t^2$ (3)

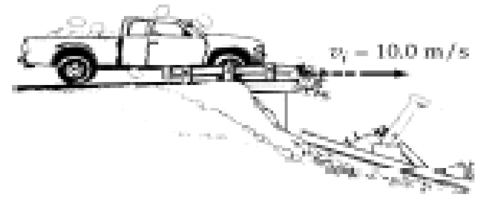


FIG. P4.64

Substitute for t from (2) into (3) $y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{v_i^2}\right)$. Equate y from the bank equation to y from the equations of motion:

$$16x = \left[-\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{v_i^2}\right)\right]^2 \Rightarrow \frac{g^2x^4}{4v_i^4} - 16x = x\left(\frac{g^2x^3}{4v_i^4} - 16\right) = 0.$$

From this, $x = 0$ or $x^3 = \frac{64v_i^4}{g^2}$ and $x = 4\left(\frac{10^4}{9.80^2}\right)^{1/3} = \boxed{18.8 \text{ m}}$. Also,

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{v_i^2}\right) = -\frac{1}{2}\frac{(9.80)(18.8)^2}{(10.0)^2} = \boxed{-17.3 \text{ m}}.$$

Problema 4.65 Edición sexta SERWAY.

Un decidido coyote sale una vez mas en persecución del escurridizo correcaminos. El coyote lleva un par de patines con ruedas de propulsión a chorro, marca Acme, que le dan una aceleración horizontal constante de 15 m/seg^2 (figura P4.65). El coyote arranca desde el reposo a 70 m del borde de un precipicio en el instante en que el correcaminos lo pasa en dirección al precipicio.

(a) Si el correcaminos se mueve con rapidez constante, determine la rapidez mínima que debe tener para llegar al precipicio antes que el coyote. En el borde del precipicio, el correcaminos escapa al dar una vuelta repentina, mientras que el coyote continua de frente. Sus patines permanecen horizontales y continúan funcionando cuando el esta en el aire, de modo que la aceleración del coyote cuando esta en el aire es (15i - 9.8j) m/seg^2.

(b) Si el precipicio esta a 100 m sobre el piso plano de un cañón, determine en donde cae el coyote en el cañón. (C) Determine los componentes de la velocidad de impacto del coyote.

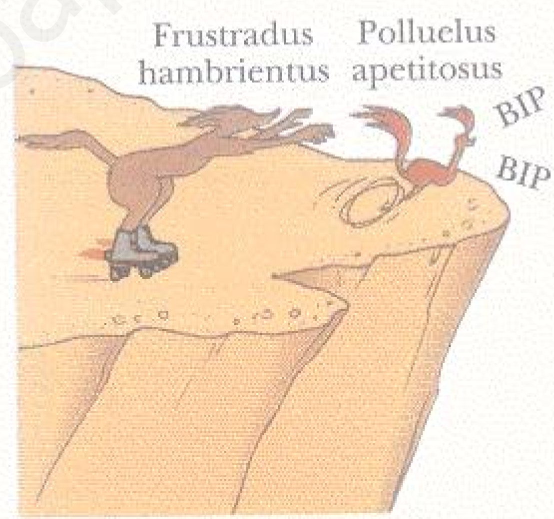


Figura P4.65

(a) Coyote: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$; $70.0 = \frac{1}{2}(15.0)t^2$

Roadrunner: $\Delta x = v_i t$; $70.0 = v_i t$

Solving the above, we get

$$v_i = \boxed{22.9 \text{ m/s}} \text{ and } t = 3.06 \text{ s}.$$

(b) At the edge of the cliff,

$$v_{xi} = at = (15.0)(3.06) = 45.8 \text{ m/s}.$$

Substituting into $\Delta y = \frac{1}{2}a_y t^2$, we find

$$-100 = \frac{1}{2}(-9.80)t^2$$

$$t = 4.52 \text{ s}$$

$$\Delta x = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (45.8)(4.52 \text{ s}) + \frac{1}{2}(15.0)(4.52 \text{ s})^2.$$

Solving,

$$\Delta x = \boxed{360 \text{ m}}.$$

(c) For the Coyote's motion through the air

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t = 45.8 + 15(4.52) = \boxed{114 \text{ m/s}}$$

$$v_{yf} = v_{yi} + a_y t = 0 - 9.80(4.52) = \boxed{-44.3 \text{ m/s}}.$$

Problema 4.66 Edición sexta SERWAY.

No se lastime; no golpee su mano contra nada. Con estas limitaciones, describa que es lo que hace para dar a su mano una gran aceleración. Calcule una estimación de orden de magnitud de esta aceleración, expresando las cantidades que mide 0 estima y sus valores. .

Think of shaking down the mercury in an old fever thermometer. Swing your hand through a circular arc, quickly reversing direction at the bottom end. Suppose your hand moves through one-quarter of a circle of radius 60 cm in 0.1 s. Its speed is

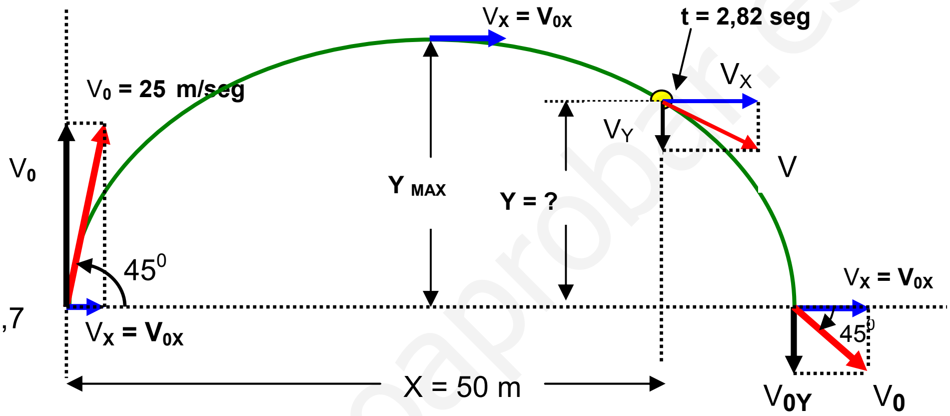
$$\frac{\frac{1}{4}(2\pi)(0.6 \text{ m})}{0.1 \text{ s}} \cong 9 \text{ m/s}$$

and its centripetal acceleration is $\frac{v^2}{r} \approx \frac{(9\ \text{m/s})^2}{0.6\ \text{m}} \boxed{\sim 10^2\ \text{m/s}^2}$.

The tangential acceleration of stopping and reversing the motion will make the total acceleration somewhat larger, but will not affect its order of magnitude.

Problema 4.67 Edición cuarta SERWAY.

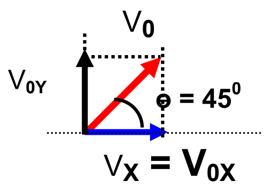
Un temerario acróbata se dispara desde un cañón a 45 grados respecto de la horizontal con una velocidad inicial de 25 m/seg. Una red esta colocada a una distancia horizontal de 50 metros del cañón. A que altura sobre el cañón debe ponerse la red para que caiga en ella el acróbata?



$V_{0Y} = V_0$ sen θ

V_{0Y} = 25 sen 45 = 25 * 0,7

V_{0Y} = 17,67 m/seg.



$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$
$$V_{OX} = V_X = 25 \cos 45$$
$$V_{OX} = V_X = 17{,}67\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

X = (v_{0x}) t

$$t = \frac{X}{V_{0X}} = \frac{50\ \text{m}}{17{,}67\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}} = 2{,}82\ \text{seg}$$

t = 2,82 seg

Pero: V_{0Y} = 17,67 m/seg. t = 2,82 seg

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2} = 17{,}67 * 2{,}82 - \frac{9{,}8 * 2{,}82^2}{2}$$
$$Y = 49{,}82 - 4{,}9 * 7{,}95$$

Y = 49,82 – 38,96

Y = 10,85 metros

Problema 4.67 Edición sexta SERWAY. Problema 4.79 Edición cuarta SERWAY.

Un patinador sale de una rampa en un salto de esquí con una velocidad de 10 m/seg., 15.0° arriba de la horizontal, como se ve en la figura P4.67. La pendiente de la rampa es de 50.0° y la resistencia del aire es insignificante. Encuentre (a) la distancia desde la rampa a donde el patinador llega al suelo y (b) los componentes de velocidad justo antes que aterrice. (Como piensa usted que los resultados podrían ser afectados si se incluyera la resistencia del aire? Observe que los saltadores se inclinan hacia delante en la forma de un ala aerodinámica, con sus manos a los costados del cuerpo para aumentar su distancia. Por que funciona esto?)

Datos

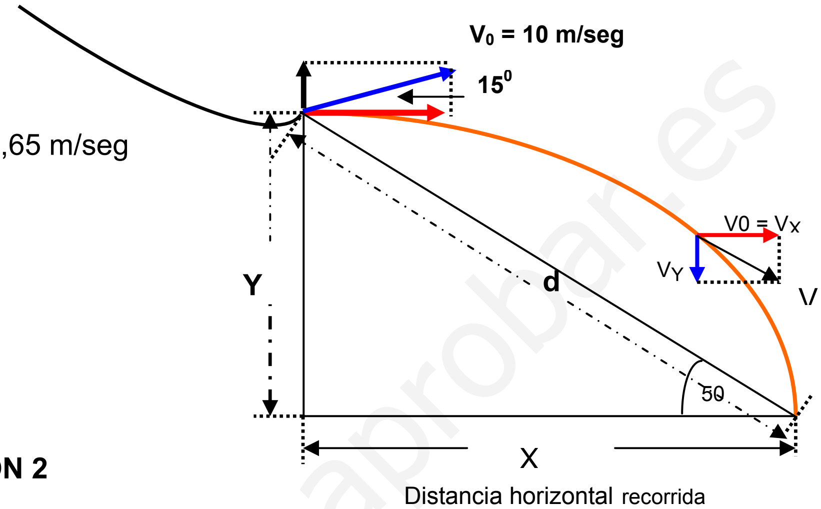
$\theta = 15^0$ $V_0 = 10$ m/seg.

$V_{0Y} = V_0$ sen θ

$V_{0Y} = 10$ sen 15

$V_{0Y} = 10 * 0,25 = 2,58$ m/seg

$V_{0Y} = 2,58$ m/seg.



$V_{0X} = V_0$ cos θ

$V_{0x} = 10$ cos 15 $= 10 * 0,96 = 9,65$ m/seg

$V_{0x} = 9,65$ m/seg.

$$\cos\ 50 = \frac{X}{d}$$

X = d * cos 50 ECUACION 1

$$\text{sen}\ 50 = \frac{Y}{d}$$

Y = d * sen 50 ECUACION 2

Pero:

X = d * cos 50 $V_X = V_{0X} = 9,65$ m/seg.

X = V_X * t

$$t = \frac{X}{V_X} = \frac{d \cos 50}{9,65} = \frac{d\ 0,6427}{9,65}$$

$$(t)^2 = \left[\frac{d \cos 50}{9,65}\right]^2 = \frac{(d \cos 50)^2}{(9,65)^2} = \frac{d^2 (0,6427)^2}{93,1225} = \frac{d^2\ 0,4131}{93,1225}$$

$$(t)^2 = \frac{0,4131\ d^2}{93,1225}$$

Es importante decir que el sitio donde se inicia el movimiento son las coordenadas (0,0), de esto se deduce que lo este hacia abajo es negativo y lo que este hacia arriba es positivo.

Por lo anterior la altura de la rampa

Y = (-)

Pero:

Y = d * sen 50 ECUACION 2

Reemplazando el valor de **t** y **t^2**

$$- Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$- d \, sen \, 50 = 2{,}58 * \frac{d \, 0{,}6427}{9{,}65} - \frac{9{,}8 * \left[\frac{0{,}4131 \; d^2}{93{,}1225} \right]}{2}$$

$$- d \, sen \, 50 = \frac{d \, 1{,}6581}{9{,}65} - 4{,}9 \left[\frac{0{,}4131 \, d^2}{93{,}1225} \right]$$

$$- d \, 0{,}766 = 0{,}1718 \, d - \left[\frac{2{,}0241 \, d^2}{93{,}1225} \right]$$

Ordenando la Ecuación

$$\left[\frac{2{,}0241 \, d^2}{93{,}1225} \right] = 0{,}766 \, d + 0{,}1718 \, d$$

$$\left[\frac{2{,}0241 \, d^2}{93{,}1225} \right] = 0{,}9378 \, d$$

Cancelando “d”

$$\left[\frac{2{,}0241 \, d}{93{,}1225} \right] = 0{,}9378$$

despejando “d”

2,0241 d = 0,9378 * 93,1225
2,0241 d = 87,33

$$d = \frac{87{,}33}{2{,}0241} = 43{,}14 \text{ metros}$$

d = 43,14 metros

(b) los componentes de velocidad justo antes que aterrice.

Hallamos el tiempo que demora el esquiador en el aire.

$$t = \frac{X}{V_X} = \frac{d \cos 50}{9{,}65} = \frac{d \, 0{,}6427}{9{,}65}$$

$$t = \frac{43{,}14 * 0{,}6427}{9{,}65} = 2{,}87 \text{ seg}$$

t = 2,87 seg

V_{0Y} = 2,58 m/seg.

$V_Y = V_{0Y} - g * t$

V_Y = **2,58 m/seg. – 9,8 m/seg^2** * 2,87 seg

$V_Y =$ **2,58 m/seg. – 28,126 m/seg.**

V_Y = - 25,54 m/seg.

$V_X = V_{0X}$ = 9,65 m/seg.

$V^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(9{,}65)^2 + (-25{,}54)^2} = \sqrt{93{,}122 + 652{,}291} = \sqrt{745{,}413} = 27{,}3 \ \text{m/seg}$$

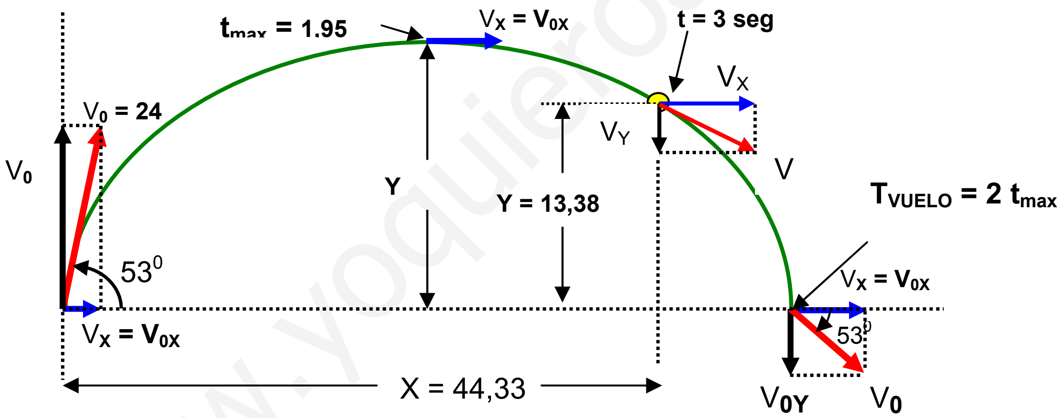
V = 27,3 m/seg

PROBLEMAS ADICIONALES SOBRE TIRO PARABOLICO

Problema 1 Un proyectil tiene una velocidad inicial de 24 m /seg que forma un ángulo de 53^0 por encima de la horizontal calcular:
a) La distancia horizontal a que se encuentra del punto de partida 3 seg después de ser disparado.
b) La distancia vertical por encima del punto de partida en el mismo instante
c) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad en dicho momento

Datos $\theta = 53^0$ V_0 = 24 m/seg.

Inicialmente se halla el tiempo máximo, para saber si los 3 seg están subiendo o bajando en la grafica.



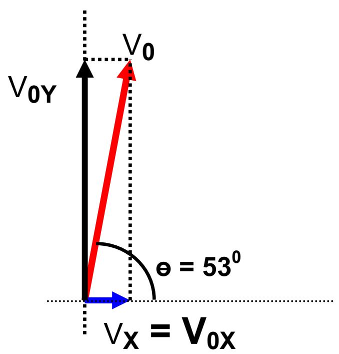
teniendo en cuenta que la velocidad final en el eje Y cuando el proyectil alcanza la máxima altura es cero.

$V_{0Y} = V_0$ sen θ
V_{0Y} = 24 sen 53
V_{0Y} = 19,16 m/seg.

$$\mathbf{V_{FY} = V_{0Y} - g\, t_{MAX}}$$

$0 = V_0$ sen $\theta - g\, t_{MAX}$

$g\, t_{MAX} = V_0$ sen θ



Despejando el tiempo

$$t_{MAX} = \frac{V_0 \ \text{sen}\,\theta}{g}$$

$$t_{max} = \frac{V_{0Y}}{g} = \frac{19{,}16}{9{,}8} = 1{,}95 \ \text{seg}$$

t_{max} = 1,95 seg significa que a los 3 seg. el proyectil esta bajando , ver grafica.

a) La distancia horizontal a que se encuentra del punto de partida 3 seg después de ser disparado.

