1. ¿Por qué la masa es una magnitud **escalar** y el peso es **vectorial** ?

2. La aceleración de un móvil es un vector y como tal se puede descomponer en componentes. Si se elige un sistema de referencia con el origen centrado en el móvil, un eje tangente a la trayectoria y el otro perpendicular a la misma,¿qué significado físico tienen las **componentes** de la aceleración referidas a ese sistema de referencia?

3. Comenta la frase pronunciada por un automovilista imprudente después de estar a punto de salirse de la carretera: "¡la curva era tan cerrada que la **fuerza centrífuga** me ha sacado de la carretera!".

1.- Cinemática
1.1.- Vector de posición (r)

Para describir el movimiento de una partícula,respecto de un sistema de referencia, tenemos que conocer, en cada instante, la posición del móvil, su velocidad y la aceleración con la que está animado.

Elegido un sistema de referencia, la posición del móvil queda determinada por el vector de posición:

vector de posición

r(t) = x(t).i + y(t).j + z(t).k(1)

El extremo del vector de posición describe, a lo largo del tiempo, una línea que recibe el nombre de **trayectoria**. Esta curva se puede obtener eliminando el tiempo en las ecuaciones paramétricas.

Se denomina vector desplazamiento Δr entre los instantes t_0 y t_1 a:

vector desplazamiento

Δr = Δx.i + Δy.j + Δz.k(2)

1.2.- Velocidad (v)

Se denomina vector velocidad media (v_m) al desplazamiento que experimenta un móvil en la unidad de tiempo:

vector velocidad media

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\vec{k}$$
$$= v_{mx}\vec{i} + v_{my}\vec{j} + v_{mz}\vec{k} \quad (3)$$

Y se llama **celeridad media** a la longitud de trayectoria recorrida en la unidad de tiempo.

$$\text{celeridad media} = v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo empleado}}$$

Si la trayectoria es una línea recta y no hay cambios de sentido, el módulo del vector velocidad media coincide con la rapidez.

Velocidad instantánea (v) es la velocidad que posee una partícula en un instante determinado. Es un vector tangente a la trayectoria y de sentido el del movimiento.

vector velocidad instantánea

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\right)$$

$$= \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$= v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} \quad (4)$$

El valor numérico de la velocidad instantánea es el módulo de la velocidad y se denomina rapidez o **celeridad** :

$$v = \left|\vec{v}\right| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

1.3.- Aceleración (a)

Se denomina vector aceleración media, a_m, a la variación que experimenta la velocidad instantánea en la unidad de tiempo.

vector aceleración media

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\vec{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\vec{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\vec{k}$$

$$= a_{mx}\vec{i} + a_{my}\vec{j} + a_{mz}\vec{k} \quad (5)$$

Aceleración instantánea **a** es la aceleración que posee la partícula en un instante determinado (en cualquier punto de su trayectoria). Su dirección y sentido coincide con el del cambio de la velocidad.

vector aceleración instantánea

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}\right)$$

$$= \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k}$$

$$= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \quad (6)$$

El valor numérico de la aceleración instantánea es el **módulo del vector aceleración** :

$$a = \left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Componentes intrínsecas de la aceleración

Si elegimos como sistema de referencia uno con origen la posición de la partícula, en cada instante, con un eje tangente a la trayectoria y el otro perpendicular a la misma, la aceleración tiene dos componentes:

$$a = a_t + a_n$$

Aceleración tangencial: es un vector tangente a la trayectoria y su módulo representa la variación del módulo de la velocidad en un instante.

$$a_t = |a_t| = dv/dt$$

Aceleración normal: es un vector perpendicular a la trayectoria y sentido hacia el centro de curvatura. Su módulo representa la variación de la dirección del vector velocidad en un instante.

$$a_n = |a_n| = v^2/R$$

donde R es el radio de curvatura de la trayectoria.

Por tanto, podemos escribir:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{u}_t + \frac{v^2}{R}\vec{u}_n$$

donde U_t y U_n son dos vectores unitarios en la dirección tangente y normal a la trayectoria.

