# *Tecnología y Componentes Electrónicos y Fotónicos*

E.T.S.I.T.
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Antonio Hernández Ballester
Benito González Pérez
Javier García García
Javier del Pino Suárez
José Ramón Sendra Sendra

# 1 Magnitudes y circuitos eléctricos.

## 1.1 Introducción

Alguna vez nos habremos preguntado porqué funcionan como lo hacen los aparatos de radio, las calculadoras de bolsillo, o los ordenadores. Estas máquinas, y muchas otras, utilizan la energía eléctrica y nos ayudan a realizar determinadas tareas, o simplemente nos entretienen. Sabemos que en su interior hay circuitos eléctricos, que consisten en una serie de componentes unidos por cables, que procesan o tratan, de una manera prefijada, cierta información codificada en forma de campos eléctricos y magnéticos. La manera en que hay que unir (o conectar) dichos componentes, e incluso la elección de los componentes electrónicos a conectar, para que el circuito resultante funcione conforme a nuestros deseos es, en última instancia, el objetivo de la electrónica. El propósito de estas notas es apoyar el aprendizaje de los fundamentos de la electrónica.
Nos centraremos en el análisis de los circuitos electrónicos. O sea, deberemos aprender a predecir cómo funcionará un determinado circuito electrónico si conocemos cómo está realizado. En otros cursos se estará en disposición de sintetizar un circuito: elegir los componentes y la manera de conectarlos de modo que el resultado sea un circuito que funcione conforme a determinadas especificaciones de partida.

Este primer capítulo es marcadamente introductorio. En él se presentan conceptos y magnitudes fundamentales de teoría de circuitos. Trataremos de dar un sentido preciso a lo que se entiende por componente electrónico y circuito eléctrico. También aprenderemos técnicas para predecir el funcionamiento de estos circuitos.

## 1.2 Objetivos del tema

El tema se distribuirá en 9 partes cuyos objetivos pasamos a describir a continuación

- Presentación de las magnitudes fundamentales que van a ser la base del estudio de la asignatura, se definen la corriente eléctrica, la tensión y la potencia. De momento estas magnitudes son abstractas sin relación entre ellas
- Interrelación entre las magnitudes fundamentales para los dispositivos pasivos básicos como son la resistencia el condensador y el inductor. Introducción a los conceptos que definen estos componentes a partir de las relaciones para cada uno de ellos de las magnitudes

fundamentales. También son objetivos importantes la presentación de bs símbolos de cada uno de los componentes tanto activos (fuentes) como pasivos

- El siguiente objetivos es ver como las relaciones entre magnitudes fundamentales se solapan para pasar de los componentes a los circuitos. Presentación de las leyes de Kirchoff.
- Como objetivo didáctico se presentan las relaciones entre la corriente y la tensión de forma gráfica para resistencias, fuentes de alimentación y conjuntos de ambos.
- Definición de circuito equivalente Thevenin y Norton. Este es otro objetivo fundamental que se presenta ahora pero que se ira afianzando a los largo del curso.
- Todos los objetivos vistos hasta ahora partían de situaciones estáticas, se introduce el concepto de señal variable en el tiempo
- Una vez introducido el concepto de señal variable se llega al análisis somero de circuitos ya no sólo compuestos de resistencias y fuentes sino también condensadores e inductores. Concepto de impedancia.
- El último objetivo de este tema es la introducción de las fuentes dependientes ideales para completar todas las posibilidades a falta de introducir más adelante los componentes no lineales.

## 1.3 Magnitudes fundamentales.

Hemos dicho que existen unas entidades, llamadas circuitos eléctricos, capaces de tratar campos eléctricos y magnéticos. Los campos eléctricos y magnéticos caracterizan a una de las cuatro fuerzas conocidas en la naturaleza: la fuerza electromagnética (las otras tres son la gravitatoria, la nuclear fuerte y la nuclear débil).

Así como la masa gravitatoria, por ejemplo, es la causa que produce la aparición de las fuerzas gravitatorias, la carga eléctrica es la causa que produce los campos electromagnéticos (en reposo produce fenómenos eléctricos puros y en movimiento produce también fenómenos magnéticos). Como en determinadas ocasiones trataremos con efectos casi puramente eléctricos y, en otras, nos interesarán los efectos casi puramente magnéticos, necesitamos definir una cantidad responsable de los efectos magnéticos puros en lugar de hacer referencia a cargas en movimiento (es más fácil así), esta cantidad será el flujo magnético. En lo que sigue daremos detalles de estas magnitudes, de otras que se derivan de ellas y algunas de sus características.

### 1.3.1 Carga eléctrica. Corriente eléctrica.

La carga eléctrica es la responsable de la existencia de los campos eléctricos. La cantidad de carga contenida en un objeto (q) se mide en Culombios (C) en el Sistema Internacional de unidades. Así, cuanto mayor sea la carga de un objeto más intensos serán los efectos eléctricos que produzca. En la naturaleza se encuentran dos tipos distintos de cargas eléctricas, las positivas y las negativas. Además la carga total contenida en un objeto es siempre un múltiplo entero de la cantidad fundamental $1.602\ 10^{-19}$ C, que es la carga contenida en un protón, o, cambiada de signo, la que posee un electrón.

El movimiento de las cargas, o con mayor generalidad, la variación con el tiempo de la cantidad de carga presente en cierto lugar se denomina intensidad de corriente eléctrica (i), y se calcula derivando la carga frente al tiempo,

$$i = \frac{dq}{dt}$$

La corriente es también una magnitud fundamental. La unidad de la corriente eléctrica en el Sistema Internacional es el Amperio (A).

Esta magnitud caracteriza el movimiento de las cargas. Una buena imagen de la corriente eléctrica es la del agua líquida circulando por un circuito hidráulico y atravesando diversos dispositivos que son los elementos de circuito: tuberías, bombas de impulsión, recipientes, curvas. Este flujo de agua se especifica asignando un sentido de movimiento de la misma. En el caso de la corriente eléctrica también deberemos asignar un sentido a esta circulación que, tradicionalmente, coincide con el movimiento de las cargas positivas. Esto se hará utilizando una flecha.

Algunos materiales permiten la circulación de la corriente eléctrica con mayor facilidad que otros. Aquellos para los que el paso de las cargas es "fácil" se denominan buenos conductores y suelen ser metales. Por el contrario los que presentan una gran dificultad al paso de la corriente, es decir, los malos conductores se llaman aislantes.

### 1.3.2 Flujo magnético. Tensión eléctrica.

Análogamente a la carga, el flujo magnético ($\varphi$) se puede interpretar como el agente que caracteriza los campos magnéticos. Su unidad en el Sistema Internacional es el Weber (Wb).

La variación con el tiempo del flujo magnético se denomina tensión eléctrica (v), si esa variación es constante también se puede llamar potencial eléctrico. Es decir

$$v = \frac{dj}{dt}$$

La unidad de la tensión eléctrica en el Sistema Internacional es el Voltio (V). La tensión eléctrica es una magnitud fundamental.