$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$
$$V_{OX} = V_X = 24 \cos 53$$
$$V_{OX} = V_X = 14{,}44 \ \frac{m}{seg}$$

$$X = V_X * t \Rightarrow$$

X = 14,44 * 3
X = 44,33 m

b) La distancia vertical por encima del punto de partida en el mismo instante
En la figura se puede observar la posición del proyectil. A los 3 seg. el proyectil va bajando.

Pero: V_{0Y} = 19,16 m/seg. t = 3 seg

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2} = 19{,}16 * 3 - \frac{9{,}8 * 3^2}{2}$$
$$Y = 57{,}48 - 44{,}1$$

Y = 13,38 metros

c) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad en dicho momento

$$V_{OX} = V_X = 14{,}44 \ \frac{m}{seg}$$

$V_Y = V_0$ sen ɵ – g t
V_Y = 24 sen 53 – 9,8 * 3
V_Y = 19,16 – 29,4
V_Y = - 10,24 m/seg

Problema 2 Un mortero de trinchera dispara un proyectil con un ángulo de 53^0 por encima de la horizontal y una velocidad inicial V_0 = 60 m/seg.

Un tanque avanza directamente hacia el mortero, sobre un terreno horizontal, a la velocidad de 3 m/seg. Cual deberá ser la distancia desde el mortero al tanque en el instante en que el mortero es disparado para lograr hacer blanco.

$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$

$$V_{OX} = V_X = 60 \cos 53$$

$$V_{OX} = V_X = 36{,}1 \frac{m}{seg}$$

Se halla el alcance horizontal del mortero

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2\theta \ (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2(53)\ (60)^2}{9{,}8} = \frac{\operatorname{sen} 106 * 3600}{9{,}8} = \frac{3460{,}54}{9{,}8} = 353{,}11\,m$$

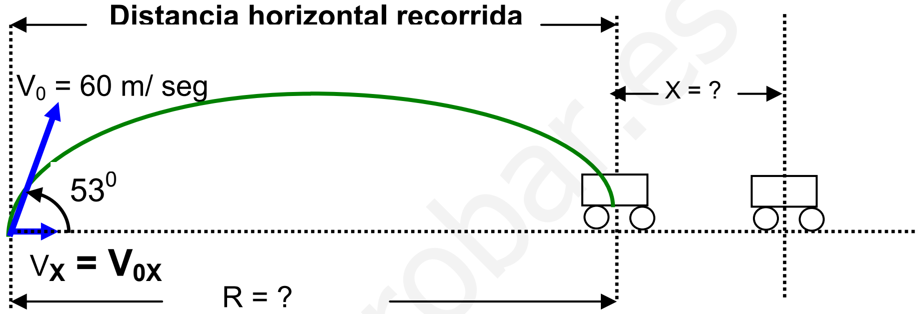
R = 353,11 km

Se halla el tiempo de vuelo del mortero

$$R = V_X * t_V \Rightarrow$$

$$t_V = \frac{R}{V_X} = \frac{353{,}11}{36{,}1} = 9{,}78 \text{ seg}$$

t_V = 9,78 seg



El tiempo de vuelo del mortero es el mismo tiempo que necesita el tanque para llegar al objetivo.

Se halla el desplazamiento del tanque

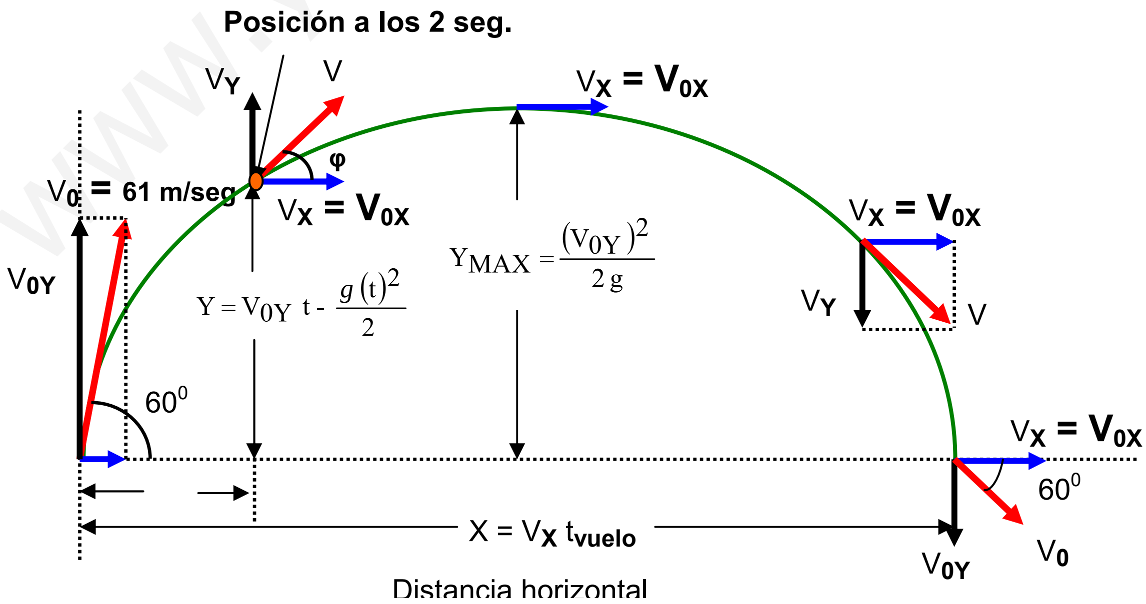
V = velocidad del tanque = 3 m/seg

X = v * t

X = 3 m/seg * 9,78 seg

X = 29,34 metros

PROBLEMA 3 Se lanza un proyectil con una velocidad de 61 m/seg. y un ángulo de 60^0 sobre la horizontal. Calcular:



a) Cuanto vale la componente vertical de la velocidad inicial (V_{OY})
Datos del problema V_O = 61 m/seg. $\theta = 60^0$

$V_{OY} = V_O \operatorname{sen} \theta$
$V_{OY} = 61 \operatorname{sen} 60 = 61 (0{,}866)$
V_{OY} = 52,82 m/seg.

b) Cuanto vale la componente horizontal de la velocidad inicial (V_{OX})
Datos del problema V_O = 61 m/seg. $\theta = 60^0$
$V_{OX} = V_O \cos \theta$
$V_{OX} = 61 \cos 60 = 61 (0{,}5)$
V_{OX} = 30,5 m/seg.

c) Cual es la velocidad vertical al cabo de 2 seg.

(- ↑) $V_Y = V_{OY} - gt$ pero: V_{OY} = 52,82 m/seg.
V_Y = 52,82 m/seg. – 10 m/seg^2 * 2 seg.
V_Y = 52,82 m/seg. – 20 m/seg.
V_Y = 32,82 m/seg.

d) Cual es la velocidad horizontal al cabo de 2 seg.
La velocidad horizontal (V_X) al cabo de 2 seg. es la misma que V_{OX} = 30,5 m/seg. Es decir la velocidad en eje horizontal permanece constante a través de todo el recorrido.

$V_X = V_{OX}$ = 30,5 m/seg.

e) Cual es la magnitud de la velocidad al cabo de 2 seg.
Pero: $V_X = V_{OX}$ = 30,5 m/seg. V_Y = 32,82 m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(30{,}5)^2 + (32{,}82)^2} = 44{,}8 \text{ m/seg}$$

V = 44,8 m/seg.

f) En que instante el proyectil alcanza el punto mas alto de su trayectoria.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{52{,}82 \text{ m}/seg}{10 \text{ m/seg}^2} = 5{,}282 \text{ seg.}$$

g) Cual es el alcance del proyectil (Distancia horizontal recorrida)
$V_X = V_{OX}$ = 30,5 m/seg.

$X = V_X * t_{vuelo}$ pero: $t_{vuelo} = 2 * t_{max}$
X = 30,5 * 10,564 $t_{vuelo} = 2 *$ 5,282 seg.
X = 322,2 metros t_{vuelo} = 10,564 seg.

h) Cual es la velocidad del proyectil al llegar al suelo
Es igual a la velocidad con que parte el proyectil.
V_O = 61 m/seg.

$V_X = V_{OX}$ = 30,5 m/seg. Es decir la velocidad en eje horizontal permanece constante a través de todo el recorrido.

V_{OY} = 52,82 m/seg. V_O = 61 m/seg.

PROBLEMA 4 Se lanza un objeto con velocidad vertical de 40 m/seg. y horizontal de 30 m/seg.
a) Cual es la altura alcanzada.

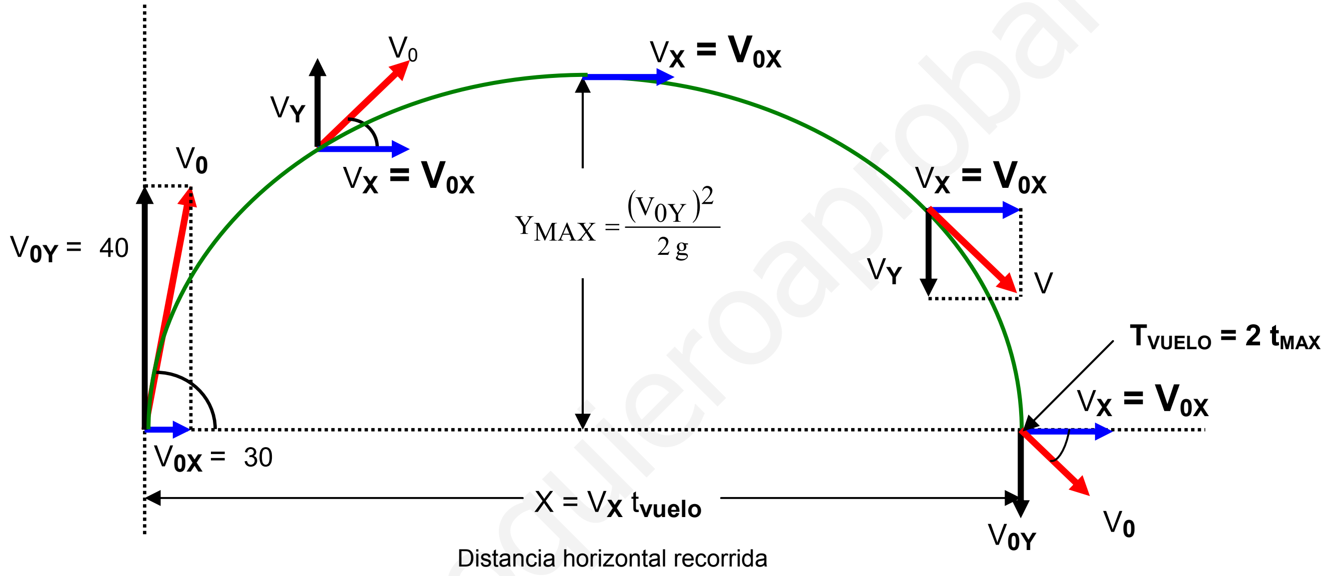
b) El alcance horizontal.

a) Cual es la altura alcanzada.
V_{OY} = 40 m/seg. $V_X = V_{OX}$ = 30 m/seg.

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(40)^2}{2\ g} = \frac{1600\ m^2/seg^2}{2 * 10\ m/seg^2} = \frac{1600}{20} = 80\ \text{ metros}$$

b) El alcance horizontal.
El tiempo para alcanzar el punto más alto. Pero: V_{OY} = 40 m/seg.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{40\ m/seg}{10\ m/seg^2} = 4\ \text{ seg.}$$



pero: $t_{vuelo} = 2 * t_{max}$

$t_{vuelo} = 2 * 4$ seg.

t_{vuelo} = 8 seg.

$X = V_X * t_{vuelo}$ pero: $V_X = V_{OX}$ = 30 m/seg.
X = 30 m/seg. * 8 seg.
X = 240 metros

Problema 5 Un jugador lanza una pelota formando un ángulo de 37^0 con la horizontal y con una velocidad inicial de 48 pies/seg. Un segundo jugador, que se encuentra a una distancia de 100 pies del primero en la dirección del lanzamiento inicia una carrera para encontrar la pelota, en el momento de ser lanzada. Con que velocidad ha de correr para coger la pelota

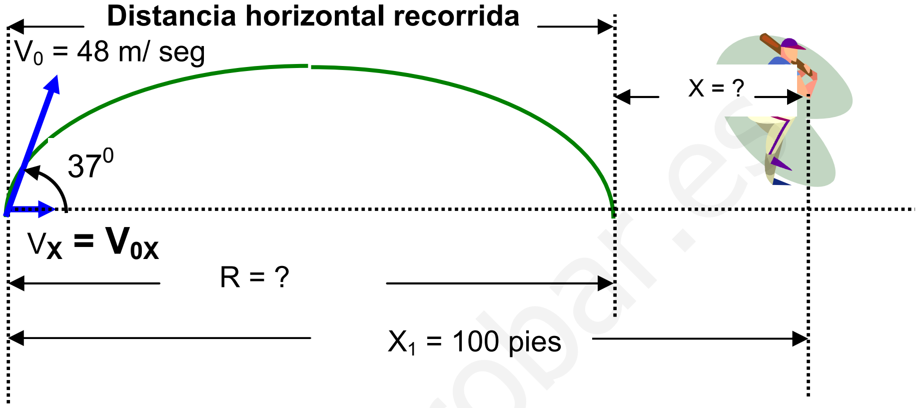
$$V_{OX} = V_X = V_0 \cos\theta$$
$$V_{OX} = V_X = 48 \cos 37$$
$$V_{OX} = V_X = 38{,}33\ \frac{pies}{seg}$$

Se halla el alcance horizontal de la pelota $g = 32$ pies/seg^2

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2\theta\ (V_0)^2}{g}$$

$$R = \frac{\operatorname{sen} 2(37)\ 48^2}{32} = \frac{\operatorname{sen} 74 * 2304}{32} = \frac{2214{,}74}{32} = 69{,}21 \text{ pies}$$

R = 69,21 pies



Se halla el tiempo de vuelo de la pelota

$$R = V_X * t_V \Rightarrow$$

$$t_V = \frac{R}{V_X} = \frac{69{,}21}{38{,}33} = 1{,}8 \text{ seg}$$

t_V = 1,8 seg

Para el segundo jugador, el tiempo de vuelo de la pelota es el mismo tiempo que el jugador necesita para llegar hasta la pelota. t = 1,8 seg

$X_1 = 100$ pies $R = 69{,}21$ pies
$X_1 = R + X$
$X = X_1 – R$
$X = 100 – 69{,}21$

X = 30,79 pies

se halla la velocidad del jugador para atrapar la pelota

$$V = \frac{X}{t} = \frac{30{,}79 \text{ pies}}{1{,}8 \text{ seg}} = 17{,}1 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

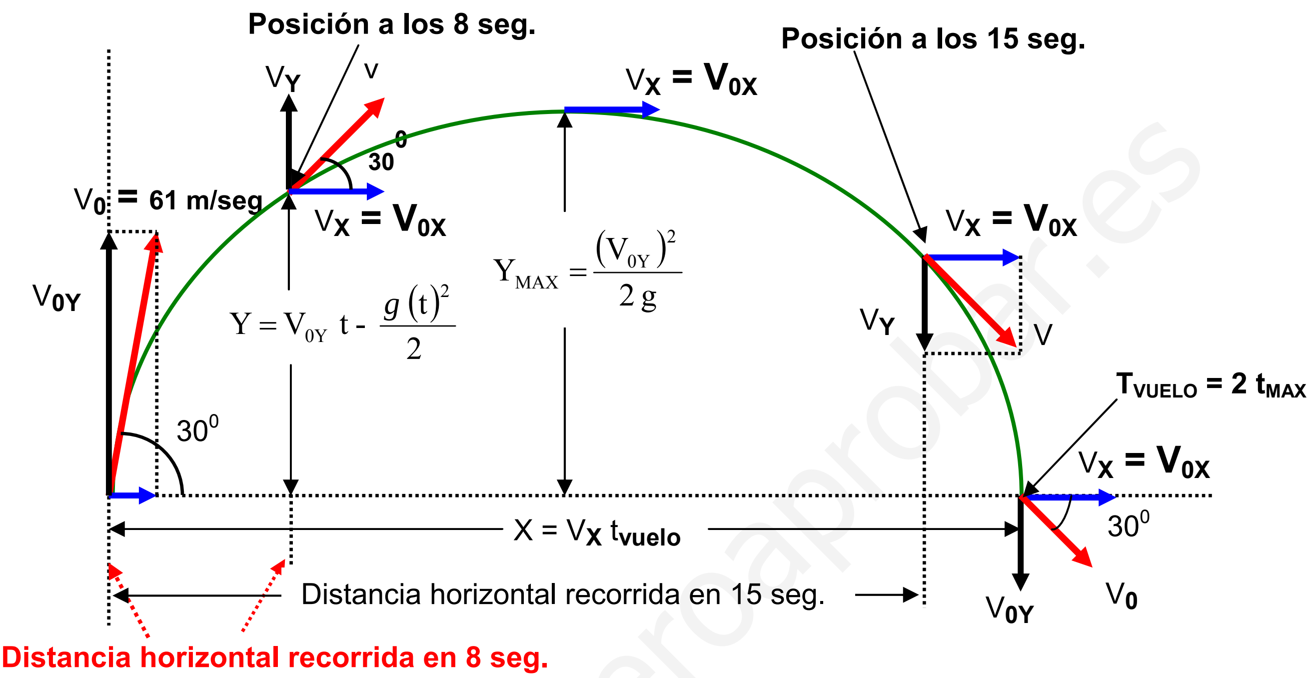
PROBLEMA 6 Una bala se dispara con un ángulo de tiro de 30^0 y una velocidad de 200 m/seg. Calcular:
a) Altura alcanzada en 8 seg.
b) A los cuantos seg. regresa a la tierra.