CUESTIONES

C1.- Indica que afirmaciones son correctas. Movimiento es:

a) un cambio de lugar

b) un cambio de lugar si el cuerpo que se mueve es un punto material

c) un desplazamiento

d) un cambio de posición

C2.- Un ciclista se desplaza en línea recta 750 m. Si su posición final está a 1250 m del punto de referencia, el ciclista inició su recorrido desde una posición de:

a) 750 m

b) 1250 m

c) No se puede hallar

d) 500 m

C3.- Un coche pasa de 90 km/h a 126 km/h en 8 segundos. La aceleración media del coche ha sido:

a) 4.5 m/s ^{2}

b) 2.25 m/s ^{2}

c) 1.25 m/s ^{2}

d) 1.5 m/s ^{2}

C4.- Un automóvil parte del reposo con una aceleración constante de 1.8 m/s^2 . Después de estar 20 segundos de estar acelerando, la distancia recorrida por el coche es:

a) 360 m

b) 720 m

c) 18 m

d) 36 m

C5.- Un automóvil toma una curva de 100 m de radio con velocidad constante de 36 km/h. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?:

a) el coche no tiene aceleración porque su velocidad es constante

b) el coche tiene aceleración porque su velocidad varía

c) el coche tiene aceleración tangencial

d) la aceleración del coche vale 1 m/s^2

C6.- Las coordenadas del extremo del vector de posición de una partícula móvil son P(2, -1) en un instante dado. Si el punto de referencia se encuentra en el origen de coordenadas:

a) en ese instante el punto se encuentra en el plano xy

b) el vector de posición es $r = 2.i - j$

c) el vector de posición es $r = i + 2.j$

d) no se puede definir este punto con un vector

¿Qué afirmaciones son correctas?

C7.- El vector de posición de una partícula móvil es $r = (t + 2).i + t^2.j$

¿Qué desplazamiento ha experimentado la partícula en el intervalo de tiempo de 2 a 4 s?

C8.- El vector de posición de una partícula es $r = (4.t^2 - 1).i + (t^2 + 3).j$ (en unidades del S.I.) :

a) Deduce las expresiones de los vectores velocidad y aceleración.

b) Calcula la velocidad y aceleración en el instante 1 s.

C9.- El vector de posición de un punto móvil es $r = (2.t + 5.t^2).i$.

a) el punto se mueve en el plano xy

b) el punto se mueve sobre el eje x

c) el punto se mueve sobre una recta paralela al eje x

d) el movimiento es rectilíneo uniforme

e) la ecuación dada es equivalente a la ecuación $x = 2t + 5t^2$

Señala las afirmaciones correctas.

CINEMATICA: movimientos sencillos (tratamiento escalar)

SEMEJANZA ENTRE ECUACIONES MOVIMIENTO RECTILINEO Y CIRCULAR

MRUA	MCUA
(1) $s = s_0 + v_0.t + a.t^2/2$	(1) $\varphi = \varphi_0 + v_0.t + \alpha.t^2/2$
(2) $v = v_0 + a.t$	(2) $\omega = \omega_0 + \alpha.t$
(3) $v^2 - v_0^2 = 2.a.(s - s_0)$	(3) $\omega^2 - \omega_0^2 = 2.\alpha.(\varphi - \varphi_0)$

Relación entre magnitudes angulares y lineales:

$s = \varphi.R$	$v = \omega.R$
$a_t = \alpha.R$	$a_n = v^2/R = \omega^2.R$

CASO PARTICULAR: CUANDO EL MOVIMIENTO ES UNIFORME

$s = s_0 + v.t$	$\varphi = \varphi_0 + \omega.t$ consideraciones: $\omega = 2.\pi.f$ $T = 1/f$

LANZAMIENTO HORIZONTAL ($g = - 9.8$ m/s ^{2})

eje x: $x = v_0.t$ eje y: $y = y_0 + g.t^2/2$	vector de posición: $r = (v_0.t).i + (y_0 + g.t^2/2).j$

ecuación de la trayectoria:

$$y = y_0 + \frac{g}{2 v_0^2} x^2$$

componentes de la velocidad: $v_x = v_0$ $v_y = g.t$ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	ángulo formado con el eje horizontal: $\alpha = \mathrm{arctg}\,(g.t/v_0)$

alcance:

$$x = \sqrt{-\frac{2 y_0 v_0^2}{g}}$$

TIRO PARABOLICO ($g = - 9.8$ m/s ^{2})

eje x: $x = v_0.\cos\alpha.t$ eje y: $y = v_0.\mathrm{sen}\,\alpha.t + g.t^2/2$	vector de posición: $r = (v_0.\cos\alpha.t).i + (v_0.\mathrm{sen}\,\alpha.t + g.t^2/2).j$

ecuación de la trayectoria:

$y = tg\alpha\ x + \dfrac{g}{2\,v_0^2 \cos^2 \alpha}\,x^2$	
componentes de la velocidad: $v_x = v_0.\cos\alpha$ $v_y = v_0.\text{sen}\,\alpha + g.t$ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	ángulo formado con el eje horizontal: $\alpha = \text{arctg}\,(v_y/v_x)$
altura máxima alcanzada: $y_{\text{máxima}} = -v_0^{\ 2}.\text{sen}^{\ 2}\,\alpha/2.g$	alcance: $x = -v_0^{\ 2}.\text{sen}\ 2.\alpha/g$

MOVIMIENTO RECTILINEO

CUESTIONES

C1.- ¿Cómo definirías la trayectoria de un móvil?

C2.- ¿Qué es lo que mide la aceleración?

C3.- ¿Qué diferencias hay entre la velocidad media y la velocidad instantánea?

C4.- Si el cuentakilómetros de un coche marca una velocidad máxima de 240 km/h, ¿puedes concluir con este dato que el coche tiene una alta aceleración?. Razona la respuesta.

C5.- ¿Qué aceleración es mayor, la de un leopardo que pasa de su posición de reposo a una velocidad de 30 m/s en 9 segundos, o la de un coche que tarda 8 segundos en alcanzar los 100 km/h?

PROBLEMAS

P1.- Un caracol se desplaza a la escalofriante velocidad de 5 mm cada segundo sin altibajos (no acelera ni descansa para "tomar una hojita de lechuga").

¿Sabrías calcular la distancia recorrida por el bicho en media hora? ¿cuál será su velocidad media? ¿y su velocidad instantánea?

P2.- Representar las gráficas **espacio-tiempo** y **velocidad-tiempo** para un Seat 600 (eso sí, rectificado) que se desplaza en tres tramos:

a) Durante 3 h recorre 210 Km con MRU

b) Durante 1 h hace una parada para comer

c) Recorre 100 Km con MRU a la velocidad de 20 m/s

P3.- Dos ciclistas, separados por una distancia recta de **500 m**, salen al mismo tiempo en sentidos contrarios, uno al encuentro del otro, con velocidades constantes de **12 (m/s)** y **8 (m/s)** respectivamente:

a) Calcular el **punto en que se encuentran**

b) Hallar el **tiempo que tardan en chocar**

c) Representar en la misma gráfica el diagrama **posición-tiempo** de los dos movimientos.

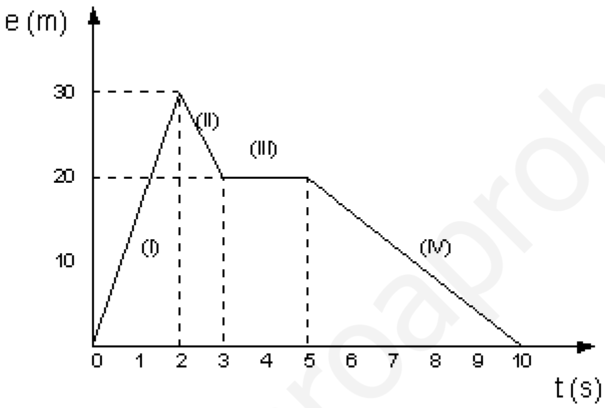
(Hay que considerar correctamente un punto de referencia; con respecto a este punto hay que tener en cuenta el signo positivo o negativo de la velocidad en cada caso).

Resultado

a) a 300 m del punto del más rápido

b) 25 s

P4.- La representación gráfica del movimiento de un cuerpo es la que aparece en la figura. Contesta las siguientes cuestiones:



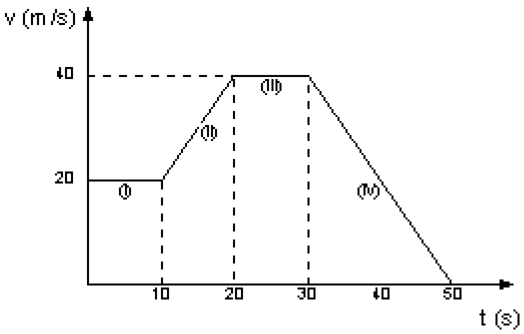
a) ¿Qué tipo de movimiento ha tenido en cada tramo?. Razona la respuesta.

b) ¿Cuál ha sido la velocidad en cada tramo?

c) ¿Qué distancia ha recorrido al cabo de los 10 segundos?.

d) ¿Cuál ha sido el desplazamiento del móvil?