El valor de la tensión se puede imaginar como la altura de un salto de agua en el modelo del circuito hidráulico, como algo proporcional a la energía del líquido en el circuito. Para indicar el sentido en que el líquido es impulsado se utilizarán signos + y - de modo que desde el punto indicado con + hasta el indicado con menos "cae" el agua. Este sentido de la caída se indica en los circuitos eléctricos expresando la "polaridad" con signos + y −. Colocaremos el signo + donde la tensión eléctrica sea mayor.

La caída de tensión se mide siempre respecto a un valor de referencia. Sólo tiene sentido hablar de caída de tensión o de diferencia de potencial y cuando digamos que la tensión en tal o cual elemento es tanto debe estar clara la referencia. La referencia puede ser un punto del propio elemento o uno situado en algún lugar del resto del circuito eléctrico.

### 1.3.3 Potencia y energía eléctricas.

La medida de la energía eléctrica consumida o entregada por un elemento en la unidad de tiempo se realiza evaluando la potencia eléctrica. Su expresión es

$$p = i \cdot v$$

donde p es la potencia eléctrica medida en Watios (W) que, en general, depende del tiempo. Si la potencia calculada para un elemento, en cierto intervalo de tiempo, es positiva dicho elemento está absorbiendo energía del resto del circuito, es decir la consume (esta energía transferida se disipará en forma de calor o se almacenará). Si la potencia resulta negativa, el elemento entrega energía al circuito en ese intervalo de tiempo.

Conocida la potencia, la energía intercambiada (E) se evalúa a partir de la propia definición de potencia escrita en forma integral

$$p = \frac{dE}{dt} \Rightarrow E = \int_0^t p \cdot dt$$

Si el valor de esta integral es positivo se dice que el elemento es pasivo: consume energía; si la integral resultase negativa se dice que el elemento es activo: entrega energía.

Es frecuente utilizar valores medios para expresar la potencia intercambiada por un determinado elemento.

## 1.4 Teoría de circuitos eléctricos.

### 1.4.1 Elementos de circuito: relaciones constitutivas

En los apartados anteriores se han definido las magnitudes fundamentales de la teoría de circuitos: carga (q) , tensión (v), flujo magnético (φ) y corriente (i)

Estas cuatro magnitudes dan cuenta de la presencia de fenómenos eléctricos y magnéticos en los circuitos. El lugar en que se encuentren, o mejor dicho, el medio y la forma del material en que estén definidas, ejerce una influencia muy importante sobre ellas haciendo que, en determinadas ocasiones estén relacionadas unas con otras.

Si el medio impone algún tipo de relación matemática entre las magnitudes, dicha relación se denomina ecuación constitutiva del medio. En este apartado nos preguntamos por ellas.

Así por ejemplo, ¿estarán relacionadas en algún medio la carga y la tensión eléctricas?. Si dicha relación existiese podríamos escribir una ecuación que ligue ambas magnitudes. Esa ecuación será, en general, del tipo q=f(v) donde f() representa a una función cualquiera. En este caso dicha función se llama capacitor. Además si la f() es lineal, entonces q y v serán proporcionales

$$q = C \cdot v$$

donde C será una constante de proporcionalidad. Esta relación se llamará capacitor lineal y la constante se denomina capacitancia del capacitor. La unidad de la capacitancia es el Faradio (F). Esta relación se consigue en la práctica con determinadas estructuras consistentes en dos conductores muy próximos separados por un material aislante. Dicha estructura se denomina, coloquialmente, condensador y es uno de los elementos que pueden utilizarse al realizar un circuito electrónico.

La ecuación constitutiva de los capacitores se puede expresar en términos de corrientes y tensiones sin más que tomar derivadas respecto al tiempo y tener en cuenta la definición de la corriente

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot v)}{dt} = C\frac{dv}{dt}$$

si C no depende del tiempo.

Seguimos buscando relaciones entre las magnitudes fundamentales y nos preguntamos ahora por la existencia de algún medio que establezca una relación entre la tensión y la corriente eléctrica. Si dicha relación existiese escribiríamos v=f(i). Al igual que en el caso anterior f() puede adoptar cualquier forma. Una función de ese tipo se llama resistor. Si es lineal, entonces v e i serán proporcionales

$$v = R \cdot i$$

ecuación que se denomina ley de Ohm. Llamaremos a esta relación resistor lineal y la constante de proporcionalidad, que se simboliza por la letra R, resistencia del resistor. La unidad de la resistencia es el Ohmio (Ω). Esta relación se consigue en la práctica haciendo pasar la corriente eléctrica por materiales que no son buenos conductores. La resistencia de un elemento mide la dificultad que éste opone al paso de la corriente eléctrica a su través.

Para el resistor podemos escribir

$$i = \frac{1}{R} v = G \cdot v$$

La inversa de la resistencia, que se suele simbolizar con la letra G, se denomina conductancia. Su unidad es el mhos o Siemens, la unidad inversa del Ohmio.

Finalmente hablaremos de la relación que puede imponer el medio entre el flujo magnético y la corriente eléctrica. Es decir, nos preguntamos por la existencia de una función tal que φ=f(i).

Existen estos elementos de circuito y su nombre más general es el de inductores. De nuevo, si la función es lineal, entonces

$$j = L \cdot i$$

y se trata de inductores lineales. L es la inductancia medida en Henrios (H). Estos elementos se suelen fabricar mediante arrollamientos de materiales conductores, también se les denomina bobinas.

La ecuación constitutiva de los inductores se puede expresar en términos de corrientes y tensiones sin más que tomar derivadas respecto al tiempo y tener en cuenta la definición de la tensión

$$v = \frac{dj}{dt} = \frac{d(L \cdot i)}{dt} == L \frac{di}{dt}$$

en la anterior ecuación se asume que L no depende del tiempo.

Podríamos establecer aún otras tres relaciones entre variables. Una es la relación entre la carga y la corriente, otra es la que relaciona el flujo magnético y la tensión, y la tercera relaciona la carga y el flujo magnético. La primera de ellas es una de las ecuaciones fundamentales: carga y corriente eléctrica se relacionan por una derivada. Por otro lado el flujo magnético están relacionadas mediante otra de las llamadas ecuaciones fundamentales, en particular con la utilizada para definir la tensión eléctrica. Con la última se definirían unos elementos de circuito denominados memristores, pero no tienen aplicación práctica.

Existen, además, unos elementos de circuito que suministran una corriente fija con independencia de la tensión que caiga en ellos. Estos elementos se llaman fuentes independientes de corriente y se caracterizan por la ecuación constitutiva

$$i = I$$

siendo I un valor que no depende de la tensión.

Otros elementos, las fuentes independientes de tensión, establecen una caída de tensión fija en los lugares donde se conectan, con independencia de la corriente que fluya por ellos. La relación constitutiva de las fuentes independientes de tensión es

$$v = V$$

donde V es independiente de la corriente.

En el símil hidráulico ambas fuentes serían las bombas de impulsión del agua en el circuito, esta impulsión se logra a costa de cierto consumo de energía.

Hay fuentes en las que la corriente o tensión puede depender de otra variable del circuito que se llaman fuentes controladas o dependientes, a ellas nos referiremos más adelante.