$V_{OY} = V_O \operatorname{sen} \theta$
$V_{OY} = 200 \operatorname{sen} 30$
$V_{OY} = 200 * (0{,}5)$
V_{OY} = 100 m/seg.

c) Distancia horizontal recorrida en 15 seg.

Es necesario hallar el tiempo máximo (t_{max}), para determinar si a los 8 seg. del movimiento la bala va bajando o subiendo.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{100 \ m/seg}{10 \ m/seg^2} = 10 \ \ seg.$$



a) Altura alcanzada en 8 seg.

Datos del problema V_O = 200 m/seg. $\theta = 30$

El tiempo máximo es de 10 seg. (Ver la grafica) se puede decir que a los 8 seg. la bala esta subiendo.

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

pero t = 8 seg. g = 10 m/seg^2 V_{OY} = 100 m/seg.

$$Y = 100 * 8 - \frac{10 * (8)^2}{2} = 800 - \frac{10 * 64}{2} = 800 - 320$$

Y = 480 metros.

b) A los cuantos seg. regresa a la tierra.

t_{vuelo} = 2 * t_{max}

t_{vuelo} = 2 * 10 seg.

t_{vuelo} = 20 seg.

c) Distancia horizontal recorrida en 15 seg.

Datos del problema V_O = 200 m/seg. $\theta = 30^0$

$V_{OX} = V_O \cos \theta$

V_{OX} = 200 * cos 30

V_{OX} = 200 * (0,866)

V_{OX} = 173,2 m/seg.
pero: $V_X = V_{OX}$ = 173,2 m/seg.

$X = V_X * t$
X = 173,2 m/seg. * 15 seg.
X = 2598 metros

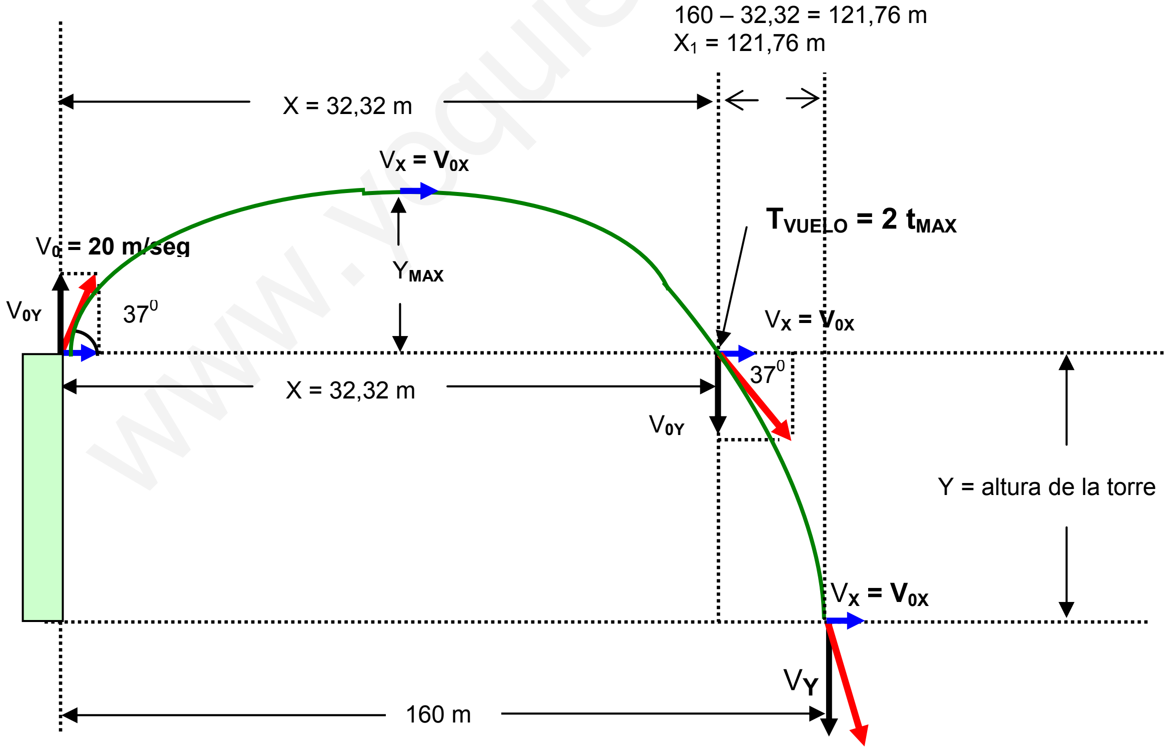
El alcance horizontal para 15 seg. es
X = 2598 metros.

PROBLEMA 7
De arriba de una torre se lanza una piedra con una velocidad de 20 m/seg y un ángulo de 37^0 . La piedra alcanza el suelo a una distancia de 160 metros con respecto a la base de la torre. Cual es la altura de la torre.

Datos del problema V_O = 20 m/seg. $\theta = 37^0$
$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$
V_{OY} = 20 sen 37
V_{OY} = 20 * (0,6018)
V_{OY} = 12 m/seg.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{12 \ m/seg}{10 \ m/seg^2} = 1,2 \ \ seg.$$

$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$
t_{vuelo} = 2 * 1,2 seg.
t_{vuelo} = 2,4 seg.



Datos del problema V_O = 20 m/seg. $\theta = 37^0$
$V_{OX} = V_O \cos \theta$

$V_{OX} = 20 * \cos 37$
$V_{OX} = 20 * (0{,}798)$
$V_X = V_{OX} = 15{,}97$ m/seg.

$X = V_X * t_{vuelo}$ pero: $V_X = V_{OX} = 15{,}97$ m/seg. $t_{vuelo} = 2{,}4$ seg.
$X = 15{,}97$ m/seg. * 2,4 seg.
X = 38,32 metros. (Este es el alcance horizontal del tiro parabólico, ver grafica)

Pero:
$160 = X + X_1$
$X_1 = 160 - X$
$X_1 = 160 - 38{,}32$
X_1 = 121,67 metros (VER LA GRAFICA)

$X_1 = V_X * t$ Pero: $V_X = V_{OX} = 15{,}97$ m/seg.

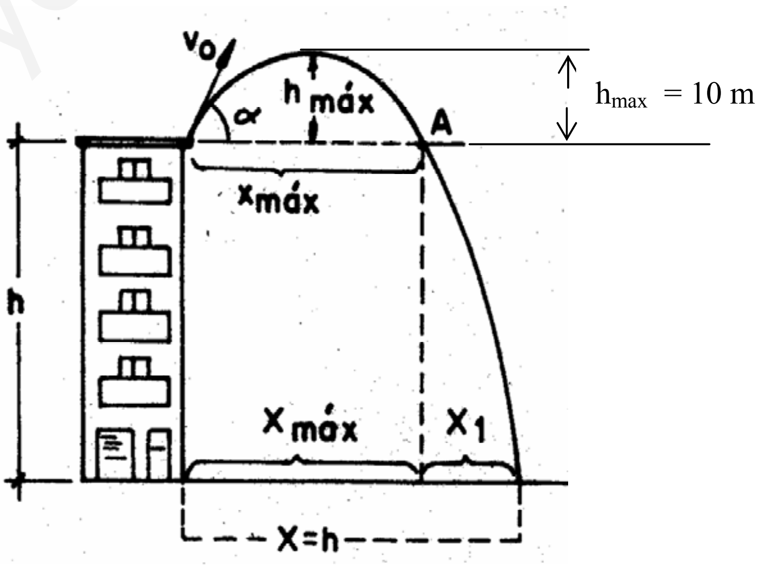
$$t = \frac{X_1}{V_X} = \frac{121{,}67}{15{,}97} = 7{,}61 \text{ seg.}$$

(+↓) $$Y = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2} = 12 * (7{,}61) + \frac{10 * (7{,}61)^2}{2}$$

$Y = 91{,}32 + 289{,}56 = 380$ metros   La altura de la torre es de 380 metros.

PROBLEMA 8
De lo alto de un edificio se lanza un proyectil con una inclinación de 40^0 por encima de la horizontal. Al cabo de 5 seg. el proyectil encuentra el plano horizontal que pasa por el pie del edificio, a una distancia de este pie igual a la altura del edificio. Calcular la velocidad inicial del proyectil y la altura del edificio. Se sabe que la máxima altura de trayectoria del proyectil respecto a la parte superior del edificio es de 10 metros.



Datos del problema:
$\theta = 40^0$

t = 5 seg. (para X = h)   (Es decir el proyectil demora en el aire 5 seg.)
h_{max} = 10 metros.
g = 10 m/seg^2

Como tenemos el valor de h_{max} se puede hallar la V_{OY} (Velocidad inicial en el eje vertical).

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} \Rightarrow$$

$$(V_{OY})^2 = 2 * g * Ymax$$

$$V_{OY} = \sqrt{2 * g * Ymax} = \sqrt{2 * 10 * 10} = 14{,}14 \text{ m/seg}$$

V_{0Y} = 14,14 m/seg.
V_{OY} = V_O sen θ

$$V_O = \frac{V_{OY}}{\text{sen } 40} = \frac{14{,}14}{0{,}6427} = 22 \text{ m/seg}$$

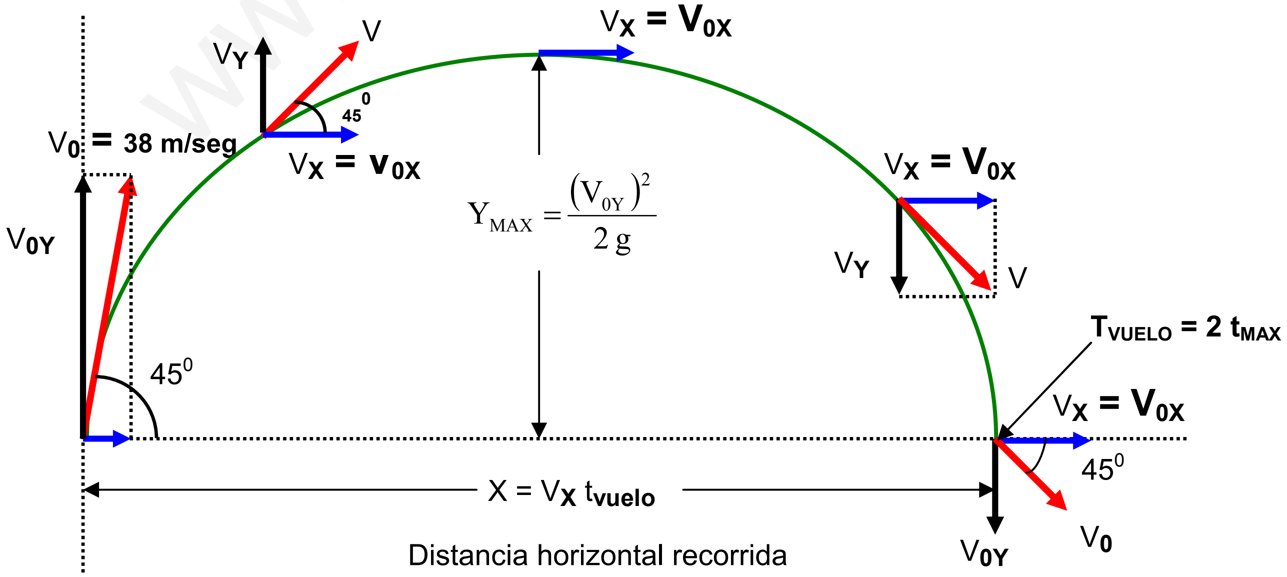
V_0 = 22 m/seg.

Datos del problema V_O = 22 m/seg. θ = 40^0
V_{OX} = V_O cos θ
V_{OX} = 22 * cos 40
V_{OX} = 22 * (0,766)
V_X = V_{OX} = 16,85 m/seg.

Como V_X = V_{OX} = 16,85 m/seg. es constante en todo el recorrido del proyectil, y el tiempo de vuelo del proyectil es de 5 seg. se halla el recorrido horizontal (X = h)

X = h = V_X * t
X = h = 16,85 * 5
X = h = 84,25 metros .
La altura del edificio (h) es de 84,25 metros.

PROBLEMA 9
Un jugador de béisbol golpea la pelota con un ángulo de 45^0 y le proporciona una velocidad de 38 m/seg. Cuanto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo.

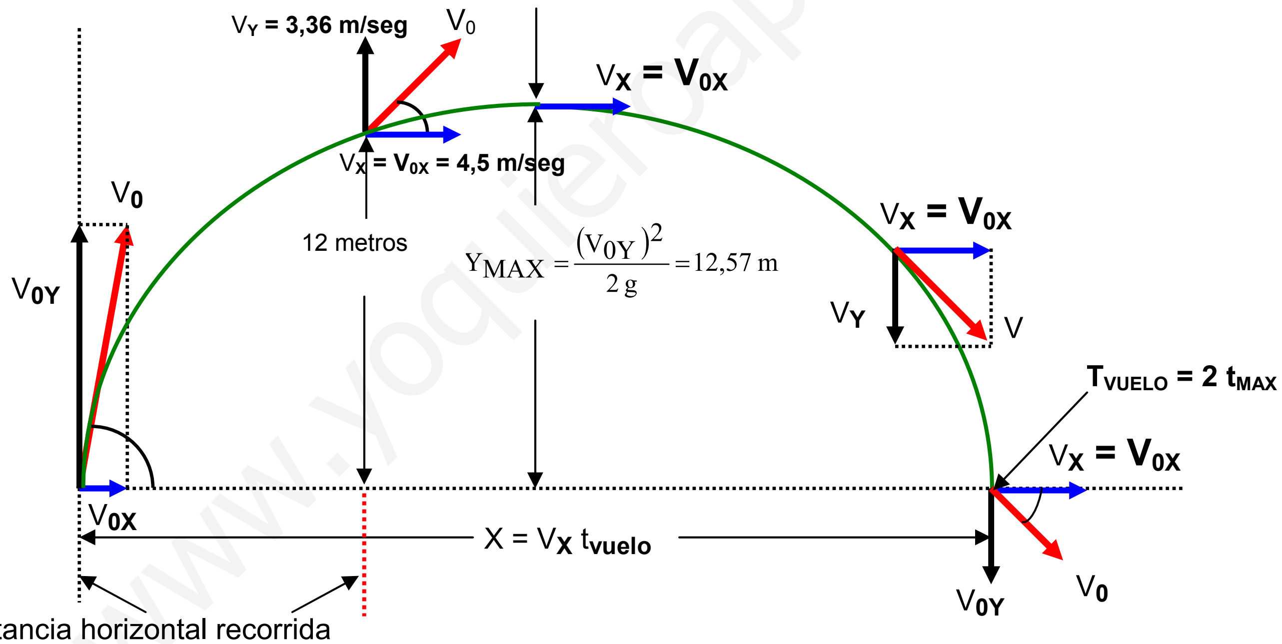


Datos del problema V_O = 38 m/seg. $\theta = 45^0$
$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$
V_{OY} = 38 sen 45
V_{OY} = 38 (0,7071)
V_{OY} = 26,87 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el t_{max}

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{26{,}87 \ m/seg}{10 \ m/seg^2} = 2{,}687 \ \ seg.$$

Con el t_{max} hallamos el tiempo de vuelo
$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$
$t_{vuelo} = 2 * 2{,}687$ seg.
t_{vuelo} = 5,374 seg.

PROBLEMA 10
Se lanza una pelota al aire, cuando esta a 12 metros sobre el piso , las velocidades son: $V_X = V_{OX}$ = 4,5 m/seg. V_Y = 3,36 m/seg.
Cual es la velocidad inicial de la pelota (V_O).
Que altura máxima alcanza la pelota.



Distancia horizontal recorrida cuando esta a 12 metros del piso.

$V_Y = V_{OY} - g\,t$
$V_Y + gt = V_{OY}$

$3{,}36 + 10t = V_{OY}$ (Ecuación 1)

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$12 = V_{OY} * t - \frac{10 * (t)^2}{2}$$

$12 = V_{0Y} * t – 5\ t^2$

$$12 + 5t^2 = V_{OY} * t$$

$\frac{12}{t} + 5t = V_{OY}$ **(Ecuación 2)**

Igualando ecuación 1 con ecuación 2

3,36 +10t = 12/t + 5t

$$3,36 = \frac{12}{t} + 5t - 10t = \frac{12}{t} - 5t$$

$$3,36 = \frac{12 - 5t^2}{t}$$

$3,36t = 12 - 5t^2$

$5t^2 + 3,36t - 12 = 0$

a = 5 b = 3,36 c = -12

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3,36 \pm \sqrt{3,36^2 - 4*5*(-12)}}{2*5} = \frac{-3,36 \pm \sqrt{11,28 + 240}}{10} = \frac{-3,36 \pm \sqrt{251,28}}{10}$$

$$t = \frac{-3,36 \pm 15,85}{10} \Rightarrow t = \frac{-3,36 + 15,85}{10} = \frac{12,4918}{10}$$

t = 1,25 seg.