P5.- La representación gráfica del movimiento de un cuerpo viene dada por la figura. Responde las siguientes preguntas:



a) ¿Qué tipo de movimientos ha realizado el móvil que estudiamos?

b) ¿Cuál ha sido la aceleración en cada tramo?

c) ¿Qué distancia ha recorrido el móvil al final de su viaje?

P6.- Dejamos caer una pelota desde nuestra terraza. Sabiendo que la altura al suelo es de 15 m, calcula:

a) ¿Con qué velocidad llegará al suelo?

b) ¿Cuánto tiempo tardará en efectuar el recorrido?

c) Suponiendo que no existiera ningún tipo de rozamiento, ¿hasta qué altura volvería a subir?

d) ¿Cómo sería la representación gráfica de la posición frente al tiempo y de la velocidad frente al tiempo a lo largo de toda la trayectoria?

e) Dibuja la gráfica de la aceleración frente al tiempo en todo el movimiento.

P7. Un caza F-18, partiendo del reposo, acelera a razón de 10 (m/s^2) mientras recorre la pista de despegue y empieza a ascender cuando su velocidad es de 360 Km/h.

a) ¿Cuántos metros de pista ha recorrido?

b) ¿Qué tiempo ha empleado?

Resultado

a) 500 m

b) 10 s.

P8.- Un tren reduce su velocidad desde 15 (m/s) hasta 7 (m/s), con una aceleración constante, recorriendo entretanto una distancia de 90 m. Calcular:

a) la aceleración con que frena,

b) la distancia que recorrerá hasta detenerse, si mantiene constante la aceleración adquirida.

Resultado

a) -0.98 (m/s^2)

b) 25 m.

P9.- Un automóvil se desplaza a 45 (km/h) y disminuye uniformemente su velocidad hasta 15 (km/h) en 10 s. Calcular:

a) la aceleración,

b) la distancia recorrida en los 10 s,

c) el tiempo que tardará en detenerse, si continúa con la misma aceleración,

d) la distancia que recorre hasta detenerse,contando desde que se movía a 15 Km/h

Resultado

a) -0.83 (m/s^2)

b) 83.5 m

c) 5s d) 10.6 m

P10.- Desde lo alto de un edificio se deja caer una piedra y se observa que tarda 4s en llegar al suelo. Determinar:

a) la altura del edificio,

b) la velocidad con que llega al suelo.

Resultado

a) 78,4 m

b) 39,2 (m/s)

P11.- Se lanza verticalmente hacia abajo desde cierta altura una piedra, con la velocidad inicial de 6 m/s y tarda 2 s en llegar al suelo. Calcular:

a) La altura desde la cual fue lanzada.

b) La velocidad con que llega al suelo,

c) El espacio que recorrerá al cabo de uno y dos segundos.

Resultado

a) 31.6m

b) 25.6 (m/s)

c) 10.9 m y 20.7 m

P12.- Un tanque dispara verticalmente hacia arriba (suponiendo que pueda hacerlo) un proyectil con velocidad inicial de 500 (m/s). Determinar:

a) la altura máxima que alcanzará,

b) el tiempo que empleará en ello,

c) la velocidad que tiene a los 10 s,

d) la posición en que se encontrará cuando su velocidad sea de 300 (m/s).

Resultado

a) 12 755 m

b) 51 s

c) 402 (m/s)

d) 8163.3 m

P13.- Desde el borde de un pozo se deja caer una piedra. Si el sonido del choque de la piedra con el fondo se oye 5 segundos después de haberla dejado caer y la velocidad del sonido es de 340 m/s, calcula la altura del pozo.

Resultado

¡¡ánimo valiente!!