### 1.4.2 Símbolos de circuito.

En el apartado anterior hemos definido las relaciones constitutivas de los resistores lineales (resistencias), capacitores lineales (condensadores) e inductores lineales (bobinas).

Además de dichas relaciones es preciso conocer una serie de símbolos utilizados para indicar la presencia de estos elementos en los circuitos bajo estudio. Junto a los símbolos se debe indicar la "polaridad" de la tensión (mediante signos + y - que asignamos al elemento para indicar la manera en que cae la tensión) y la intensidad de la corriente (mediante una flecha).

Los símbolos de circuito de las resistencias, los condensadores, las bobinas y las fuentes independientes son los indicados en la Figura 1-1. Para las fuentes de tensión indicamos dos símbolos alternativos.

Las ecuaciones constitutivas, tal y como han sido escritas, son correctas cuando la polaridad y la corriente son las indicadas en la figura correspondiente. Nótese que para las resistencias, los condensadores y las bobinas, la corriente "entra" por el terminal "+" del elemento, mientras, para las fuentes la corriente "sale" por el terminal "+". Esta elección tiene que ver con la manera en que estos elementos intercambian energía con el resto del circuito, ya que los tres primeros son elementos pasivos y los dos últimos son activos.

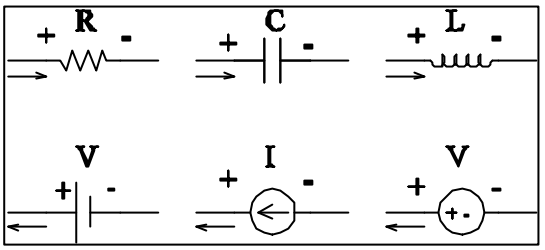



Figura 1-1. Símbolos de circuito.

### 1.4.3 Circuitos eléctricos.

Un circuito eléctrico es la conexión, mediante conductores (cables), de distintos elementos. En la Figura 1-2 se muestra un circuito, y en la Figura 1-3 se muestra otro con la misma "topología" (o forma) que el anterior (en éste los elementos son genéricos). Las cajas, referenciadas con letras mayúsculas, representan a cualquiera de los elementos vistos: resistencias, condensadores, bobinas, fuentes independientes de intensidad y fuentes independientes de tensión.

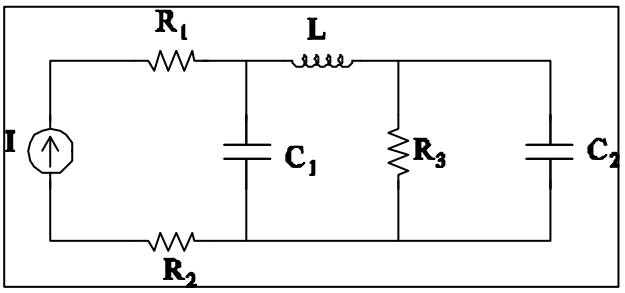



Figura 1-2. Circuito eléctrico.

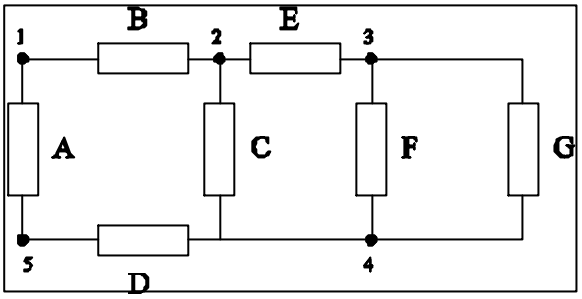



Figura 1-3. Circuito genérico.

Las líneas continuas que unen los distintos elementos representan los conductores que conectan eléctricamente los distintos elementos del circuito. En estos cables no cae tensión alguna.

Los puntos en los que se conectan dos o más elementos del circuito se denominan nudos. En nuestro circuito hay exactamente cinco nudos indicados con los números del 1 al 5. El nudo 4, por ejemplo es un punto que conecta eléctricamente a 4 elementos, los C, D, F y G. Es un error muy común interpretar que en las proximidades del nudo 4 hay otros nudos separados de éste exclusivamente por cables. Desde el punto de vista eléctrico todos los puntos que estén unidos por el mismo cable son equivalentes, así el nudo 4 podría haberse dibujado debajo del elemento C, debajo del G o en cualquier otro lugar de ese cable aunque no sea un "ángulo". De modo que dos nudos son distintos si entre ellos hay algún elemento (alguna caja). Algo similar podría decirse del nudo 3.

Llamaremos nudo simple a aquel nudo que conecta sólo a dos elementos y nudos principales a los que conectan a más de dos elementos. Puede ocurrir que en un determinado circuito nos muestren algún elemento que no esté conectado a otro, en ese caso hablaremos de nudo terminal. En nuestro circuito son nudos simples los 1 y 5 y son principales el resto. No hay nudos terminales.

Una rama es cualquier camino que conecte dos nudos sucesivos. Es decir, una rama está constituida por un par de nudos y un solo elemento de circuito. El concepto de rama se puede extender para abarcar más de un elemento si los nudos que se incluyen son todos simples.

Llamaremos bucle a cualquier camino cerrado que pueda trazarse en un circuito a condición de no pasar más de una vez por un mismo elemento. Como su nombre indica un camino cerrado es el conjunto de ramas y nudos recorridos partiendo de un nudo arbitrario y volviendo a él. En el circuito de las cajas hay tres bucles que contienen al nudo 1:

- el primer bucle está formado por los elementos B, C, D y A,
- el segundo por los B, E, F, D y A, y
- el tercero contiene a B, E, G, D y A.

Una malla es un bucle que no contiene ramas en su interior. En el circuito de la Figura 1-3 hay tres mallas que contienen los elementos siguientes:

- malla 1: A, B, C y D
- malla 2: C, E y F
- malla 3: F y G.

Como paso previo al análisis de cualquier circuito deberemos asignar unas polaridades a cada elemento y un sentido a las corrientes en las ramas. La asignación es arbitraria, sin embargo es útil acostumbrarse a respetar el que las corrientes salgan por el nudo + de las fuentes (elementos activos) y entren por el nudo + a las resistencias, condensadores y bobinas (elementos pasivos). En la Figura 1-4 se asignan polaridades y sentidos para las corrientes.

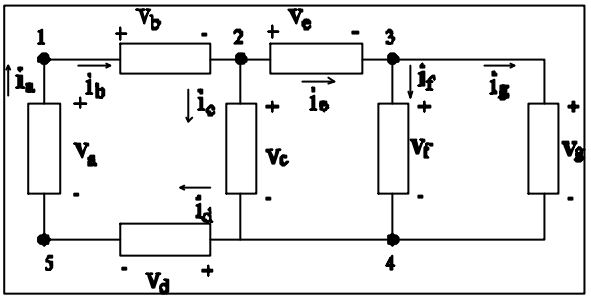



Figura 1-4. Asignación de polaridades a las tensiones y sentidos de corriente.