Reemplazando el t = 1,25 seg. hallamos V_{OY}

3,36 +10t = V_{OY} (Ecuación 1)

3,36 + 10 *1,25 = V_{OY}

V_{OY} = 3,36 +12,5 = 15,86 m/seg

V_{OY} = 15,86 m/seg

La altura máxima es: $Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(15,86)^2}{2\ g} = \frac{251,539\ m^2/seg^2}{2 * 10\ m/seg^2} = \frac{251,539}{20} = 12,57$ metros

$V_X = V_{OX}$ = 4,5 m/seg. Por que la velocidad en este sentido permanece constante a través de todo el recorrido.

$$tg\ \theta = \frac{V_{OY}}{V_{OX}} = \frac{15,86}{4,5} = 3,524$$

θ = arc tg 3,524

θ = 74,15⁰

$V_{OY} = V_O$ sen θ

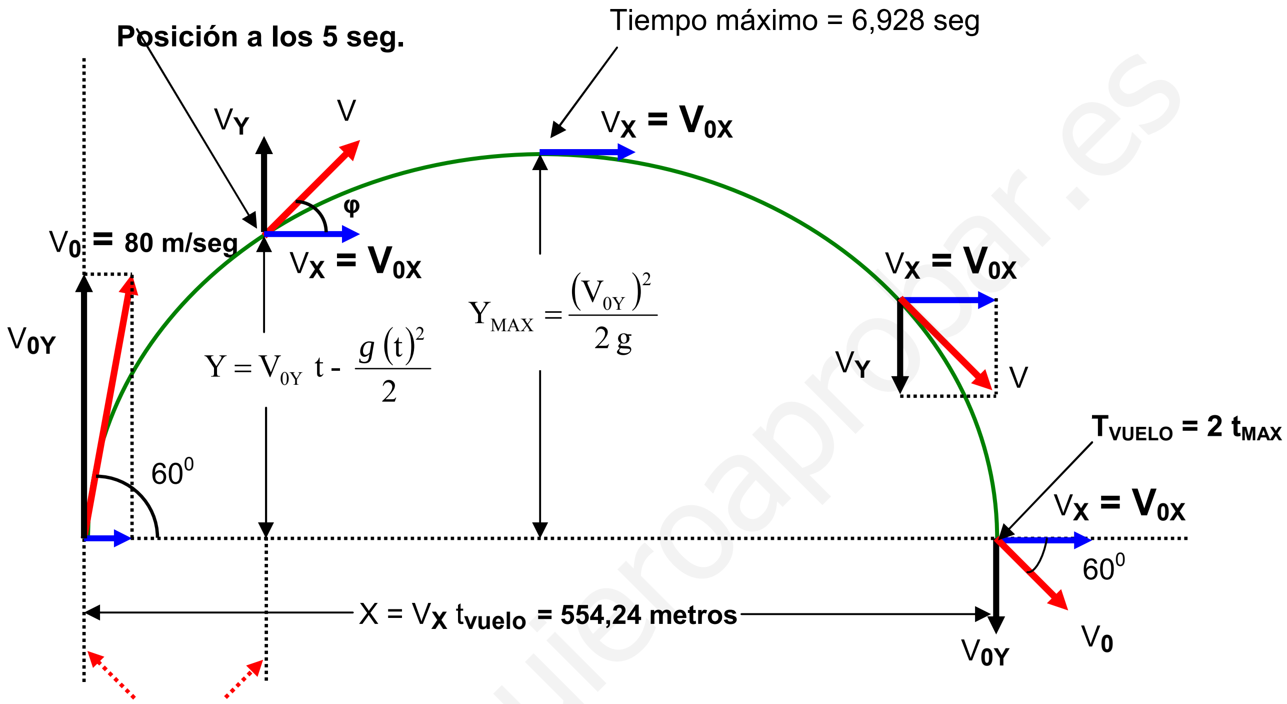
15,86 = V_O sen 74,15

$$V_O = \frac{15,86}{sen\ 74,15} = \frac{15,86}{0,96198} = 16,48\ m/seg$$

V_O = 16,48 m/seg (Velocidad inicial con que fue lanzada la pelota)

PROBLEMA 11 Se dispara un proyectil con rapidez inicial de 80 m/seg. hacia el este con un ángulo de elevación de 60^0

a) Calcular el tiempo de vuelo del proyectil.
b) Cual es el alcance máximo horizontal.
c) Cual es el desplazamiento vertical y horizontal al cabo de 5 seg.
d) Que magnitud y dirección tiene la velocidad del proyectil a los 5 seg.
e) En que instante de tiempo y a que altura la componente vertical de la velocidad se anula.



$V_{OY} = V_O \operatorname{sen} \theta$
$V_{OY} = 80 \operatorname{sen} 60$
$V_{OY} = 80\ (0{,}866)$
V_{OY} = 69,28 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el t_{max}

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{69{,}28\ m/seg}{10\ m/seg^2} = 6{,}928\ \ seg.$$

a) Calcular el tiempo de vuelo del proyectil.
Con el t_{max} hallamos el tiempo de vuelo
$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$
$t_{vuelo} = 2 * 6{,}928$ seg.
t_{vuelo} = 13,856 seg.

b) Cual es el alcance máximo horizontal.
Datos del problema V_O = 80 m/seg. $\theta = 60^0$
$V_{OX} = V_O \cos \theta$
$V_{OX} = 80 * \cos 60$
$V_{OX} = 80 * (0{,}5)$

$V_X = V_{OX} = 40$ m/seg.

Como $V_X = V_{OX} = 40$ m/seg. es constante en todo el recorrido del proyectil.
$t_{vuelo} = 13{,}856$ seg.

$X = V_X * t_{vuelo} = 40 * 13{,}856 = 554{,}24$ metros.
X = 554,24 metros.

c) Cual es el desplazamiento vertical y horizontal al cabo de 5 seg.
Para el desplazamiento vertical es necesario evaluar si a los 5 seg., el movimiento del proyectil va bajando o subiendo.
Para determinar el signo de la ecuación, se compara el valor de $t_{max} = 6{,}928$ seg. **(Ver grafica)**
Esto nos indica que a los 5 seg. el proyectil va subiendo (- ↑) luego la ecuación es negativa

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2} = 69{,}28 * (5) - \frac{10 * (5)^2}{2}$$

Y = 346,4 – 125 = 221,4 metros

Y = 221,4 metros (Alcance vertical a los 5 seg.)

$X = V_X * t = 40 * 5 = 200$ metros
X = 200 metros (Alcance horizontal a los 5 seg.)

d) Que magnitud y dirección tiene la velocidad del proyectil a los 5 seg.
$V_Y = V_{OY} - gt$ pero: $V_{OY} = 69{,}28$ m/seg.

$V_Y = 69{,}28 - 10 * 5$
$V_Y = 19{,}28$ m/seg.
La velocidad horizontal (V_X) al cabo de 5 seg. es la misma que $Vo_X = 40$ m/seg. Por que la velocidad en este sentido permanece constante a través de todo el recorrido.

Para hallar la magnitud de la velocidad al cabo de 5 seg.
Pero: $V_X = V_{OX} = 40$ m/seg. $V_Y = 19{,}28$ m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(40)^2 + (19{,}28)^2} = \sqrt{1600 + 371{,}71} = 44{,}4 \text{ m/seg}$$

V = 44,4 m/seg.

$$\text{tg}\,\beta = \frac{V_Y}{V_X} = \frac{19{,}28}{40} = 0{,}482$$

β = arc tg 0,482
$\beta = 25{,}734^0$

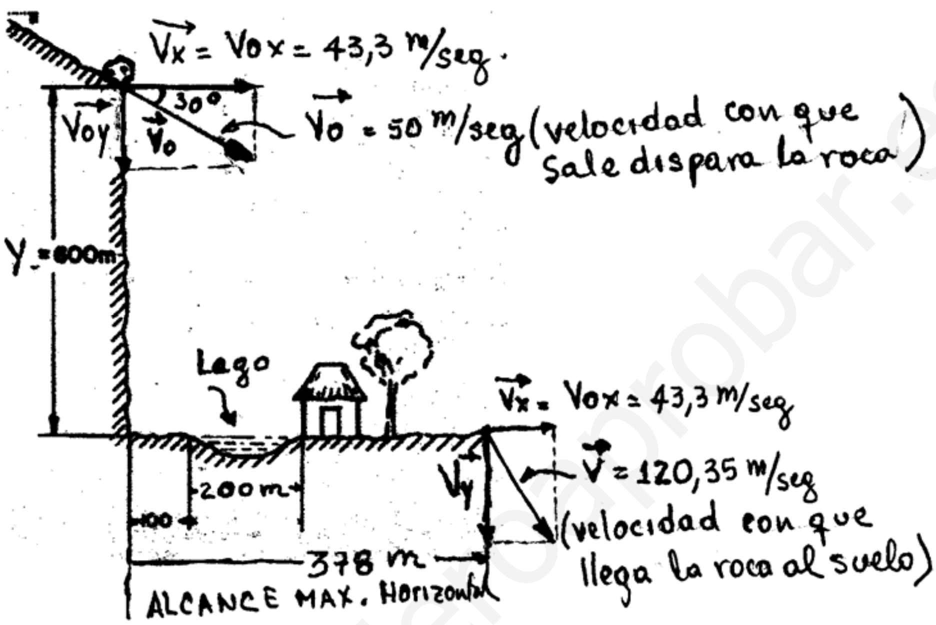
e) En que instante de tiempo y a que altura la componente vertical de la velocidad se anula.
La velocidad vertical se hace cero, cuando alcanza la máxima altura.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{69{,}28 \text{ m/seg}}{10 \text{ m/seg}^2} = 6{,}928 \text{ seg.}$$

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(69{,}28)^2}{2\ g} = \frac{4799{,}71 \text{ m}^2/\text{seg}^2}{2 * 10 \text{ m/seg}^2} = \frac{4799{,}71}{20} = 239{,}98 \text{ metros}$$

PROBLEMA 12 Una roca descansa sobre un barranco 600 metros por encima de una casa, tal como se muestra en la figura. En tal posición que si rodase, saldría disparada con una rapidez de 50 m/seg. Existe un lago de 200 metros de diámetro. Con uno de sus bordes a 100 metros del borde del barranco. La casa esta junto a la laguna en el otro borde.

a) Si la roca se desprendiera del barranco cuanto tiempo permanecería en el aire antes de caer al suelo?
b) Caerá la roca en la laguna
c) Hallar la rapidez de la roca al llegar al suelo y la rapidez horizontal en ese momento.



Datos del problema.
Y = 600 metros V_0 = 50 m/seg. $\theta = 30^0$

$V_{OY} = V_O \text{ sen } \theta$
V_{OY} = 50 sen 30
V_{OY} = 50 (0,5)
V_{OY} = 25 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el tiempo .

a) Si la roca se desprendiera del barranco cuanto tiempo permanecería en el aire antes de caer al suelo?
La ecuación para hallar Y es positiva por que la roca va bajando.

$$Y = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$600 = 25 * t + \frac{10 * t^2}{2} = 25t + 5t^2$$

$5t^2 + 25t - 600 = 0$ (Simplificando la ecuación por 5)

$t^2 + 5t - 120 = 0$ pero a = 1   b = 5   c = -120

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(5) \pm \sqrt{5^2 - 4*1*(-120)}}{2*1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 480}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{505}}{2} = \frac{-5 \pm 22,4722}{2}$$

$$t = \frac{-5 + 22,4722}{2} = \frac{17,4722}{2} = 8,73 \text{ seg}$$

t = 8,73 seg

b) Caerá la roca en la laguna?

Datos del problema. Y = 600 metros V_0 = 50 m/seg. θ = 30^0
El alcance máximo horizontal.
$V_{OX} = V_O \cos \theta$
$V_{OX} = 50 * \cos 30$

$V_{OX} = 50 * (0,866)$
$V_X = V_{OX}$ = 43,3 m/seg.

Como $V_X = V_{OX}$ = 43,3 m/seg. es constante en todo el recorrido del proyectil.
t_{vuelo} = 8,73 seg.

$X = V_X * t_{vuelo}$ = 43,3 * 8,73 = 378 metros.

X = 378 metros **Si observamos la grafica, la roca no cae dentro de la laguna.**

c) Hallar la rapidez de la roca al llegar al suelo y la rapidez horizontal en ese momento.
Pero: $V_X = V_{OX}$ = 43,3 m/seg.

La ecuación para hallar V_Y es positiva por que la roca va bajando.
$V_Y = V_{OY} + gt$ pero: V_{OY} = 25 m/seg.

V_Y = 25 + 10 * 8,73

V_Y = 112,3 m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(43,3)^2 + (112,3)^2} = \sqrt{1874,89 + 12611,29} = \sqrt{14486,18} \text{ m/seg}$$

V = 120,35 m/seg. (Velocidad con que llega la roca al suelo)

Como **$V_X = V_{OX}$ = 43,3 m/seg.** es constante en todo el recorrido del proyectil. Es la velocidad horizontal.

PROBLEMA 13 Se dispara un proyectil desde la cima de una montaña a 180 metros por encima del valle, tal como se indica en la figura. El modulo de su velocidad inicial es 60 m/seg a 60^0 respecto a la horizontal

a) Cual es la máxima altura respecto al valle
b) Donde caerá el proyectil

Datos del problema
V_0 = 60 m/seg.
h altura de la montaña = 180 metros

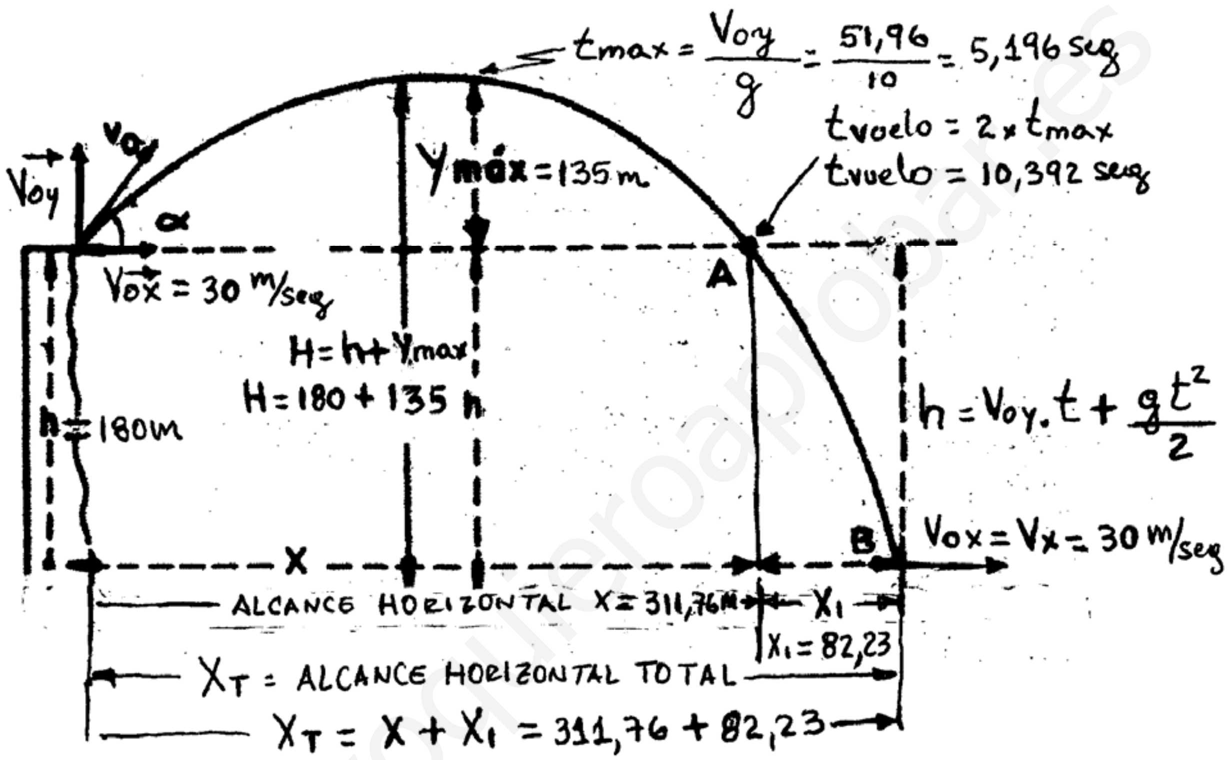
θ = 60^0

a) Cual es la máxima altura respecto al valle (H) (ver grafica)

$H = h + Y_{max}$ pero h = 180 metros

$V_{OY} = V_O$ sen θ
V_{OY} = 60 sen 60
V_{OY} = 60 (0,866)

V_{OY} = 51,96 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el Y_{max}



Hallamos Y_{max}

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(51,96)^2}{2\ g} = \frac{2700\ m^2/seg^2}{2 * 10\ m/seg^2} = \frac{2700}{20} = 135\ \text{metros}$$

Y_{MAX} = 135 metros

$H = h + Y_{max}$ pero h = 180 metros
H = 180 + 135 = 315 metros
H = 315 metros **(Altura respecto al valle)**

b) Donde caerá el proyectil (X_T) ?