(pista: hay que considerar dos tramos con diferente movimiento)

(otra pista: un tramo podría ser el de bajada hasta chapotear; el otro el del sonido en subir)

(y ya no hay más pistas)

MOVIMIENTO EN DOS DIMENSIONES
MOVIMIENTO CIRCULAR

P14.- Un ciclista parte del reposo en un velódromo circular de 50 m de radio y va moviéndose con movimiento uniformemente acelerado, hasta que, a los 50 s de iniciada su marcha, alcanza una velocidad de 36 km/h; desde este momento conserva su velocidad. Calcula:

a) la aceleración tangencial y la aceleración angular en la primera etapa del movimiento

b) la aceleración normal y la aceleración total en el momento de cumplirse los 50 s.

c) la longitud de pista recorrida en los 50 s.

d) la velocidad tangencial media y la velocidad angular media en la primera etapa del movimiento.

e) el tiempo que tarda en dar una vuelta a la pista, con velocidad constante.

f) el número de vueltas que da en 10 minutos, contados desde que inició el movimiento.

Resultado

a) $a_t = 0.2$ m/s ² $\alpha = 0.004$ rad/s ²

b) $a_n = 2$ m/s ² $a = 2.01$ m/s ²

c) $\Delta s = 250$ m

d) $v_m = 5$ m/s $\omega_m = 0.1$ rad/s

e) t = 31.4 s **f)**

18.31 vueltas

P15.- Un punto material describe una circunferencia de 2 m de radio con aceleración constante. En el punto A la velocidad es de 0.5 m/s y transcurridos dos segundos la velocidad en b es 0.75 m/s. Calcula la aceleración tangencial, normal y total en el punto A.

Resultado

$a_t = 0.125$ m/s ²

$a_n = 0.125$ m/s ²

a = 0.18 m/s ²

P16.- Un móvil describe una trayectoria circular de 1 m de radio 30 veces por minuto (movimiento circular uniforme). Calcula:

a) el período

b) la frecuencia

c) la velocidad angular

d) la velocidad tangencial y la aceleración centrípeta de ese movimiento

Resultado

a) T = 2 s/vuelta

b) f = 0.5 vueltas/s

c) $\omega = 3.14$ rad/s

d) v = 3.14 m/s $a_n = 9.8$ m/s ²

LANZAMIENTO HORIZONTAL

P17.- Desde un acantilado de 40 metros de altura se lanza horizontalmente un cuerpo con una velocidad de 20 m/s. Calcula:

a) ¿Dónde se encuentra el cuerpo 2 segundos después?

b) ¿Qué velocidad tiene en ese instante?

c) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a la superficie?

d) ¿Con qué velocidad llega al agua?

e) ¿Qué distancia horizontal máxima recorre?

f) Ecuación cartesiana de la trayectoria

Resultado

a) x = 40 m y = 20.4 m

b) v = 28 m/s $\alpha = -44.42°$

c) t = 2.85 s

d) v = 34.35 m/s $\alpha = -54.39°$

e) x = 57 m

f) y = 40 - 4.9 (x/20) ²

P18.- Un avión vuela a 800 m de altura y deja caer una bomba 1000 m antes de sobrevolar el objetivo, haciendo blanco en él. ¿Qué velocidad tiene el avión?

Resultado

v_0 = 78.26 m/s = 282 km/h

P19.- Pepe y Blas, pilotos de la RAF, se encuentran a 2000 m de altura pilotando su bombardero a 650 km/h. A una distancia de 16 km (medida en el eje horizontal) se ve una nube de polvo producida por un camión (se supone que es el enemigo, aunque los del camión no dirían lo mismo). El avión está muy preparado y detecta que la velocidad del camión es de 120 km/h.

a) ¿A qué distancia del camión (medida en el eje x) y sin bajar, para que no oigan el ruido de los motores los ocupantes del camión, debe soltar la bomba para dar en el blanco?

b) ¿Qué tiempo transcurre desde que ven al camión hasta que hacen "diana" ?

c) ¿A qué distancia del camión tiene que soltar la bomba para hacer blanco?

Nota: Pepe y Blas eran "buenos muchachos", pero ahora cumplen órdenes.

TIRO PARABOLICO

P20.- Manolo pretende encestar una canasta de tres puntos. Para ello lanza la pelota desde una distancia de 6.5 m y a una altura de 1.9 m del suelo. Si la canasta está situada a una altura de 2.5 m, ¿con qué velocidad debe realizar el tiro si lo hace con un ángulo de elevación de 30° ?

Resultado

v_0 = 9.34 m/s

P21.- Un bombero desea apagar el fuego en un edificio. Para ello deberá introducir agua por una ventana situada a 10 m de altura. Si sujeta la manguera a 1 metro del suelo, apuntándola bajo un ángulo de 60° hacia la fachada (que dista 15 m), ¿con qué velocidad debe salir el agua?