## 1.5 Relaciones topológicas: leyes de Kirchoff.

Dos leyes derivadas de la teoría electromagnética nos van a permitir analizar los circuitos eléctricos. Estas leyes son rigurosamente válidas sólo cuando ninguna de las corrientes o tensiones presente variaciones con el tiempo. Sin embargo para un buen número de aplicaciones son muy precisas, incluso cuando hay variaciones más o menos rápidas (frecuencias bajas y moderadas) de las señales de corriente o tensión.

La primera es una expresión de que el campo electrostáctico es conservativo. Se denomina ley de Kirchoff de las tensiones (en inglés se abrevia por KVL) y se enuncia así:

"La suma algebraica de las tensiones de los elementos de un circuito en un bucle es nula".

La palabra "algebraica" expresa la necesidad de tener en cuenta las polaridades al realizar la suma. Por ejemplo en el circuito de la Figura 1-4 elegimos las tres mallas para escribir

$$-v_a + v_b + v_c + v_d = 0$$
$$-v_c + v_e + v_f = 0$$
$$-v_f + v_g = 0$$

en cada malla se eligen arbitrariamente un nudo de partida y un sentido para escribir la ecuación. Al recorrer la malla en el sentido elegido se consigna en la ecuación el signo de la tensión por el que se alcanza el elemento de circuito.

Podemos escribir muchas ecuaciones, pero sólo unas pocas son independientes. El número de ecuaciones independientes coincidirá con el número de mallas del circuito. Esto no es completamente general, es cierto para los circuitos “planares y conexos”, a esa “clase” pertenecen todos los que aquí se proponen. Los detalles se estudiarán en cursos posteriores.

La segunda le expresa el principio de conservación de la carga. Se trata de la ley de Kirchoff de las intensidades (KCL):

"La suma de las corrientes que entran en un nudo es igual a la suma de las corrientes que salen de él".

Para el circuito del ejemplo tenemos que al nudo 4, por ejemplo, entran las corrientes $i_c$, $i_f$ e $i_g$ y sale la corriente $i_d$, con esto se puede escribir

$$i_c + i_f + i_g = i_d$$

Para los nudos restantes

$$i_a = i_b\,,\ \ i_b = i_c + i_e,\ \ i_e = i_f + i_g,\ \ i_d = i_a$$

Una vez planteadas las ecuaciones topológicas (que son las derivadas de las leyes de Kirchoff) se debe hacer uso de las constitutivas para determinar las tensiones y corrientes de interés.

### 1.5.1 Método de análisis por nudos.

En este apartado y en el siguiente vamos a presentar dos métodos sistemáticos de análisis de circuitos; consisten en una serie de pasos a seguir para llegar a la resolución de un circuito. Resolver un circuito quiere decir expresar los valores de todas las corrientes en las ramas y las tensiones que caen en todos sus elementos. El método de análisis por nudos utiliza como incógnitas las tensiones en todos los nudos del circuito.

Dado un circuito, el procedimiento de análisis por mallas consiste en lo siguiente

**Primero**: elegir un nudo de referencia al que llamaremos tierra. El nudo tierra puede ser cualquiera. Es conveniente, sin embargo, elegir aquél en que se interconecten más elementos de circuito. A este nudo asociaremos la tensión de referencia, es decir le asignamos el valor de tensión nulo.

**Segundo**: enumerar el resto de los nudos del circuito y definir las tensiones en los nudos. Estas tensiones son las que caen entre cada uno de los nudos y el de tierra.

**Tercero**: elegir polaridades para cada elemento del circuito y asignar un sentido a las corrientes en las ramas que sea coherente (si es posible) con las polaridades elegidas (la corriente entra por el nudo + en los elementos pasivos y sale por el nudo + en los activos).

**Cuarto**: escribir las ecuaciones derivadas de la ley de Kirchoff de las intensidades en los nudos enumerados, expresando las intensidades en función de las tensiones en los nudos mediante las ecuaciones constitutivas de los elementos. Las fuentes de tensión introducen datos en las ecuaciones. Si en el circuito hubiese alguna fuente de corriente se introduce una ecuación adicional que expresa el valor conocido de la corriente en esa rama.

**Quinto**: resolver el sistema de ecuaciones.

Como ejemplo del método resolveremos el circuito de la Figura 1-5 en el que son conocidos los valores de todas las resistencias y fuentes independientes. Este circuito es bastante general en el sentido que contiene los dos tipos de fuentes independientes conocidos.

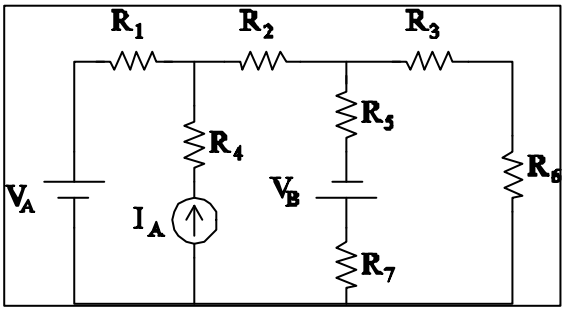



Figura 1-5. Aplicación del método de análisis por nudos.

El nudo de tierra en nuestro ejemplo será el que está en la parte inferior del esquemático del circuito pues en él se unen cuatro elementos. En la Figura 1-6 repetimos la anterior introduciendo un símbolo especial para indicar que este nudo es el de tierra.

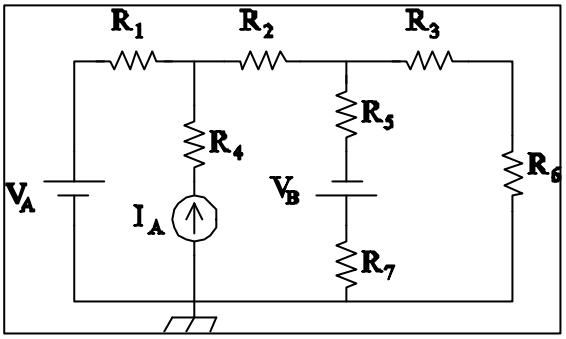



Figura 1-6.

Enumeramos los nudos restantes y resulta que tenemos siete. De ello dos son principales y cinco son simples. Asociamos las tensiones en los nudos $V_1$, $V_2$, $V_3$, $V_4$, $V_5$, $V_6$ y $V_7$ que serán las incógnitas a determinar (Figura 1-7). Es decir, tendremos que escribir siete ecuaciones utilizando las leyes de Kirchoff.

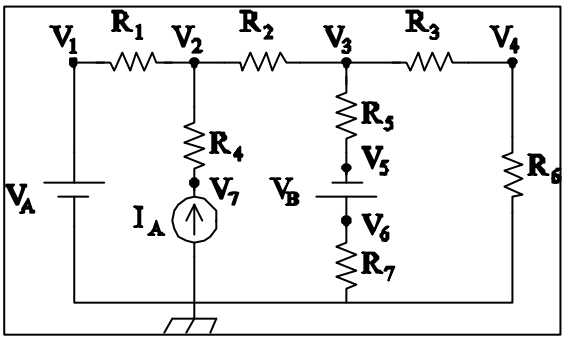



Figura 1-7.