Para hallar el alcance horizontal, es necesario calcular el tiempo de vuelo y la velocidad horizontal en el eje X.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{51,96\ m/seg}{10\ m/seg^2} = 5,196\ \text{seg.}$$

Con el t_{max} hallamos el tiempo de vuelo

$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$

$t_{vuelo} = 2 * 5,196$ seg.

$t_{vuelo} = 10,392$ seg. (ver grafica)

El alcance máximo horizontal del tiro parabólico (X)
Datos del problema $V_O = 60$ m/seg. $\theta = 60^0$
$V_{OX} = V_O \cos\theta$
$V_{OX} = 60 * \cos 60$
$V_{OX} = 60 * (0,5)$

$V_X = V_{OX} = 30$ m/seg.

$X = V_X * t_{vuelo} = 30 * 10,392 = 311.76$ metros. (ver grafica)
X = 311.76 metros.

La ecuación para hallar h = 180 metros es positiva por que la roca va bajando.

$$h = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$180 = 51,96 * t + \frac{10 * t^2}{2} = 51,96t + 5t^2$$

$5t^2 + 51,96t - 180 = 0$ pero a = 5 b = 51,96 c = -180

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(51,96) \pm \sqrt{51,96^2 - 4*5*(-180)}}{2*5} = \frac{-51,96 \pm \sqrt{2699,84 + 3600}}{10}$$

$$t = \frac{-51,96 + \sqrt{6300}}{10} = \frac{-51,96 + 79,37}{10} = \frac{27,41}{10} = 2,741 \text{ seg.}$$

t = 2,741 seg. Es el tiempo que transcurre desde el punto A hasta el punto B. (ver grafica)

$X_1 = V_X * t = 30 * 2,741 = 82,23$ metros.
X_1 = 82,23 metros.

El desplazamiento total pero: X = 311.76 metros.
$X_T = X + X_1 = 311,76 + 82,23 = 394$ metros

X_T = 394 metros

PROBLEMA 14 Un patinador desciende por una pista helada, alcanza al finalizar la pista una velocidad de 45 m/ seg. En una competición de salto, debería alcanzar 90 metros a lo largo de una pista inclinada 60^0 respecto a la horizontal.

Cual será el ángulo o los ángulos α que debe formar su vector velocidad con la horizontal?
Cuanto tiempo tardara en aterrizar?

Datos del problema:
$V_0 = 45$ m/seg.

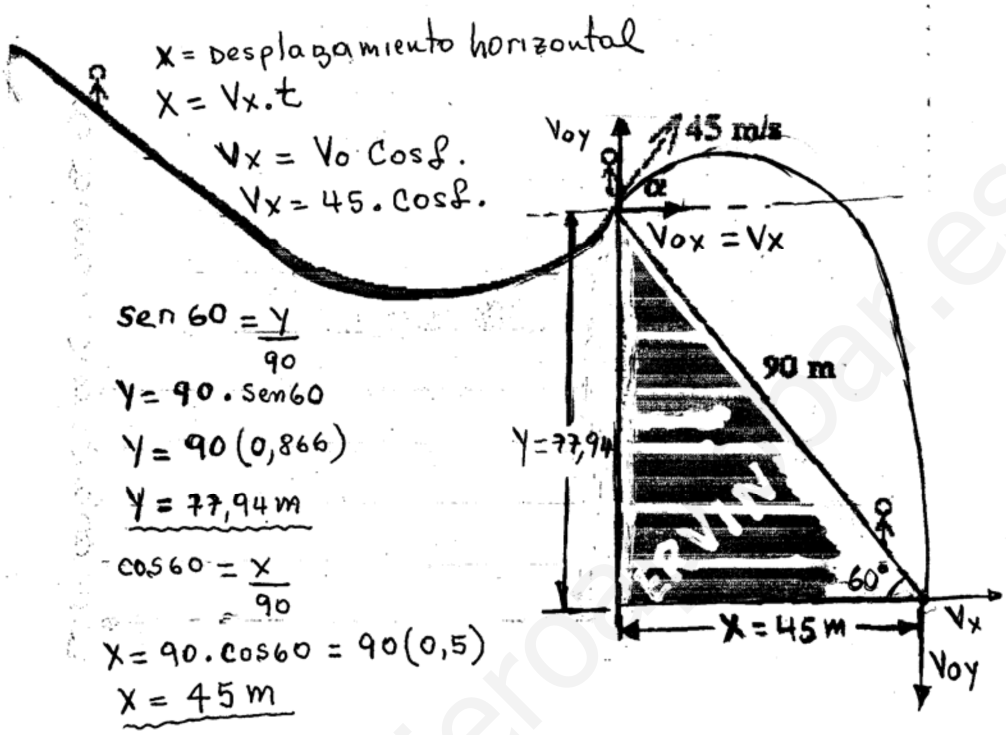
X = ALCANCE HORIZONTAL

$X = v_X * t$ pero X = 45 metros

$X = (v_0 \cos\alpha)\, t$

$$t = \frac{X}{V_0 \cos\alpha} = \frac{45}{45\cos\alpha}$$

$$t = = \frac{1}{\cos\alpha}$$ **(Ecuación 1)**



Pero:

$$Y = V_{OY} * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\alpha * t - \frac{g * t^2}{2}$$ **(Ecuación 2)**

Reemplazando la ecuación 1 en la ecuación 2.

$$Y = V_O \operatorname{sen}\alpha * t - \frac{g * t^2}{2}$$

$$Y = V_O \operatorname{sen}\alpha * \left(\frac{1}{\cos\alpha}\right) - \frac{g * \left(\frac{1}{\cos\alpha}\right)^2}{2}$$

$$Y = \frac{V_O \operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} - \frac{g}{2\,(\cos\alpha)^2}$$

$$-77{,}94 = (45) * \operatorname{tag}\alpha - \frac{10}{2\,(\cos\alpha)^2} = 45 \operatorname{tg}\alpha - \frac{5}{(\cos\alpha)^2}$$

pero:

$$\frac{1}{(\cos\alpha)^2} = (\sec\alpha)^2$$

$$-77{,}94 = 45 \operatorname{tg}\alpha - 5(\sec\alpha)^2$$

pero: $(\sec\ \alpha)^2 = (\text{tg}\ \alpha)^2 + 1$

$$-77{,}94 = 45\ \text{tg}\alpha - 5\left[(\text{tg}\ \alpha)^2 + 1\right]$$

$$-77{,}94 = 45\ \text{tg}\alpha - 5(\text{tg}\ \alpha)^2 - 5$$

Ordenando la ecuación

$$5(\text{tg}\ \alpha)^2 - 45\ \text{tg}\ \alpha + 5 - 77{,}94 = 0$$

$$5(\text{tg}\ \alpha)^2 - 45\ \text{tg}\ \alpha - 72{,}94 = 0$$

pero: a = 5 b = - 45 c = -72,94

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-45) \pm \sqrt{(-45)^2 - 4*5*(-72{,}94)}}{2*5} = \frac{45 \pm \sqrt{2025 + 1458{,}8}}{10}$$

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{45 \pm \sqrt{3483{,}8}}{10} = \frac{45 \pm 59{,}023}{10}$$

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{45 + 59{,}023}{10} = 10{,}4023$$

$$\text{tg}\ \beta = \frac{45 - 59{,}023}{10} = -1{,}4023$$

tg α = 10,4023

$$t = = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\ 84{,}5} = 10{,}43\ \text{seg.}$$

α = arc tg 10,4023

α = 84,5^0

tg β = - 1,4023

$$t = = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cos\ -54{,}5} = 1{,}72\ \text{seg.}$$

β = arc tg - 1,4023

β = - 54,5^0

Problema 15 Se lanza un cuerpo desde el origen con velocidad horizontal de 40 m/s, y con una velocidad vertical hacia arriba de 60 m/s. Calcular la máxima altura y el alcance horizontal.

V_{0y} = 60 m/seg.

V_{0X} = V_X = 40 m/seg.

$$Y_{max} = \frac{(V_{0Y})^2}{2g} = \frac{60^2}{2*10} = \frac{3600}{20} = 180\ \text{metros}$$

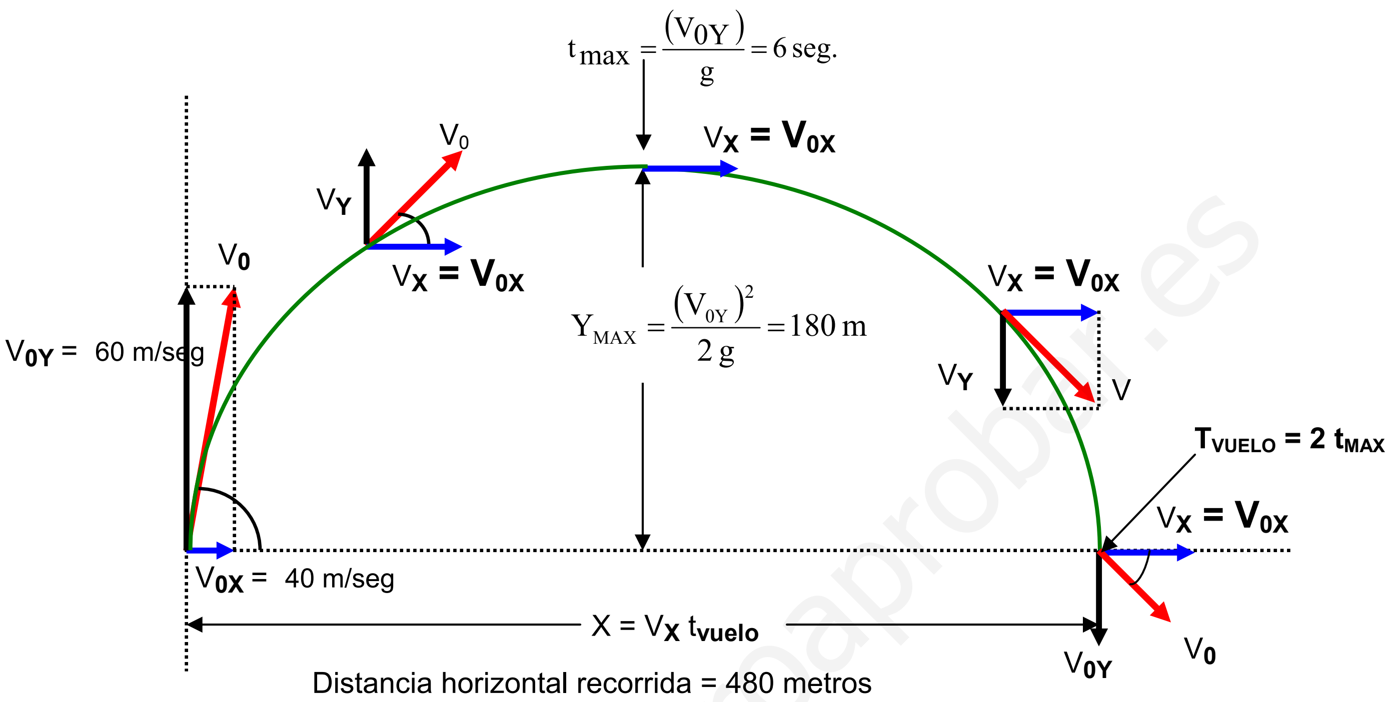
máxima altura 180 metros

$$t_{\ max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{60}{10} = 6\ \text{seg.}$$

t_{vuelo} = 2 * t_{max} = 2 * 6 = 12 seg

$X = V_X * t_{vuelo} = 40$ m/seg. * 12 seg = 480 metros

X = El alcance horizontal es 480 metros.



Problema 16 Resolver el ejercicio anterior, tomando como lugar de lanzamiento la cima de una colina de 50 m de altura.

Calcular la máxima altura y el alcance horizontal.

Datos del problema
$V_{0X} = V_X =$ 40 m/seg.
$V_{0y} =$ 60 m/seg.
h altura de la colina = 50 metros

Cual es la máxima altura respecto al valle (H)
$H = h + Y_{max}$ pero h = 50 metros

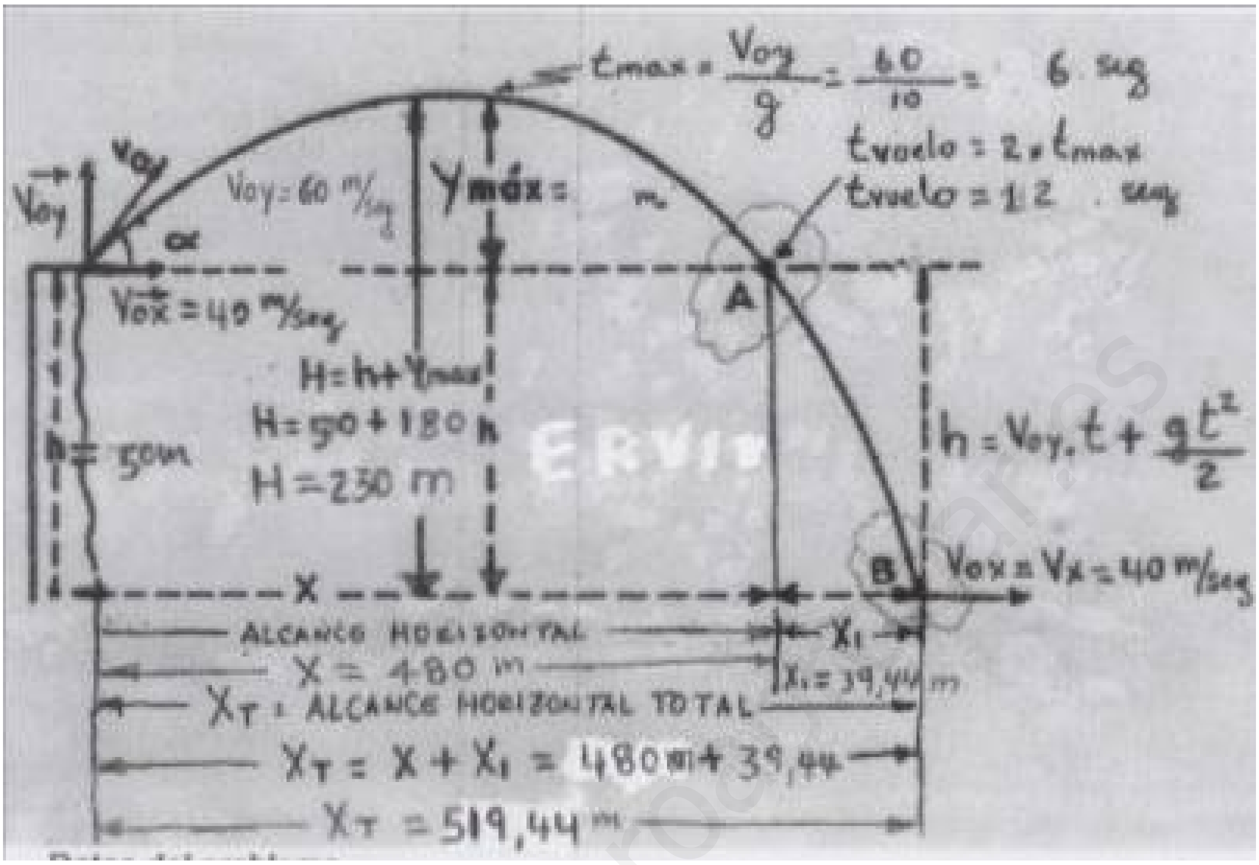
V_{OY} = 60 m/seg. Es la velocidad inicial en el eje Y, sirve para hallar el Ymax

Hallamos Y_{max}

$$Ymax = \frac{(V_{OY})^2}{2\ g} = \frac{(60)^2}{2\ g} = \frac{3600\ m^2/seg^2}{2 * 10\ m/seg^2} = \frac{3600}{20} = 180\ \text{metros}$$

$H = h + Y_{max} = 50 + 180 = 230$ metros
H = 230 metros MAXIMA ALTURA

Donde caerá el proyectil (X_T) ?



Para hallar el alcance horizontal, es necesario calcular el tiempo de vuelo y la velocidad horizontal en el eje X.

$$t_{max} = \frac{V_{OY}}{g} = \frac{60 \ m/seg}{10 \ m/seg^2} = 6 \ \ seg.$$

Con el t_{max} hallamos el tiempo de vuelo

$t_{vuelo} = 2 * t_{max}$

$t_{vuelo} = 2 * 6$ seg.

$t_{vuelo} = 12$ seg.

El alcance máximo horizontal del tiro parabólico (X)

Datos del problema $V_{0X} = V_X = 40$ m/seg. $V_{0y} = 60$ m/seg.

.