Resultado

v_0 = 16 m/s

P22.- Un cañón dispara un proyectil con una velocidad de 400 m/s y un ángulo de elevación de 30°. Determina:

a) La posición y la velocidad del proyectil a los 5 segundos

b) ¿En qué instante el proyectil alcanza el punto más alto de la trayectoria?. Halla la altitud de ese punto.

c) ¿En qué instante el proyectil se encuentra a 1000 m de altura y qué velocidad tiene en ese instante?

d) El alcance del proyectil

e) ¿Con qué velocidad llega a la horizontal del punto de lanzamiento?

f) La ecuación cartesiana de la trayectoria que sigue el proyectil.

Nota: tomar $g = 10\ m/s^2$

Resultado

a) $x = 1732$ m $y = 875$ m $v = 377$ m/s $\alpha = 23.4°$

b) $t = 20$ s $y = 2000$ m

c) $t_1 = 5.86$ s $t_2 = 34.14$ s para t_1, $v = 374$ m/s

d) $\alpha = 22.2°$

e) $v = 400$ m/s $\alpha = -30°$

f) $y = tg\ 30 \cdot x - 5 \cdot (x/346)^2$

P23.- Desde el borde de un acantilado de 85 m se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 150 m/s y un ángulo de elevación de 30°. Calcula:

a) la distancia horizontal desde el cañón al punto donde el proyectil pega en el suelo

b) la máxima elevación que alcanza el proyectil respecto del suelo

Resultado

a) alcance = 2125 m

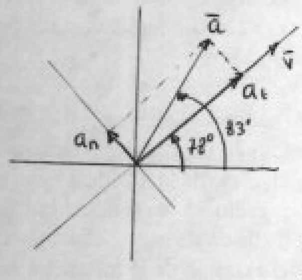
b) altura máxima = 372 m

El vector velocidad del movimiento de una partícula viene dado por $\mathbf{v}=(3t-2)\mathbf{i}+(6t^2-5)\mathbf{j}$ m/s. Si la posición del móvil en el instante t=1 s es $\mathbf{r}=3\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ m. Calcular

- El vector posición del móvil en cualquier instante.
- El vector aceleración.
- Las componentes tangencial y normal de la aceleración en el instante t=2 s. Dibujar el vector velocidad, el vector aceleración y las componentes tangencial y normal en dicho instante.

① $v_x = 3t - 2 \ m/s$ $\quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = 3 \ m/s^2$ $\quad x - 3 = \int_1^t (3t-2)\,dt$ $\quad x = \frac{3}{2}t^2 - 2t + \frac{7}{2} \ m.$

$v_y = 6t^2 + 5 \ m/s$ $\quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 12t \ m/s^2$ $\quad y - (-2) = \int_1^t (6t^2 - 5)\,dt$ $\quad y = 2t^3 - 5t + 1 \ m.$



$t = 2s \begin{cases} v_x = 4 \ m/s \\ v_y = 19 \ m/s \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a_x = 3 \ m/s^2 \\ a_y = 24 \ m/s^2 \end{cases}$

$\varphi = 78°$ $\quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 24,2 \ m/s^2$

$\theta = 83°$

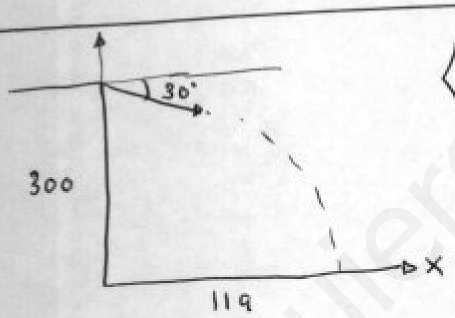
$a_t = a \cdot \cos(\theta - \varphi) = 24,1 \ m/s^2$

$a_n = a \cdot \text{sen}(\theta - \varphi) = 2 \ m/s^2$

Se dispara un proyectil desde lo alto de una colina de 300 m de altura, haciendo un ángulo de 30º por debajo de la horizontal.

- Determinar la velocidad de disparo para que el proyectil impacte sobre un blanco situado a una distancia horizontal de 119 m, medida a partir de la base de la colina.
- Calcular las componentes tangencial y normal de la aceleración cuando el proyectil se encuentra a 200 m de altura.