Dibujamos arbitrariamente las polaridades en todos los elementos. Aunque tengamos plena libertad para decidir las polaridades es aconsejable ser metódico y acostumbrarse a determinadas “reglas de conducta”, es usual decidir que las tensiones caerán de izquierda a derecha y de arriba abajo, con ello las tensiones caen como se indica en la Figura 1-8.

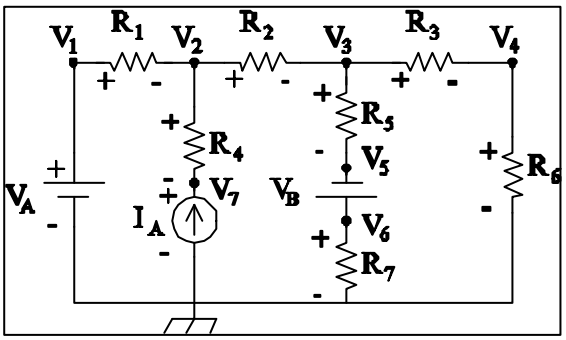



Figura 1-8.

Conforme a la “regla” indicada en el parágrafo anterior, para asignar el sentido de las corrientes basta dibujarlas en cada nudo fluyendo de izquierda a derecha o de arriba abajo (Figura 1-9).

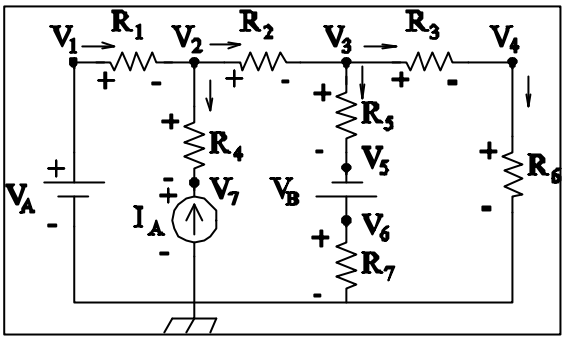



Figura 1-9.

Finalmente escribiremos en primer lugar las ecuaciones que relacionan las tensiones en los nudos con los valores conocidos de las tensiones de las fuentes de tensión con KVL, para el nudo 1 tenemos

$$V_1 = V_A$$

y para el nudo 5

$$V_5 = -V_B + V_6$$

la primera de éstas expresa que la caída de tensión desde el nudo 1 hasta tierra es justamente la que fuerza la fuente $V_A$. La segunda ecuación contiene un signo menos delante de $V_B$ porque la polaridad que hemos asignado a esta fuente es contraria a la que realmente tiene.

Escribimos ahora las ecuaciones derivadas de KCL para los nudos 2, 3 y 4 (el resto de los nudos se tratan más adelante). Vamos a escribir relaciones entre corrientes pero expresadas en términos de las tensiones en los nudos, estas corrientes son cocientes entre caídas de tensión (respetando las polaridades) y valores de resistencias (ley de Ohm). La ecuación para el nudo 2 es

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = \frac{V_2 - V_3}{R_2} + \frac{V_2 - V_7}{R_4}$$

La correspondiente al nudo 3 resulta ser

$$\frac{V_2 - V_3}{R_2} = \frac{V_3 - V_5}{R_5} + \frac{V_3 - V_4}{R_3}$$

Y para el nudo 4 tenemos que

$$\frac{V_3 - V_4}{R_3} = \frac{V_4 - 0}{R_6}$$

La corriente en la rama que contiene al nudo 7 es la opuesta a la que fija la fuente, por ello escribimos

$$\frac{V_2 - V_7}{R_4} = -I_A$$

el signo negativo delante de $I_A$ expresa el hecho indicado.

La presencia entre los nudos 5 y 6 de una fuente de tensión impide expresar en términos de tensiones el valor de la corriente que entra al nudo 6. Sin embargo, mediante la observación del circuito podremos relacionar esta corriente con la que fluye por otros elementos. En este caso la corriente de rama es la que pasa por la resistencia $R_5$, de modo que

$$\frac{V_6 - 0}{R_7} = \frac{V_3 - V_5}{R_5}$$

En resumen, hemos escrito un conjunto de siete ecuaciones con siete incógnitas. La solución de este sistema arroja el valor de todas las tensiones en los nudos y con ellas se pueden calcular todas las corrientes de rama o las caídas de tensión en cada elemento.

### 1.5.2 Método de análisis por mallas.

Con este método expresaremos el sistema de ecuaciones algebraicas en función de las corrientes de malla. Estas corrientes son las que fluyen por cada una de las mallas de un circuito.

El procedimiento a seguir consiste en

**Primero**: determinar las mallas del circuito y definir las corrientes de malla asignándoles un sentido arbitrario. Estas corrientes serán las incógnitas a determinar.

**Segundo**: escribir las ecuaciones de la ley de Kirchoff de las tensiones para cada una de las mallas del circuito en función de las corrientes de malla, recorriendo cada malla en el sentido indicado por la corriente de malla correspondiente. La corriente que fluye por un elemento es la suma “algebraica” de las corrientes de las mallas a las que pertenezca. Si hubiese alguna fuente de tensión se utiliza su valor y si es de corriente se expresa la relación entre su valor y las corrientes de malla para eliminar una incógnita.

**Tercero**: resolver el sistema ecuaciones.

Resolvemos ahora el mismo circuito del apartado anterior utilizando este método. El circuito posee tres mallas a las que asignamos las corrientes $i_a$, $i_b$ e $i_c$. El sentido de las mismas es arbitrario (Figura 1-10).

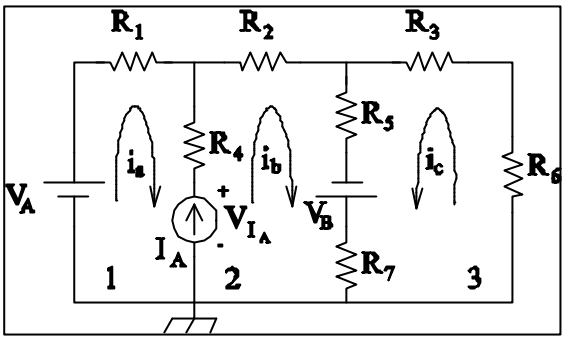



Figura 1-10.

Para escribir las ecuaciones KVL en la malla 1 la recorremos desde el nudo de tierra y en el sentido de $i_a$. Hemos de tener en cuenta las polaridades de las fuentes para decidir el signo que lleva su tensión en la ecuación. Si en el sentido de recorrido de la malla entramos por el terminal positivo colocaremos un signo + en la ecuación, si entramos por el negativo colocaremos un signo -. Con esto

$$-V_A + i_a R_1 + (i_a - i_b)R_4 + V_{IA} = 0$$

notamos que la corriente que fluye por la resistencia $R_4$ es $i_a$-$i_b$ cuando recorremos esta rama desde arriba hacia abajo. Se escribe así porque $i_a$ baja (positiva pues su sentido es a favor del de recorrido) e $i_b$ sube (negativa por la razón contraria), esto es el significado de "suma algebraica". Por otro lado, la caída de tensión en la fuente de corriente es una incógnita adicional, $V_{IA}$ , sin embargo podemos escribir la siguiente ecuación

$$i_a - i_b = -I_A \Rightarrow i_b = I_A + i_a$$

Recorremos la malla 2 empezando de nuevo por el nudo de tierra, resulta la ecuación

$$-V_{IA} + (i_b - i_a)R_4 + i_b R_2 + (i_b + i_c)R_5 - V_B + (i_b + i_c)R_7 = 0$$

Finalmente la ecuación KVL de la malla 3 es

$$i_c R_6 + i_c R_3 + (i_c + i_b)R_5 - V_B + (i_b + i_c)R_7 = 0$$

Hemos escrito un sistema de cuatro ecuaciones en las incógnitas $i_a$, $i_b$, $i_c$ y $V_{IA}$. Su solución permite el cálculo de todas las magnitudes eléctricas de circuito.