$X = V_X * t_{vuelo} = 40 * 12 = 480$ metros. **(ver grafica)**

X = 480 metros.

La ecuación para hallar h = 50 metros es positiva por que la roca va bajando.

$$h = V_{OY} * t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$50 = 60 * t + \frac{10 * t^2}{2} = 60\,t + 5t^2$$

$5t^2 + 60\,t - 50 = 0$ pero $a = 5$ $b = 60$ $c = -50$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(60) \pm \sqrt{60^2 - 4*5*(-50)}}{2*5} = \frac{-60 \pm \sqrt{3600 + 1000}}{10}$$

$$t = \frac{-60 + \sqrt{4600}}{10} = \frac{-51{,}96 + 61{,}82}{10} = \frac{9{,}86}{10} = 0{,}986 \text{ seg.}$$

t = 0,986 seg. Es el tiempo que transcurre desde el punto A hasta el punto B. **(ver grafica)**

$X_1 = V_X * t = 40 * 0{,}986 = 39{,}44$ metros.

X_1 = 39,44 metros.

ALCANCE HORIZONTAL TOTAL (X_T) pero: X = 480 metros.

$X_T = X + X_1 = 480 + 39{,}44 = 519{,}44$ metros

X_T = 519,44 metros MAXIMO ALCANCE HORIZONTAL

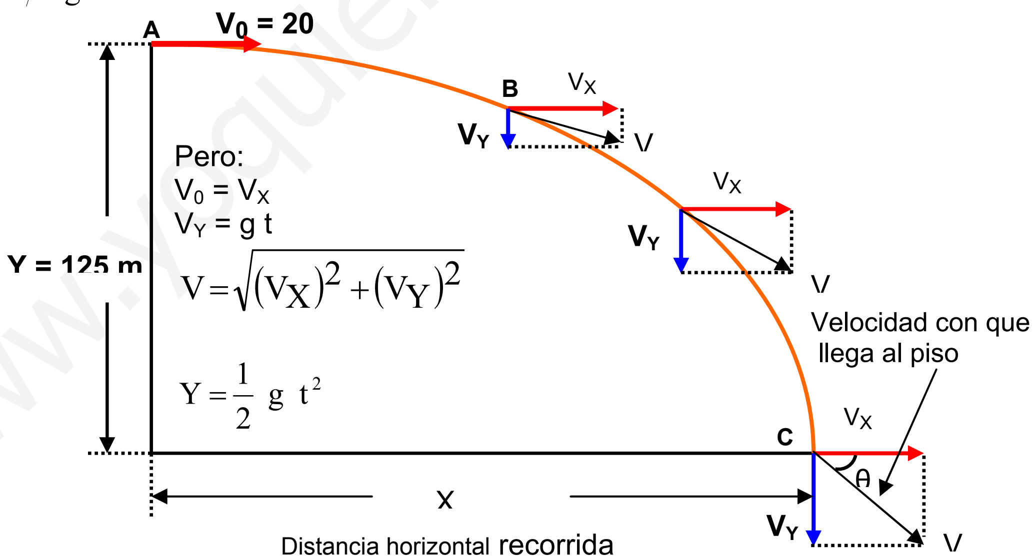
PROBLEMAS ADICIONALES SOBRE MOVIMIENTO DE UN CUERPO LANZADO HORIZONTALMENTE

PROBLEMA 17 Desde la azotea de un edificio de 125 metros de altura se lanza un objeto horizontalmente con una velocidad de 20 m/seg. Calcular:

a) Tiempo empleado en caer. Rta. t = 5 seg.
b)Velocidad con que llega a la tierra. Rta V = 53,85 m/seg.
c) Distancia horizontal recorrida. Rta. X = 100 metros

$V_O = V_X = 20$ m/seg

Y = 125 metros



a) Tiempo empleado en caer.

$$Y = \frac{1}{2} g\, t^2 \Rightarrow 2Y = g\, t^2$$

$$\frac{2Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 125}{10}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = \sqrt{25} = 5\,\text{seg.}$$

t = 5 seg.

b) Velocidad con que llega a la tierra.

$V_O = V_X = 20\ \text{m/seg} \qquad V_Y = g * t = 10\ \text{m/seg}^2 * 5\ \text{seg} = 50\ \text{m/seg}$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(20)^2 + (50)^2} = \sqrt{400 + 2500} = \sqrt{2900} = 53{,}85\ \text{m/seg}$$

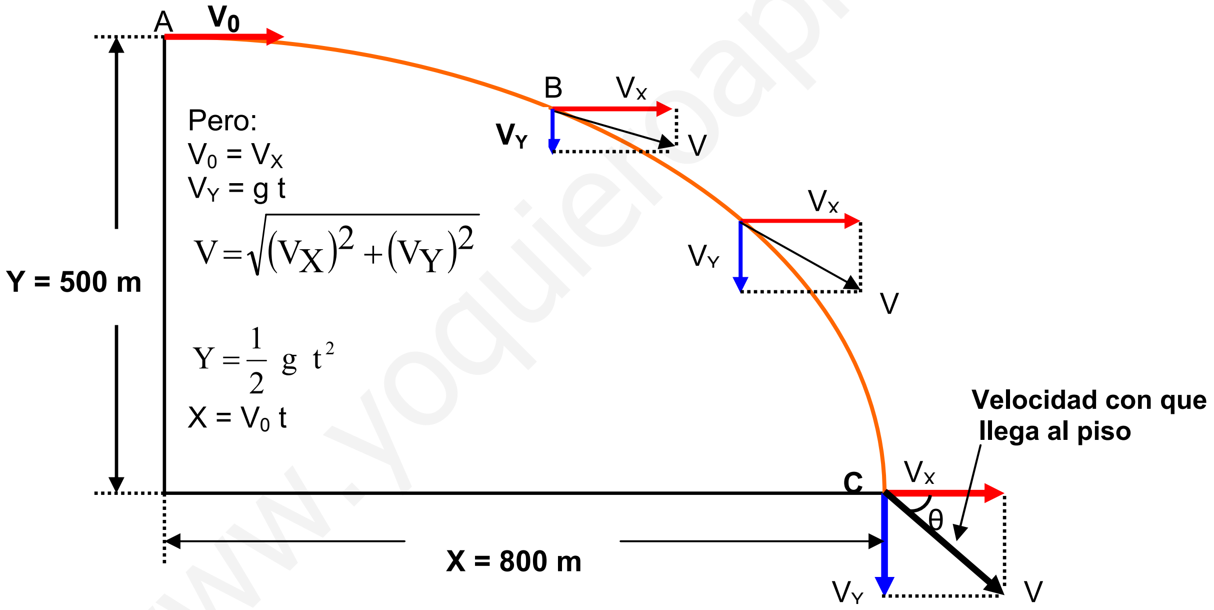
c) Distancia horizontal recorrida.

$X = V_X * t = 20\,\text{m/seg} * 5\ \text{seg} = 100\,\text{metros}$ **MAXIMO ALCANCE HORIZONTAL**

PROBLEMA 18 Un avión vuela horizontalmente a 500 m de altura y deja caer un objeto. Si hasta llegar a tierra el objeto recorre horizontalmente 800 m, hallar:

a) Con que velocidad vuela el avión. Rta. $V_X = 80$ m/seg.
b) Con qué velocidad choca el objeto. Rta. $V = 128$ m/seg.
c) Cuanto tiempo emplea en caer. Rta. $t = 10$ seg.

Y = 500 metros   X = 800 metros



Distancia horizontal recorrida

Cuanto tiempo emplea en caer.

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \Rightarrow 2\,Y = g\ t^2$$

$$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 500}{10}} = \sqrt{\frac{1000}{10}} = \sqrt{100} = 10\,\text{seg.}$$

t = 10 seg. Tiempo empleado en caer.

a) Con que velocidad vuela el avión.

$$X = V_X * t \Rightarrow V_X = \frac{X}{t} = \frac{800}{10} = 80 \text{ m/seg}$$

$$V_O = V_X = 80 \text{ m/seg}$$

b) Con qué velocidad choca el objeto.

$$V_O = V_X = 80 \text{ m/seg} \qquad V_Y = g * t = 10 \text{ m/seg}^2 * 10 \text{ seg} = 100 \text{ m/seg}$$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(80)^2 + (100)^2} = \sqrt{6400 + 10000} = \sqrt{16400}$$

V = 128,06 m/seg.

PROBLEMA 19

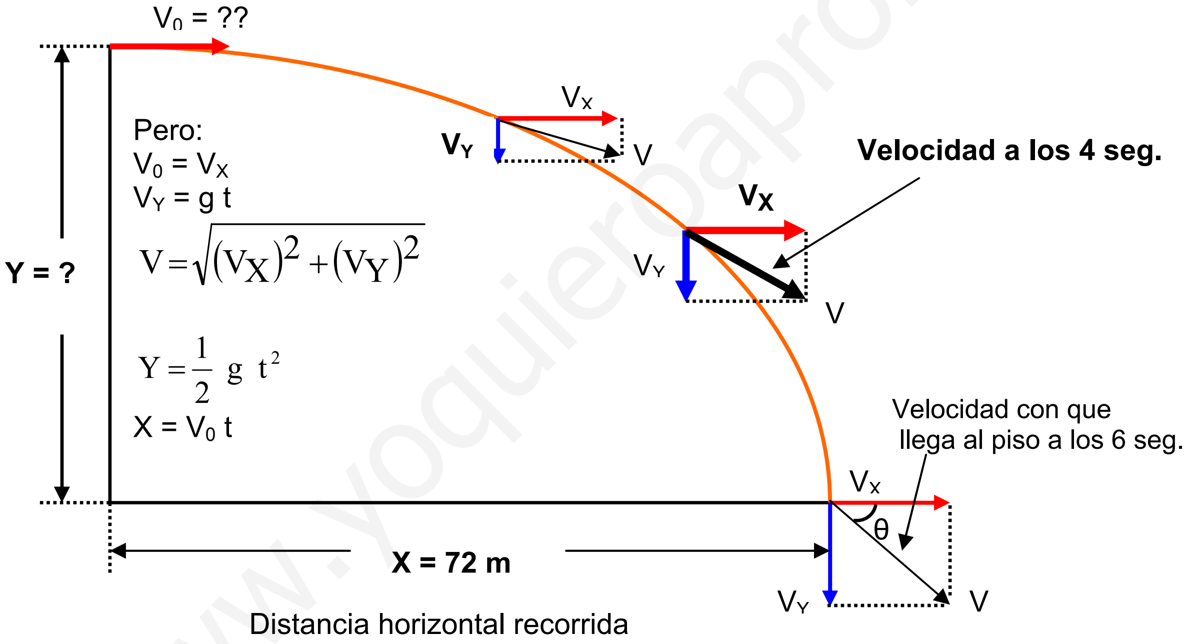
Un objeto se lanza horizontalmente desde cierta altura. Si en llegar a tierra gasta 6 seg. y recorre horizontalmente 72 metros. Calcular:

a) Desde que altura se lanzo. Rta. Y = 180 metros

b) Cual es la velocidad horizontal Rta. $V_O = V_X = 12 \text{ m/seg}$

c) Que velocidad tiene a los 4 segundos. Rta. V = 41,76 m/seg.

t (vuelo) = 6 seg. X = 72 metros.



a) Desde que altura se lanzo.

$$Y = \frac{1}{2} g\, t^2 = \frac{1}{2} * 10 * 6^2 = \frac{10 * 36}{2} = 180 \text{ metros}$$

Y = 180 metros

b) Cual es la velocidad horizontal

$$X = V_X * t \Rightarrow$$

$$V_X = \frac{X}{t} = \frac{72}{6} = 12 \text{ m/seg}$$

$$V_O = V_X = 12 \text{ m/seg}$$

c) Que velocidad tiene a los 4 segundos.

$V_O = V_X = 12 \ m/seg \qquad V_Y = g * t = 10 \ m/seg^2 * 4 \ seg = 40 \ m/seg$

$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} = \sqrt{(12)^2 + (40)^2} = \sqrt{144 + 1600} = \sqrt{1744}$

V = 41,76 m/seg.

PROBLEMA 20

De arriba de una torre se lanza horizontalmente una piedra, con velocidad de 30 m/seg. La piedra alcanza el suelo con velocidad de 50 m/seg.

a) Cuál es la altura de la torre. Rta. Y = 80 metros

b) Cuanto recorre horizontalmente la piedra. Rta. X = 120 metros

c) Escriba las ecuaciones cinemáticas del movimiento. Rta. X = 30 t; $v_X = 30$; $y = -5t^2$; v = -10 t.

a) Cuál es la altura de la torre.

$V_O = V_X = 30 \ m/seg$ V = 50 m/seg.

$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2} \Rightarrow V^2 = (V_X)^2 + (V_Y)^2$

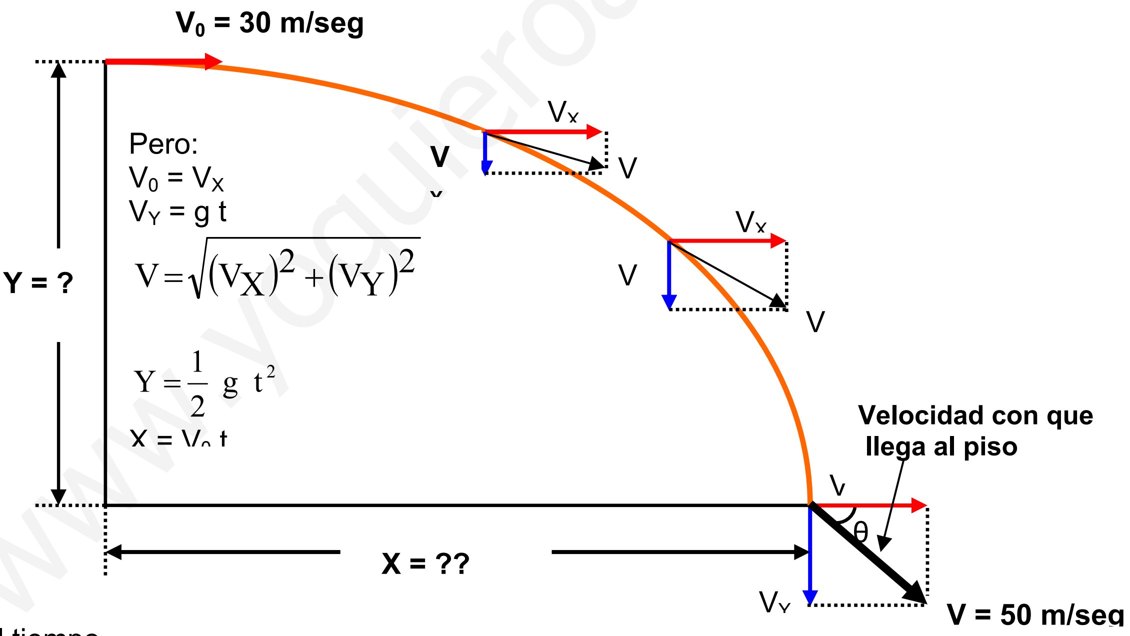
$V^2 - (V_X)^2 = (V_Y)^2$

$V_Y = \sqrt{V^2 - (V_X)^2} = \sqrt{(50)^2 - (30)^2} = \sqrt{2500 - 900} = \sqrt{1600}$

V_Y = 40 m/seg.