②



$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -9'8 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} V_x = V \cdot \cos 30 \\ V_y = -V \cdot \text{sen} 30 - 9'8t \end{cases}$

$\begin{cases} x = V \cdot \cos 30 \cdot t \\ y = 300 - V \cdot \text{sen} 30 \cdot t - \frac{1}{2} 9'8 t^2 \end{cases}$

Punto de impacto $\begin{cases} x = 119 \\ y = 0 \end{cases}$

$t = 6,87 s$ $\quad V = 20 \ m/s$

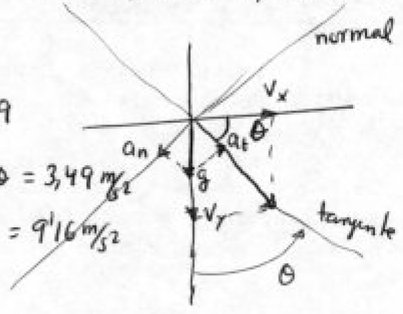
$200 = 300 - V \cdot \text{sen} 30 \cdot t - \frac{1}{2} 9'8 t^2 \Rightarrow t =$

$100 = 20 \cdot \text{sen} 30 t + 4'9 t^2$ $\quad t = 3,61 \ s$

$t = 3,61 \begin{cases} V_x = 10\sqrt{3} \\ V_y = -10 - 9'8 \cdot 3'61 = -45,39 \end{cases}$

$tg\theta = \frac{|V_y|}{V_x}$ $\quad \begin{cases} a_n = 9'8 \cdot \cos\theta = 3,49 \ m/s^2 \\ a_t = 9'8 \ \text{sen}\theta = 9'16 \ m/s^2 \end{cases}$

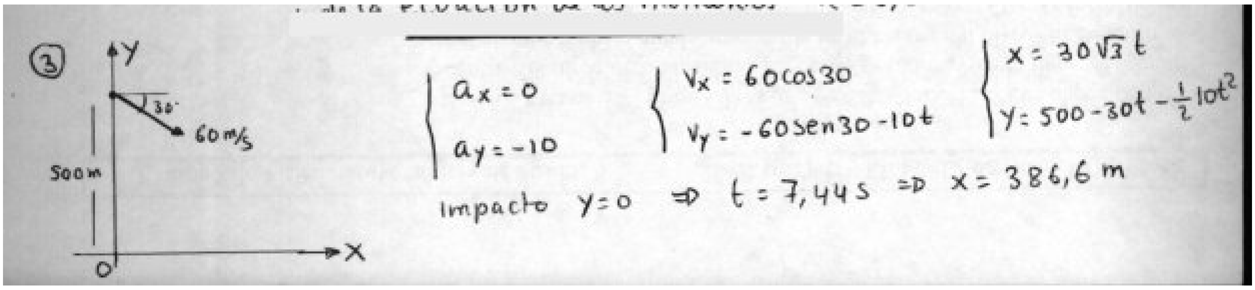
$\theta = 69,1°$

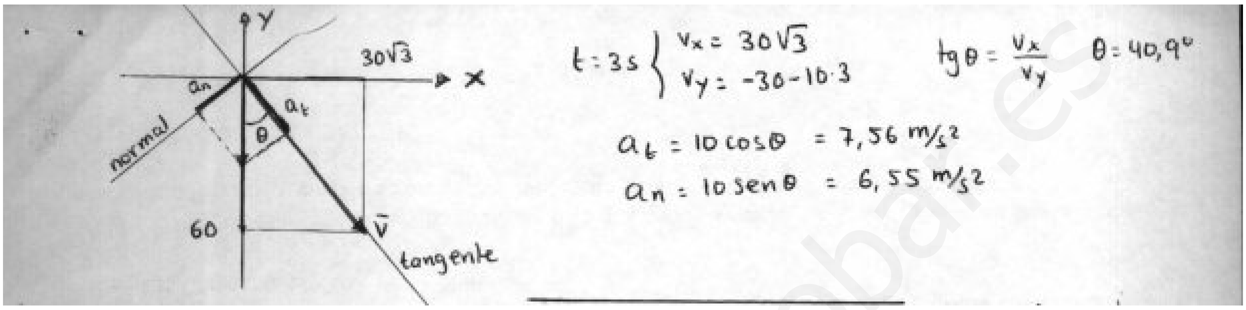


Un cañón está situado sobre la cima de una colina de 500 m de altura y dispara un proyectil con una velocidad de 60 m/s, haciendo un ángulo de 30º por debajo de la horizontal.