Con el ejemplo planteado parece que el método de análisis por mallas es más simple que el de nudos, pero esto no es siempre así. Depende de la forma y la constitución de los circuitos.

## 1.6 Curvas características i-v.

Hemos caracterizado los elementos de circuito por sus ecuaciones constitutivas. En el caso de los resistores ésta es una ecuación que expresa la relación que liga a la corriente y la tensión. La representación gráfica de dicha ecuación en un diagrama v-i es lo que llamaremos curva característica i-v del elemento. También se puede hablar de otras curvas características como las q-v o las φ-i. Pero en esta sección nos ocuparemos de las primeras pues son las que más se utilizan.

Hemos descrito la resistencia por

$$i = \frac{1}{R} v$$

esta ecuación está representada en la Figura 1-11. Se trata de una línea recta con pendiente $R^{-1}$ que pasa por el origen del diagrama v-i, observamos que cuanto mayor es el valor de la resistencia menor es el de la pendiente.

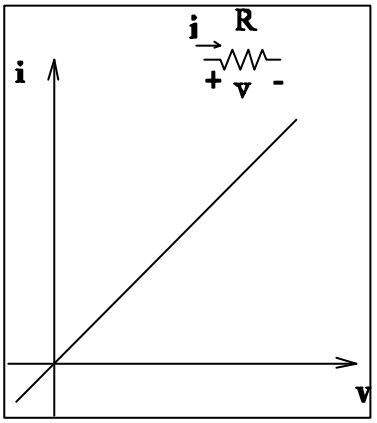



Figura 1-11. Característica i-v de una resistencia.

En la Figura 1-12 mostramos la curva característica de las fuentes de tensión, cuya ecuación constitutiva es

$$v = v_D$$

donde $V_0$ no depende de la corriente. Nótese que se trata de nuevo de una línea recta, pero esta vez vertical, corta al eje v en $v_D$.

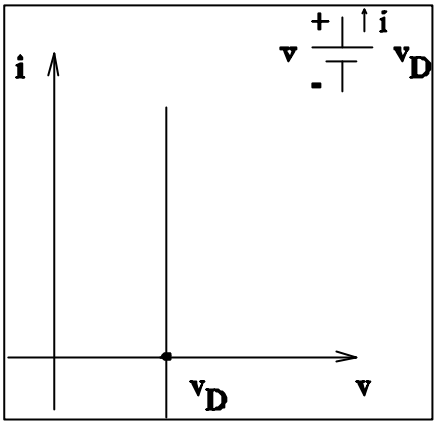



Figura 1-12. Característica i-v de una fuente independiente de tensión.

Para el caso de la fuente independiente de intensidad, que posee la ecuación constitutiva

$$i = I_D$$

siendo $I_D$ un valor independiente de la tensión. La curva característica i-v es una línea recta horizontal (Figura 1-13). Ambos tipos de fuentes son resistores en el sentido que poseen una curva característica i-v.

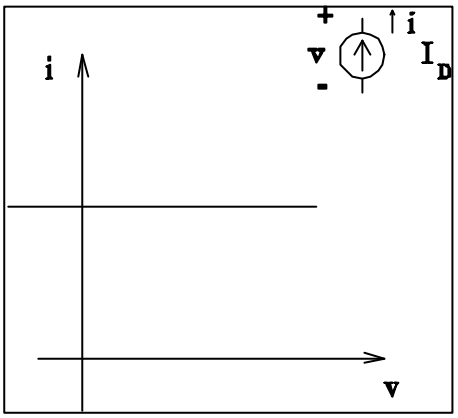



Figura 1-13. Característica i-v de la fuente independiente de corriente.

Observemos de nuevo la ecuación constitutiva de la resistencia y hagamos R tender a infinito. En ese caso la curva característica que obtendríamos es una línea horizontal (el eje v , esto es *i=0*), ya que la pendiente sería cero. Un elemento así permite que entre sus terminales la caída de tensión sea cualquiera pero la corriente que fluye a su través es siempre nula. Una resistencia de valor infinito impide el paso de la corriente y se llama circuito abierto. Podemos simbolizar el circuito abierto tal y como se indica en la Figura 1-14. Análogamente una resistencia de valor nulo tendría una pendiente infinita y su característica i-v es una línea vertical (el eje i, osea *v=0*). Este otro elemento se denomina cortocircuito y permite que fluya cualquier corriente a su través a condición que la caída de tensión sea nula. Un cortocircuito es un cable.

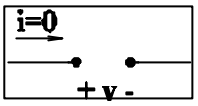



Figura 1-14. Circuito abierto.

También podemos construir curvas características i-v de la asociación de varios elementos resistivos. Es decir, de circuitos que contengan fuentes y resistencias. Podemos ver esto analizando el subcircuito resistivo del circuito de la Figura 1-15 en el que son conocidos los valores de R, $V_1$ y $V_2$.

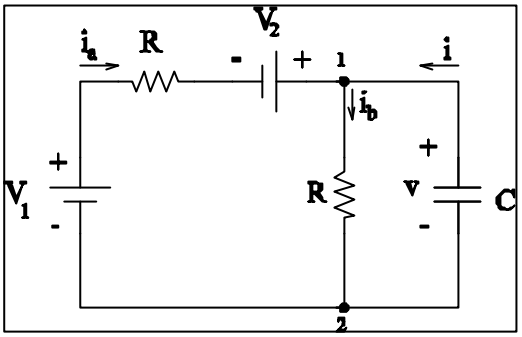



Figura 1-15.

Dicho subcircuito se traza de nuevo en la Figura 1-16 y los nudos 1 y 2 pasan a ser nudos terminales, admitiremos que por el nudo 1 entra cierta corriente i. Por la ley de Kirchoff de las tensiones, considerando las ecuaciones constitutivas de las resistencias

$$-V_1 + i_a R - V_2 + i_b R = 0 \Rightarrow i_a = \frac{V_1 + V_2}{R} - i_b$$

$$v = i_b R \Rightarrow i_b = \frac{v}{R}$$

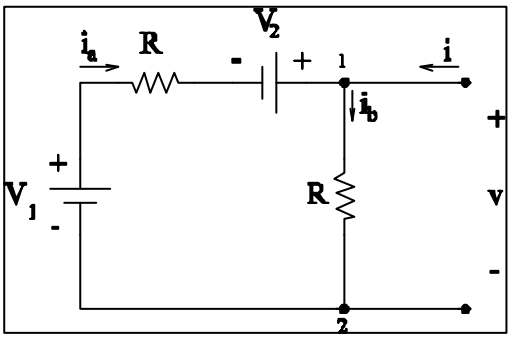



Figura 1-16.