Pero

$V_Y = g * t$



Hallamos el tiempo

$t = \frac{V_Y}{g} = \frac{40 \ m/seg}{10 \ m/seg^2} = 4 \ seg$

$Y = \frac{1}{2} g \ t^2 = \frac{1}{2} * 10 * 4^2 = \frac{10*16}{2} = 80 \ metros$

Altura de la torre = 80 metros.

b) Cuanto recorre horizontalmente la piedra. Pero: $V_O = V_X = 30 \ m/seg$

$X = V_X * t = 30 \ m/seg * 4 \ seg = 120 \ metros$

c) Escriba las ecuaciones cinemáticas del movimiento

$X = V_X * t \quad \Rightarrow \quad X = 30\ t$

$V_Y = g * t \rightarrow \quad V_Y = 10\ t$

$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 = \frac{1}{2} * 10 * t^2 = 5\,t^2 \Rightarrow \quad Y = 5\,t^2$

PROBLEMA 21 Una persona empuja una pelota por una mesa de 80 cm de altura y cae a 50 cm del borde de la mesa, como se observa en la figura. **Con que velocidad horizontal salió la pelota.**

Datos del problema Y = 80 cm = 0,8 metros X = 50 cm = 0,5 metros

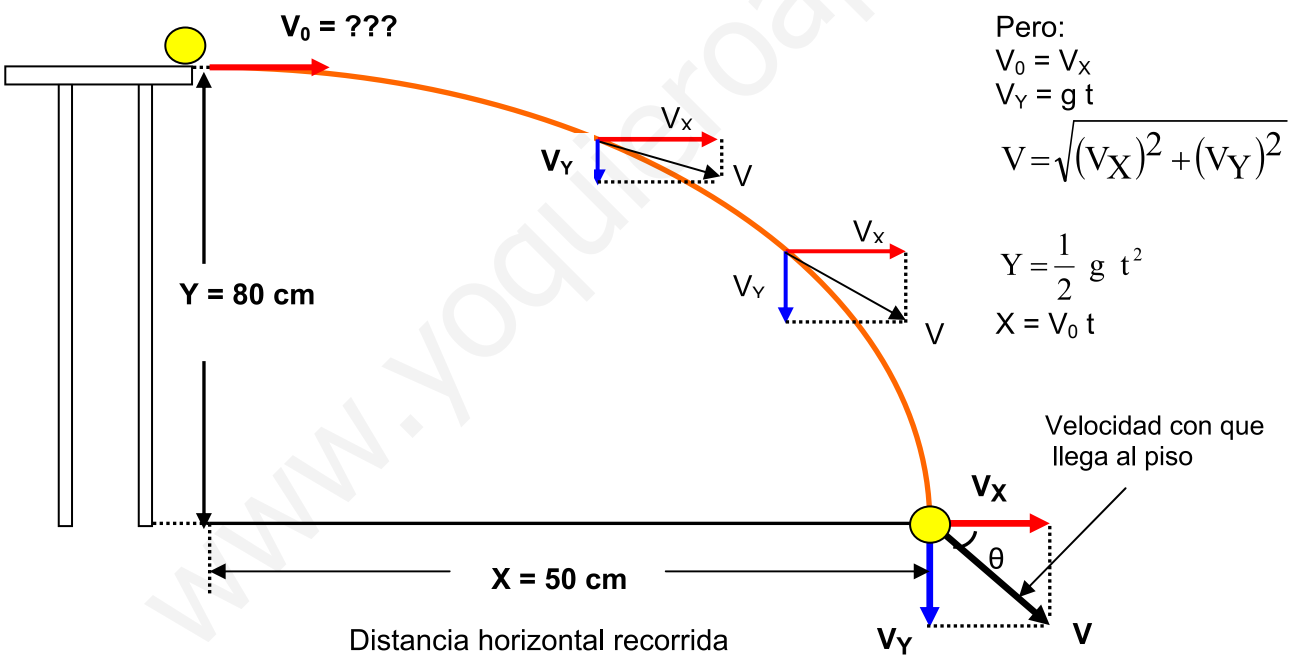
Hallamos el tiempo de vuelo

$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \quad \Rightarrow \quad 2Y = g * t^2$

$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$

$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 0{,}8}{10}} = \sqrt{\frac{1{,}6}{10}} = \sqrt{0{,}16} = 0{,}4\ \text{seg.}$

t = 0,4 seg.



Pero:

$V_0 = V_X$

$V_Y = g\ t$

$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$

$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2$

$X = V_0\ t$

Hallamos la velocidad horizontal

$X = V_X * t \quad \Rightarrow$

$V_X = \frac{X}{t} = \frac{0{,}5}{0{,}4} = 1{,}25\ \text{m/seg}$

$V_O = V_X = 1{,}25\ \text{m/seg}$

PROBLEMA 22 Un carpintero lanza un trozo de madera desde el techo de una casa que esta a 8,4 metros de altura, con una velocidad horizontal $V_O = V_X = 6{,}4 \;\; m/seg$.
Cuanto tiempo tarda en llegar al suelo la madera.

Datos del problema
Y = 8,4 metros $\quad V_O = V_X = 6{,}4 \;\; m/seg$
$V_O = V_X = 20 \;\; m/seg$

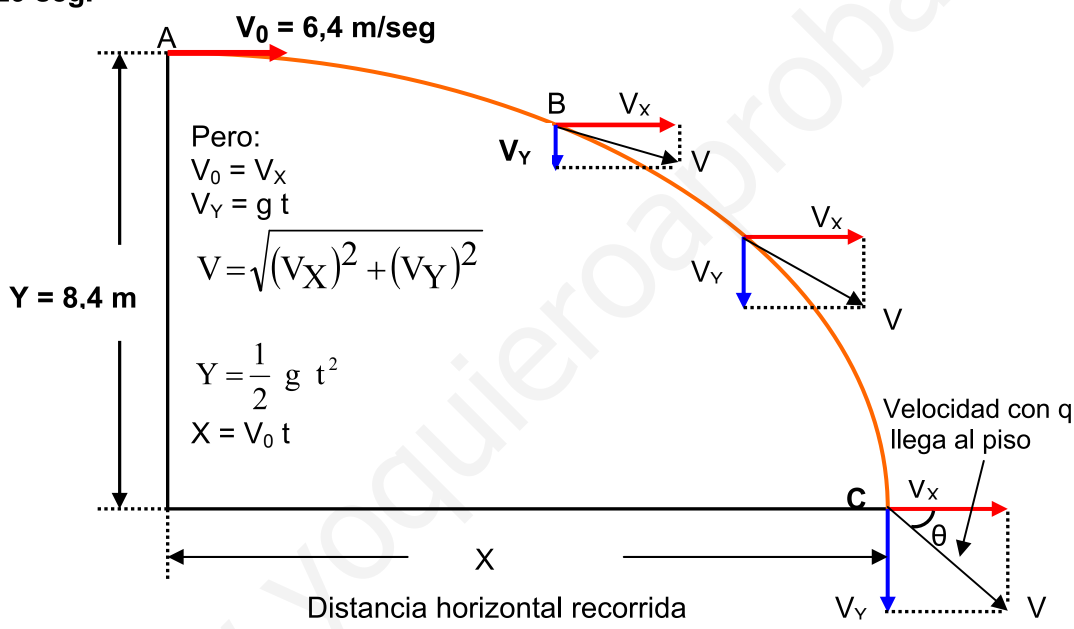
Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2}\, g\, t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\,Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\,Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 8{,}4}{10}} = \sqrt{\frac{16{,}8}{10}} = \sqrt{1{,}68} = 1{,}29 \;\; seg.$$

t = 1,29 seg.



PROBLEMA 23
Desde lo alto de un edificio de 20 metros de altura se lanza horizontalmente una pelota con una velocidad $V_O = V_X = 2 \;\; m/seg$
Cual es la posición de la pelota 0,5 seg. después de ser lanzada.

Datos del problema
Y = 20 metros
$V_O = V_X = 2 \;\; m/seg$

Hallamos la altura que lleva a los 0,5 seg. de vuelo.

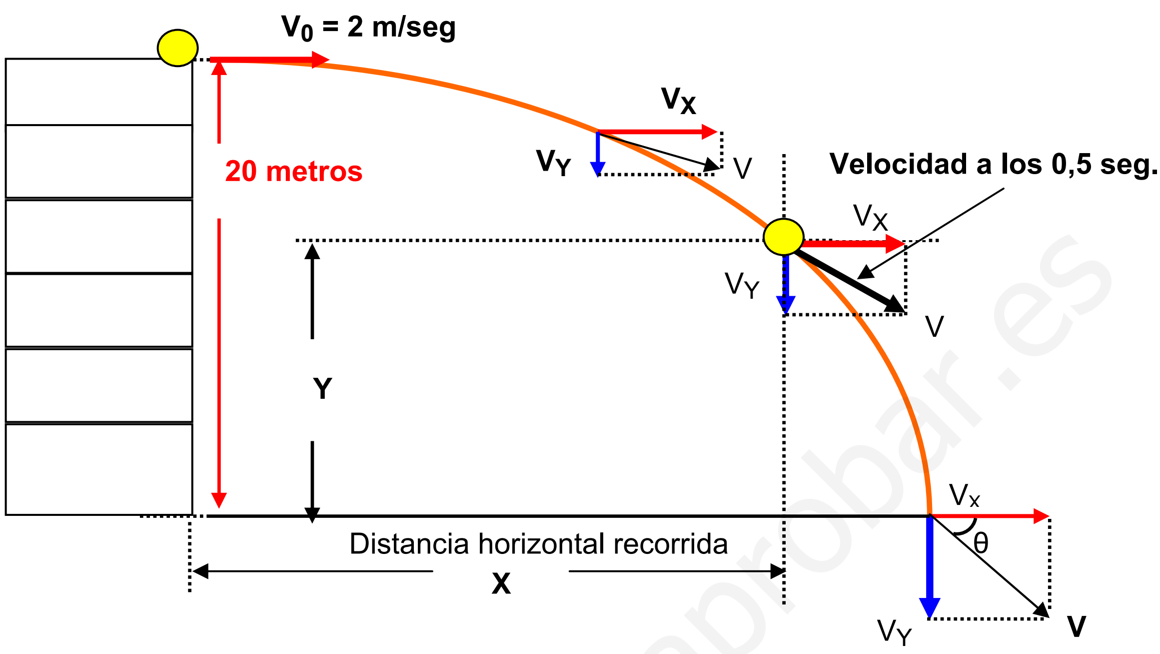
$$Y = \frac{1}{2}\, g\, t^2 = \frac{1}{2} * 10 * 0{,}5^2 = \frac{10 * 0{,}25}{2} = 1{,}25 \;\; metros$$

Y = 1,25 metros

Hallamos el desplazamiento en el eje X para o,5 seg.

$X = V_X * t = 2\ m/seg * 0{,}5\ seg = 1\ metros$

X = 1 metro



PROBLEMA 24

Desde lo alto de un acantilado de 80 metros sobre el nivel del mar, se dispara horizontalmente un proyectil con velocidad de 50 m/seg. Determinar:

a) La posición del proyectil 2 seg. Después del disparo.
b) La ecuacion de la trayectoria que describe el proyectil
c) La velocidad y la posición del proyectil al incidir en el agua.

a) **2 seg. Después del disparo, la posición del proyectil es:**

$V_O = V_X = 50\ m/seg$ t = 2 seg

$X = V_X * t = 50\ m/seg * 2\ seg = 100\ metros$

X = 100 metros

Hallamos la altura que lleva a los 2 seg. de vuelo.

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 = \frac{1}{2} * 9{,}8 * 2^2 = \frac{9{,}8 * 4}{2} = 19{,}6\ metros$$

Y = 19,6 metros

b) La ecuación de la trayectoria que describe el proyectil

$$X = V_X * t \Rightarrow t = \frac{X}{V_X} = \frac{X}{50}$$

$t = \frac{X}{50}$ **(Ecuacion 1)**

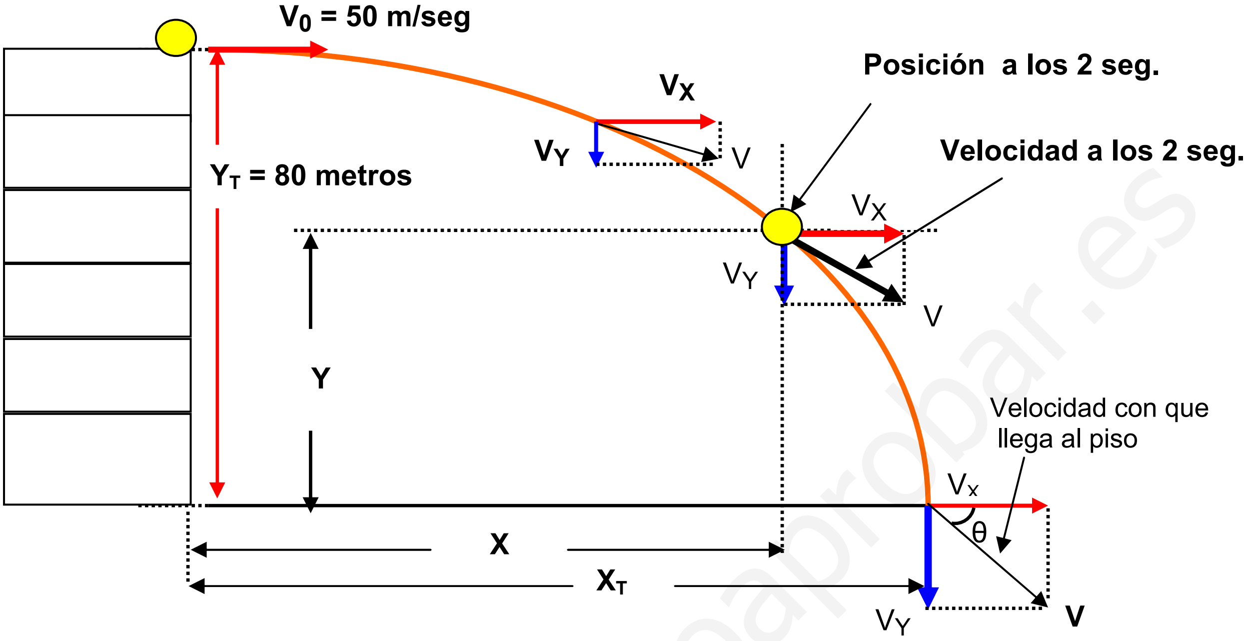
$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2$ **(Ecuación 2)**

Reemplazando (Ecuacion 1) en la (Ecuacion 2)

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 = \frac{1}{2} g \left(\frac{X}{50}\right)^2 = \frac{1}{2} * 9{,}8 * \frac{X^2}{2500}$$

$$Y = 9{,}8 * \frac{X^2}{5000} = 0{,}00196\ X^2$$

Y = 0,00196 X²



a) La velocidad y la posición del proyectil al incidir en el agua. Y = 80 metros g = 10 m/seg²

$$Y = \frac{1}{2}\ g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \qquad \Rightarrow\ t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 80}{10}} = \sqrt{\frac{160}{10}} = \sqrt{16} = 4 \quad \text{seg.}$$

La velocidad en el eje X, es igual en todos los puntos de la trayectoria $V_O = V_X = 50\ \text{m/seg}$

La velocidad en el eje Y, esta dada por: t = 4 seg. g = 10 m/seg²

$V_Y = g * t$

$V_Y = 10 * 4 = 40$ m/seg.

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

$$V = \sqrt{(50)^2 + (40)^2} = \sqrt{2500 + 1600}$$

$$V = \sqrt{4100} = 64{,}03 \frac{m}{seg}$$

La posición al caer el proyectil al agua es:

$$X_T = V_X * t = 50\ \text{m/seg} * 4\ \text{seg} = 200\ \text{metros}$$

X_T = 200 metros

Y_T = 80 metros.

Problema 25 Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de 75 cm de altura cae tocando el suelo en un punto situado a una distancia horizontal de 1,5 metros del borde de la mesa.
Cual era la velocidad de la bola en el momento de abandonar la mesa?

Datos del problema Y = 75 cm = 0,75 metros X = 1,5 m

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2} g\, t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2 \qquad \frac{2\,Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\,Y}{g}}$$

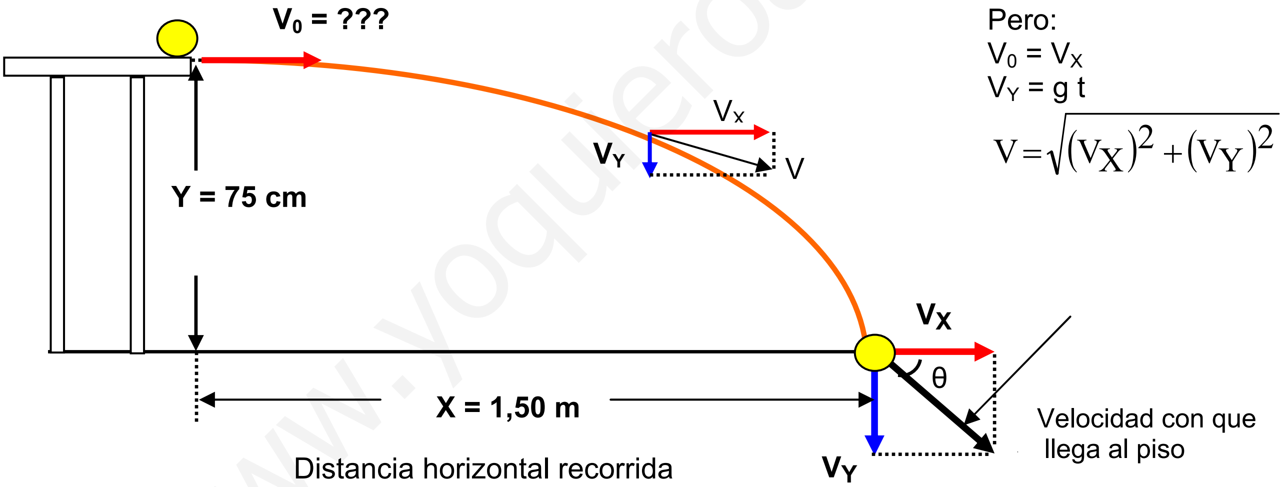
$$t = \sqrt{\frac{2\,Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 0{,}75}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{1{,}5}{9{,}8}} = \sqrt{0{,}153} = 0{,}39 \text{ seg.}$$

t = 0,39 seg.

Hallamos la velocidad horizontal

$$X = V_X * t \Rightarrow$$

$$V_X = \frac{X}{t} = \frac{1{,}5}{0{,}39} = 3{,}84 \text{ m/seg} \qquad V_O = V_X = 3{,}84 \text{ m/seg}$$



Pero:
$V_0 = V_X$
$V_Y = g\,t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

Problema 26 Un bloque cae desde el tablero horizontal de una mesa de 1,2 metros de altura, sobre la cual se desliza con una velocidad de 3,6 m/seg.
a) La distancia horizontal desde la mesa al punto en el cual el bloque golpea el suelo?
b) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad cuando llega a este.