- Calcular el alcance medido desde la base de la colina.
- Las componentes tangencial y normal de la aceleración 3 s después de efectuado el disparo. Dibujar un esquema en los que se especifique los vectores velocidad,

aceleración y sus componentes tangencial y normal en ese instante. (Tómese g=10 m/s^2)





Problema n° 1) Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 200 m/s y una inclinación, sobre la horizontal, de 30°. Suponiendo despreciable la pérdida de velocidad con el aire, calcular:

a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la bala?.

b) ¿A qué distancia del lanzamiento alcanza la altura máxima?.

c) ¿A qué distancia del lanzamiento cae el proyectil?.

Respuesta: a) 39,36 m
b) 1732,05 m
c) 3464,1 m

Problema n° 2) Se dispone de un cañón que forma un ángulo de 60° con la horizontal. El objetivo se encuentra en lo alto de una torre de 26 m de altura y a 200 m del cañón. Determinar:

a) ¿Con qué velocidad debe salir el proyectil?.

b) Con la misma velocidad inicial ¿desde que otra posición se podría haber disparado?.

Respuesta: a) 49,46 m/s
b) 17 m

Problema n° 3) Un chico patea una pelota contra un arco con una velocidad inicial de 13 m/s y con un ángulo de 45° respecto del campo, el arco se encuentra a 13 m. Determinar:

a) ¿Qué tiempo transcurre desde que patea hasta que la pelota llega al arco?.

b) ¿Convierte el gol?, ¿por qué?.

c) ¿A qué distancia del arco picaría por primera vez?.

Respuesta: a) 1,41 s
b) No
c) 17,18 m

Problema n° 4) Sobre un plano inclinado que tiene un ángulo α = 30°, se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s y formando un ángulo β = 60° con la horizontal. Calcular en que punto del plano inclinado pegará.

Respuesta: 165,99 m

Problema n° 5) Un cañón que forma un ángulo de 45° con la horizontal, lanza un proyectil a 20 m/s, a 20 m de este se encuentra un muro de 21 m de altura. Determinar:

a) ¿A qué altura del muro hace impacto el proyectil?.

b) ¿Qué altura máxima logrará el proyectil?.

c) ¿Qué alcance tendrá?.

d) ¿Cuánto tiempo transcurrirá entre el disparo y el impacto en el muro?.

Respuesta: a) 9,75 m
b) 10,2 m
c) 40,82 m
d) 1,41 s

Problema n° 6) Un mortero dispara sus proyectiles con una velocidad inicial de 800 km/h, ¿qué inclinación debe tener el mortero para que alcance un objetivo ubicado a 4000 m de este?.

Respuesta: 26° 16´ 16"

Problema n° 1) Se lanza un cuerpo verticalmente hacia abajo con una velocidad inicial de 7 m/s.

a) ¿Cuál será su velocidad luego de haber descendido 3 s?.

b) ¿Qué distancia habrá descendido en esos 3 s?.

c) ¿Cuál será su velocidad después de haber descendido 14 m?.

d) Si el cuerpo se lanzó desde una altura de 200 m, ¿en cuánto tiempo alcanzará el suelo?.

e) ¿Con qué velocidad lo hará?.

Usar g = 10 m/s ².

Desarrollo

Datos:

v_0 = 7 m/s

t = 3 s

y = 200 m

h = 14 m

Ecuaciones:

(1) $v_f = v_0 + g.t$

(2) $y = v_0.t + g.t^2/2$

(3) $v_f^2 - v_0^2 = 2.g.h$

a) De la ecuación (1):

v_f = (7 m/s) + (10 m/s ²).(3 s)

v_f = 37 m/s

b) De la ecuación (2):

Δh = (7 m/s).(3 s) + (10 m/s ²).(3 s) ²/2

Δ h = 66 m

c) De la ecuación (3):

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2.g.h}$$

v_f = 18,14 m/s

d) De la ecuación (2):

$0 = v_0.t + g.t^2/2 - y$

Aplicamos la ecuación cuadrática que dará dos resultados:

$$t_{1,2} = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$t_1 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

$$t_2 = \frac{-v_0 - \sqrt{v_0^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

t_1 = 5,66 s

t_2 = -7,06 s (NO ES SOLUCION)

e) De la ecuación (3):

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + 2.g.h}$$

v_f = 63,63 m/s