Aplicando ahora la ley de Kirchoff de las intensidades al nudo 1, junto con las anteriores

$$i + i_a = i_b \Rightarrow i = i_b - i_a = \frac{v}{R} - \frac{V_1 + V_2}{R} + \frac{v}{R} \Rightarrow i = 2\frac{v}{R} - \frac{V_1 + V_2}{R}$$

que es la característica i-v buscada. Esta expresión es la línea recta con pendiente

$$\frac{2}{R}$$

y con ordenada en el origen

$$\frac{V_1 + V_2}{R}$$

mostrada en la Figura 1-17. Esta ecuación describe completamente el funcionamiento del circuito.

Si hacemos, por ejemplo, R=2Ω, $V_1$=$V_2$=1V tenemos que la ecuación es

$$i = v - 1$$

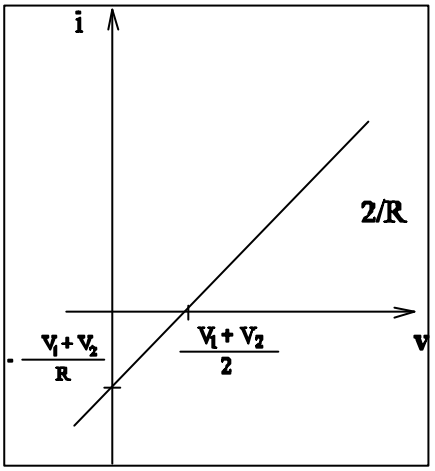



Figura 1-17.

## 1.7 Circuitos equivalentes.

Consideraremos ahora la siguiente cuestión: ¿será posible que dos circuitos distintos funcionen exactamente igual?. Veremos que la respuesta es sí. Tales circuitos se dice que son equivalentes desde el punto de vista eléctrico. Sea por ejemplo el circuito de la figura Figura 1-18.

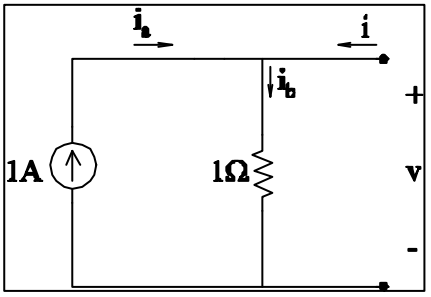



Figura 1-18.

De las leyes de Kirchoff junto a las ecuaciones constitutivas tenemos

$$\left.\begin{array}{r} i + i_a = i_b \\ i_a = 1A \\ i_b = \dfrac{v}{R} = v \end{array}\right\} \Rightarrow i = v - 1$$

esta ecuación es la característica i-v del circuito de la Figura 1-18. Resulta ser exactamente igual a la del último circuito del apartado anterior. Por lo tanto estos dos circuitos funcionan exactamente igual y son equivalentes. En el próximo apartado veremos técnicas generales de cálculo de circuitos equivalentes cuando se trate de redes resistivas. La utilidad de este concepto estriba en que nos permite simplificar mucho el análisis de determinados circuitos.

### 1.7.1 Asociación de resistencias en serie.

Si varios elementos de circuito están conectados de manera que la corriente que fluye por todos ellos es la misma, esto es si los elementos se conectan unos con otros mediante nudos simples, entonces están en serie.

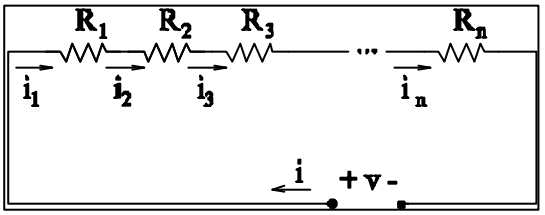



Figura 1-19. Resistencias en serie.

En el circuito de la Figura 1-19 tenemos n resistencias conectadas en serie. Es claro, por la ley de Kirchoff de las intensidades aplicada a cada nudo que las corrientes que fluyen a través de cada una de ellas es la misma, sea i esta corriente

$$i = i_1 = i_2 = \cdots = i_n \Rightarrow i = i_k, \forall k = 1,2,\cdots, n$$

Por otro lado, aplicando la ley de Kirchoff de las tensiones tenemos que

$$v = v_1 + v_2 + \cdots + v_n \Rightarrow v = \sum_{k=1}^{n} v_k$$

como quiera que para la resistencia $R_k$ se tiene que

$$v_k = i_k \cdot R_k, \forall k = 1,2,\cdots, n$$

podemos escribir

$$v = \sum_{i=1}^{n} i_k R_k = i \cdot \sum_{i=1}^{n} R_k$$

si hacemos ahora

$$R_T = \sum_{i=1}^{n} R_k$$

habremos escrito la ecuación de una única resistencia de valor la suma de todas cuya curva característica es la misma que la asociación de todas las que están conectadas en serie. Por lo tanto la resistencia $R_T$ es equivalente al circuito completo. Conocida esta resistencia equivalente a la asociación en serie podemos sustituir todas aquellas por una sola. Esto simplifica los cálculos necesarios para resolver los circuitos. Sin embargo perdemos los detalles de cada una de ellas por separado, es decir, si nos preguntan por la caída de tensión, la corriente o la potencia disipada en una de las resistencias originales no podremos responder a la pregunta mas que volviendo al circuito original y hacer cálculos adicionales.

### 1.7.2 Asociación de resistencias en paralelo.

Varios elementos de circuito están conectados en paralelo si la tensión que cae en todos es la misma. Esto se consigue haciendo que estén conectados entre los mismos nudos del circuito.

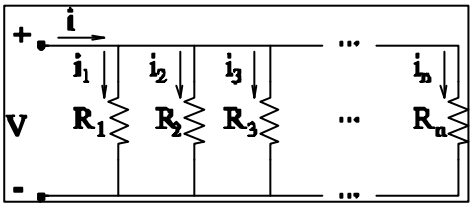



Figura 1-20. Resistencias en paralelo.

El circuito de la Figura 1-20 está constituido por n resistencias conectadas en paralelo. Es claro, por la ley de Kirchoff de las tensiones aplicada a cada camino cerrado que podamos trazar que las tensiones que caen en cada resistencia son las mismas, sea v esta tensión

$$v = v_1 = v_2 = \cdots = v_n \Rightarrow v = v_k, \forall k = 1,2,\cdots, n$$

Por otro lado, aplicando la ley de Kirchoff de las corrientes tenemos que

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n \Rightarrow i = \sum_{k=1}^{n} i_k$$

como quiera que para la resistencia $R_k$ se tiene que

$$i_k = \frac{v_k}{R_k}$$

podemos escribir

$$i = \sum_{i=1}^{n} \frac{v_k}{R_k} = v \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

si hacemos ahora

$$\frac{1}{R_T} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

habremos escrito la ecuación de un única resistencia cuya inversa es la suma de las inversas de todas y cuya curva característica es la misma que la asociación de todas las que están conectadas en paralelo. Por lo tanto la resistencia $R_T$ es equivalente al circuito completo. Como dijimos en el apartado anterior es muy importante tener presente que esta resistencia contiene la información del conjunto de resistencias que representa pero no los detalles de cada una de ellas.