Datos del problema Y = 1,2 m V_0 = 3,6 m/seg

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2} g\, t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\,Y}{g} = t^2 \quad \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\,Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 1{,}2}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{2{,}4}{9{,}8}} = \sqrt{0{,}24} = 0{,}494 \text{ seg.}$$

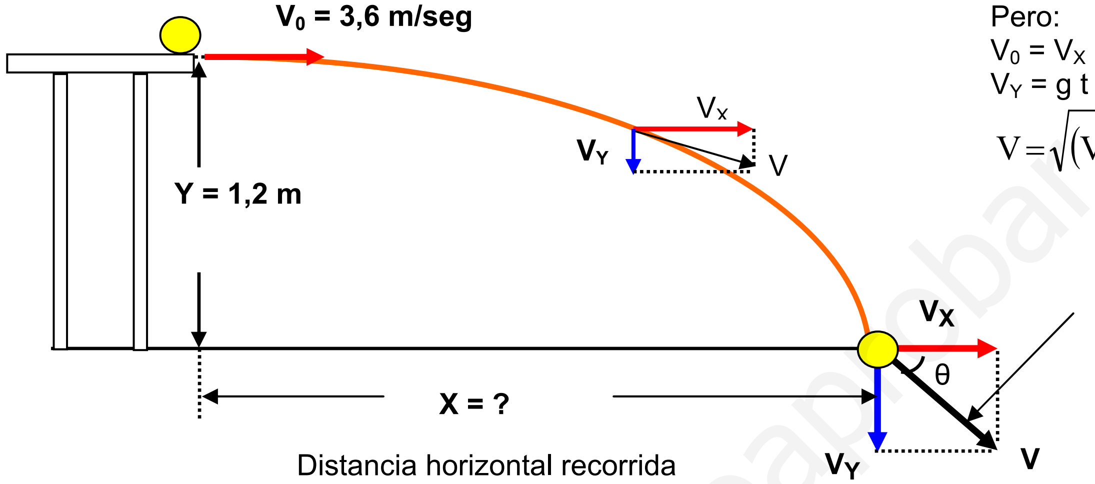
t = 0,494 seg.

Hallamos la distancia horizontal

$X = V_X * t \Rightarrow$

X = 3,6 * 0,494

X = 1,78 metros



Pero:
$V_0 = V_X$
$V_Y = g\ t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

b) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad cuando llega a este.

$V_O = V_X = 3{,}6 \text{ m/seg}$

$V_Y = g * t$

$V_Y = 9{,}8 * 0{,}494$

V_Y = 4,84 m/seg.

Problema 27 un bombardero que vuela horizontalmente a 90 m/seg. deja caer una bomba desde una altura de 1920 m.

a) Cuanto tarda la bomba en llegar a tierra?

b) Cuanto recorre horizontalmente?

c) Calcular las componentes horizontal y vertical de su velocidad cuando llega al suelo?

Datos del problema Y = 1,2 m V_0 = 3,6 m/seg

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\ Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 1920}{9{,}8}} = \sqrt{\frac{3840}{9{,}8}} = \sqrt{391{,}83} = 19{,}79 \text{ seg.}$$

t = 19,79 seg.

b) Cuanto recorre horizontalmente?

$X = V_X * t \Rightarrow$

X = 90 * 19,79

X = 1781,53 metros

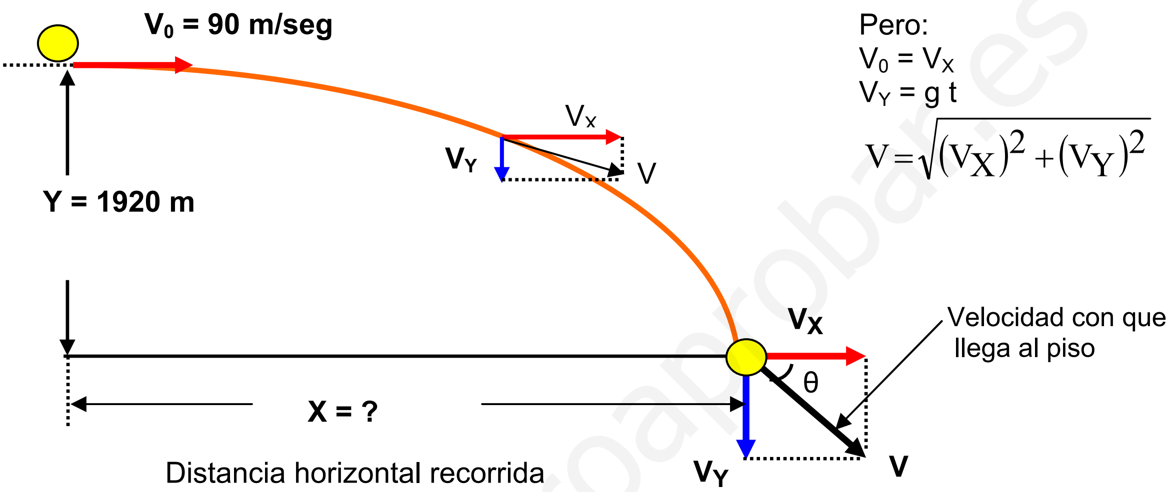
b) Las componentes horizontal y vertical de su velocidad cuando llega a este.

$V_O = V_X = 90 \ m/seg$

$V_Y = g * t$

$V_Y = 9,8 * 19,79$

V_Y = 193,94 m/seg.



Pero:

$V_0 = V_X$

$V_Y = g\ t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

Problema 28 Un bloque pasa por un punto, distante 3 metros del borde de una mesa, con una velocidad de 3,6 m/seg. Abandona la mesa que tiene 1,2 metros de altura y golpea el suelo en un punto situado a 1,2 metros del borde de la mesa. Cual es el coeficiente cinético de rozamiento entre el bloque y la mesa

Datos del problema Y = 1,2 m X = 1,2 m/seg

Hallamos el tiempo de vuelo

$$Y = \frac{1}{2} g\ t^2 \Rightarrow 2Y = g * t^2$$

$$\frac{2\ Y}{g} = t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ Y}{g}} = \sqrt{\frac{2 * 1,2}{9,8}} = \sqrt{\frac{2,4}{9,8}} = \sqrt{0,244} = 0,49 \ \text{seg.}$$

t = 0,49 seg.

Con los datos del tiempo de vuelo y el alcance horizontal, se halla la velocidad horizontal con la cual el bloque sale de la mesa.

$X = V_X * t \Rightarrow$

$$V_X = \frac{X}{t} = \frac{1,2}{0,49} = 2,44 \ m/seg$$

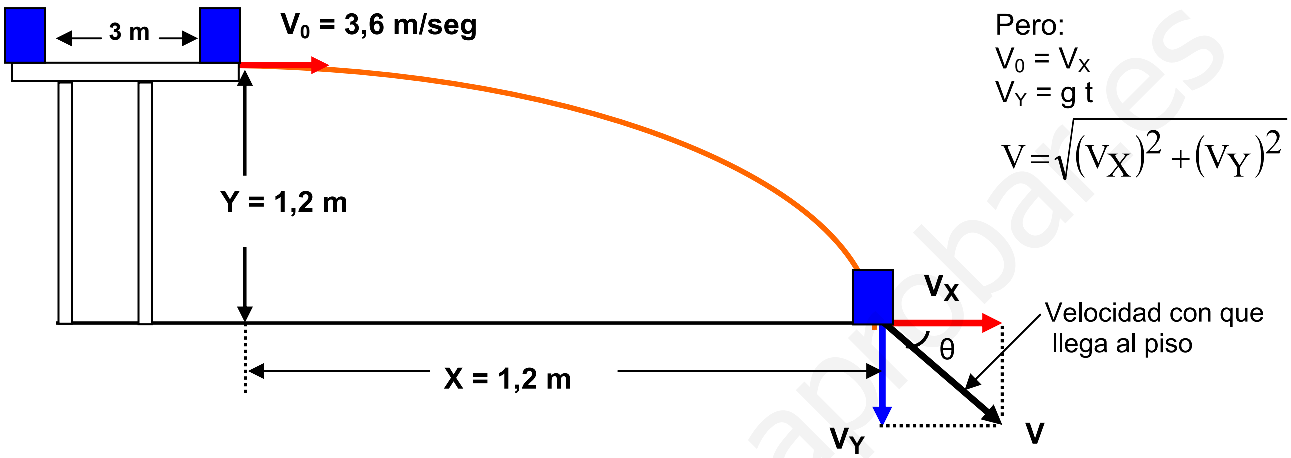
$$V_O = V_X = 2,44 \ m/seg$$

Con la velocidad inicial del bloque y la velocidad final se puede hallar la aceleración del bloque en la mesa.

V_0 del bloque = 3,6 m/seg.

V_F del bloque = 2,44 m/seg.

d = 3 metros



Pero:

$V_0 = V_X$

$V_Y = g\ t$

$$V = \sqrt{(V_X)^2 + (V_Y)^2}$$

$(V_F)^2 = (V_0)^2 – 2\ a\ d$ es negativo por que el bloque va perdiendo velocidad

$(2,44)^2 = (3,6)^2 – 2\ a\ 3$

$(5,95) = (12,96) – 6\ a$

6 a = (12,96) - (5,95)

6 a = 7,01

$$a = \frac{7,01}{6} = 1,16 \ m/seg^2$$

a = 1,16 m/seg²

Ahora aplicando la segunda ley de Newton.

F = m * a

pero la única fuerza que se opone al movimiento es la fuerza de rozamiento

$F = F_R$

F = m * a

F_R **= m * a**

F_R **= μ N**

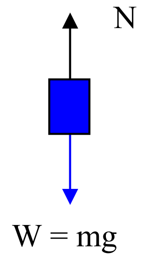
El movimiento del bloque es en el eje X.

En el eje Y no hay desplazamiento.

Σ F_Y = 0

N – m g = 0

N = m g



F_R **= μ N**

F_R **= μ** m g

$F_R = m * a$

$\cancel{m} * a = \mu \, \cancel{m} \, g$

$a = \mu * g$

$$\mu = \frac{a}{g} = \frac{1,16}{9,8} = 0,119$$

μ = 0,119

Problema 5 – 41 Serway Edición cuarta; Problema 5 – 62 Serway Edición quinta
Un bloque de masa m = 2 kg se suelta del reposo a una altura h = 0,5 metros de la superficie de la mesa, en la parte superior de una pendiente con un ángulo θ = 30^0 como se ilustra en la figura 5 – 41. La pendiente esta fija sobre una mesa de H = 2 metros y la pendiente no presenta fricción.

a) Determine la aceleración del bloque cuando se desliza hacia debajo de la pendiente
b) Cual es la velocidad del bloque cuando deja la pendiente.
c) A que distancia de la mesa, el bloque golpeara el suelo.
d) Cuanto tiempo ha transcurrido entre el momento en que se suelta el bloque y cuando golpea el suelo.
e) La masa del bloque influye en cualquiera de los cálculos anteriores.

$\sum F_X = m\, a$

$P_X = m\, a$

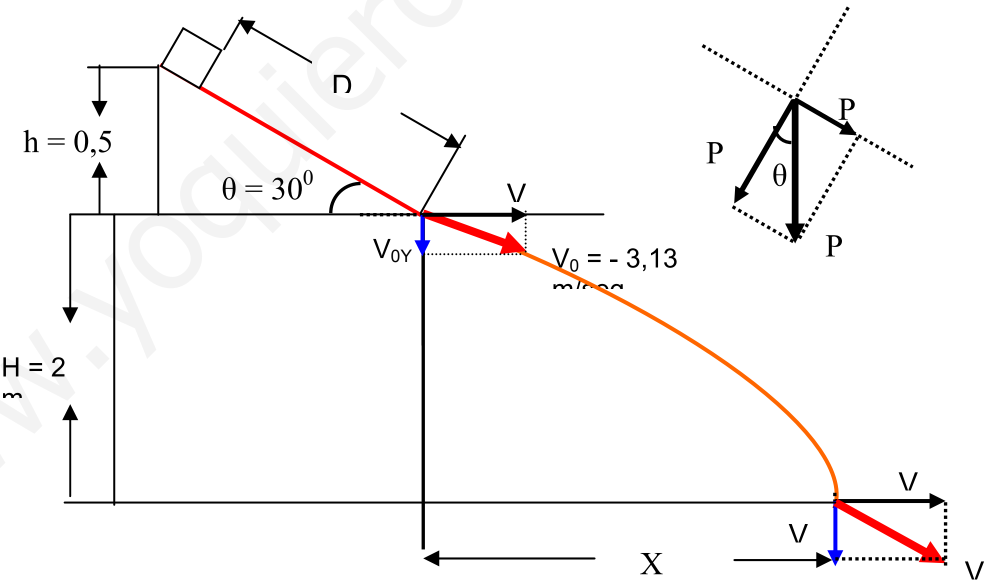
Pero: $P_X = P \text{ sen } 30°$
$P_X = m\, g \text{ sen } 30$

$P_X = m\, a$
$\cancel{m}\, g \text{ sen } 30 = \cancel{m}\, a$

$g \text{ sen } 30 = a$

$a = 9,8 * 0,5$

a = 4,9 m/seg²



la aceleración del bloque cuando se desliza hacia abajo por el plano inclinado

$$\text{sen } 30 = \frac{h}{D} \qquad D = \frac{h}{\text{sen } 30} = \frac{0,5}{0,5} = 1 \text{ metro}$$

Cual es la velocidad del bloque cuando deja el plano inclinado

$$(V_F)^2 = \cancelto{0}{(V_0)^2} + 2 * a * X$$

$2\ a\ x = (V_F)^2$

$$V_F = \sqrt{2\ a\ X} = \sqrt{2 * 4{,}9 * 1} = 3{,}13 \frac{m}{seg}$$

La velocidad con la cual termina el cuerpo en el plano inclinado, es la misma velocidad que el cuerpo inicia el tiro parabólico.

Es decir la velocidad inicial en el tiro parabólico es 3,13 m/seg. Esta velocidad es negativa por que va dirigida hacia abajo. (V_{0Y} = - 3,13 m/seg)

$V_{0Y} = V_F$ sen 30
V_{0Y} = 3,13 sen 30
V_{0Y} = - 1,565 m/seg. Esta velocidad es negativa por que va dirigida hacia abajo.

Cuanto tiempo ha transcurrido entre el momento en que se suelta el bloque y cuando golpea el suelo.

Tiempo total = tiempo en el plano inclinado + tiempo en el tiro parabolico

Es necesario hallar el tiempo que demora el cuerpo en el plano inclinado.
$V_F = V_0 + a\ t$ pero $V_0 = 0$
$V_F = a\ t$

$$t = \frac{V_F}{a} = \frac{3{,}13\ {}^{m}\!/\!_{seg}}{4{,}9\ {}^{m}\!/\!_{seg^2}} = 0{,}638\ seg$$

t = 0,638 seg.

Es necesario hallar el tiempo que demora el cuerpo en el tiro parabolico
Pero
Y = 2 metros (V_{0Y} = **- 1,565** m/seg)

$$-Y = -V_{0Y}\ t - \frac{g * t^2}{2}$$ Multiplicando la ecuación por (-1)

$$Y = V_{0Y}\ t + \frac{g * t^2}{2}$$

$$2 = 1{,}565\ t + \frac{9{,}8 * t^2}{2}$$

$$2 = 1{,}565\ t + 4{,}9\ t^2$$

Ordenando la ecuación, hallamos el tiempo que el cuerpo demora en el aire.
$4{,}9\ t^2 + 1{,}565\ t - 2 = 0$

a = 4,9 b = 1,565 c = - 2

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\ a\ c}}{2\ a} = \frac{-(1{,}565) \pm \sqrt{(1{,}565)^2 - 4 * 4{,}9 * (-2)}}{2 * 4{,}9} = \frac{-1{,}565 \pm \sqrt{2{,}4492 + 39{,}2}}{9{,}8}$$

$$t = \frac{-1{,}565 \pm \sqrt{41{,}6492}}{9{,}8} \qquad t = \frac{-1{,}565 \pm 6{,}453}{9{,}8}$$

$$t_1 = \frac{-1{,}565 + 6{,}4536}{9{,}8} = \frac{4{,}88}{9{,}8}$$

t = 0,4988 seg.

Tiempo total = tiempo en el plano inclinado + tiempo en el tiro parabolico
Tiempo total = 0,638 seg. + 0,4988 seg.
Tiempo total = 1,137 seg.

A que distancia de la mesa, el bloque golpeara el suelo.
$X = V_X * t$
t es el tiempo que demora el cuerpo en el aire, = 0,4988 seg

$V_X = V_F \cos 30$
$V_X = 3{,}13 * 0{,}866$
$V_X = 2{,}71$ m/seg.

$X = V_X * t$
X = 2,71 * 0,4988
X = 1,351 metros
La masa del bloque influye en cualquiera de los cálculos anteriores.
No, la masa se cancela y por lo tanto no influye en los calculos.