### 1.7.3 Resistencia equivalente.

En los dos apartados anteriores hemos calculado la resistencia equivalente en configuraciones particulares: la asociación en serie y en paralelo. Ahora generalizaremos el concepto y expondremos un método de cálculo de la resistencia equivalente de una serie de resistencias conectadas arbitrariamente (no sólo en serie o en paralelo).

Para ello consideraremos un circuito constituido por fuentes y resistencias conectadas de cualquier manera. Para calcular la resistencia equivalente tendremos que indicar un par de nudos que consideraremos terminales y desde los que realizaremos el cálculo de dicha resistencia equivalente. Pronto comprobaremos que la resistencia equivalente de un circuito no tiene que ser la misma desde cualquier par de nudos terminales. Por lo tanto siempre deberemos especificar el par de nudos desde el que “vemos” esa resistencia equivalente.

De modo que tenemos un circuito cualquiera con dos nudos terminales como el de la Figura 1-21.

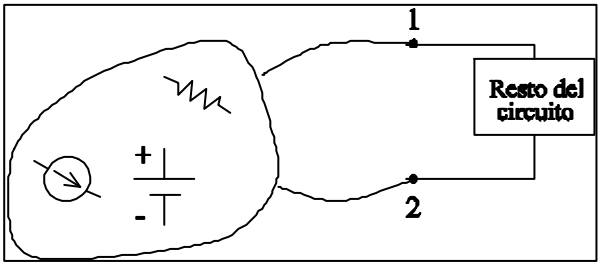


Figura 1-21.

El procedimiento de cálculo consiste en tres pasos que detallamos a continuación:

**Primero**: anular todas las fuentes independientes. Para ello sustituimos las de tensión por cortocircuitos y las de corriente por circuitos abiertos, (más adelante veremos otro tipo de fuentes llamadas controladas, éstas no se anulan)

**Segundo**: conectar entre el par de nudos terminales una fuente independiente de valor $v_x$ que entrega al circuito una corriente $i_x$ y analizar el circuito resultante.

**Tercero**: calcular el valor del cociente

$$R_T = \frac{v_x}{i_x}$$

que es la resistencia equivalente buscada.

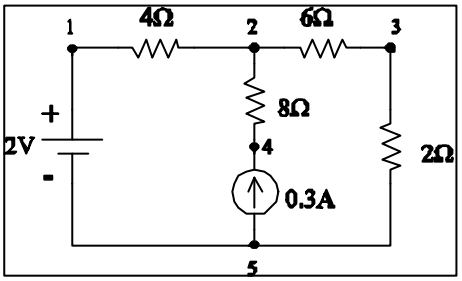



Figura 1-22.

Por ejemplo en el circuito de la Figura 1-22. estamos interesados en el cálculo de la resistencia equivalente "vista" por la resistencia de 2Ω, sin incluirla. Por ello en primer lugar dibujamos el circuito sin dicha resistencia y anulamos las fuentes haciendo la de tensión un cortocircuito y la de corriente un circuito abierto. El circuito resultante es el indicado en la Figura 1-23.

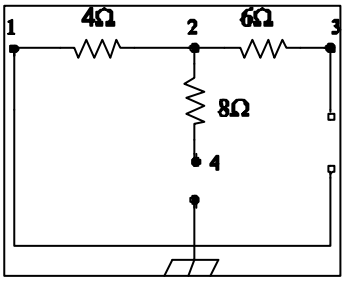



Figura 1-23

Ahora conectamos entre los nudos 3 y 5 una fuente de tensión de valor desconocido $v_x$ y asumimos que entrega una corriente $i_x$ (Figura 1-24).

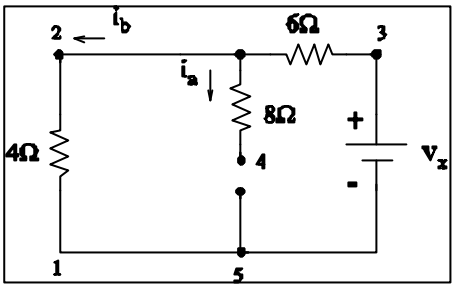



Figura 1-24

Resolvemos el circuito resultante

$$i_x = i_a + i_b$$

pero $i_a=0$ porque esta rama tiene un circuito abierto. De modo que

$$i_x = i_b$$

de la ley de Kirchoff de las tensiones

$$-v_x + v_6 + v_4 = 0$$

utilizamos ahora las ecuaciones constitutivas de las resistencias involucradas

$$v_6 = 6 \cdot i_x ; v_4 = 4 \cdot i_b$$

con todo tenemos que

$$v_x = 6 \cdot i_x + 4 \cdot i_x = 10 \cdot i_x \Rightarrow \frac{v_x}{i_x} = R_T = 10\Omega$$

Este ejemplo es muy sencillo, desde el inicio podíamos ver que la resistencia equivalente es la asociación en serie de las de 4Ω y 6Ω. Sin embargo es válido para mostrar el procedimiento de cálculo.

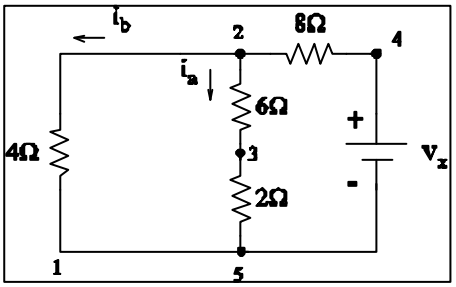



Figura 1-25

Mostramos ahora que desde otro par de terminales en el mismo circuito podemos obtener una resistencia equivalente distinta. Calculemos, por ejemplo, la resistencia que "ve" la fuente

independiente de corriente. Para ello anulamos las fuentes y dibujamos de nuevo el circuito resultante reorganizando la disposición de las resistencias. La nueva distribución de los nudos es la pista que permite comprobar que la reorganización está bien hecha. Los nudos 1 y 5 son ahora equivalentes porque hemos anulado la fuente de tensión. Los nudos terminales son el 4 y el 5, por tanto conectamos entre ellos una fuente de tensión de valor desconocido $v_x$ y asumimos que entrega una corriente $i_x$ al resto del circuito una corriente. El conjunto de ecuaciones fruto de las leyes de Kirchoff son

$$i_x = i_a + i_b;\ i_a = i_c;\ v_x = v_8 + v_4;\ v_x = v_8 + v_6 + v_2$$

con las ecuaciones constitutivas podemos escribir

$$v_x = 8 \cdot i_x + 4 \cdot i_b = 8 \cdot i_x + (6+2) \cdot i_a \Rightarrow 4 \cdot i_b = 8 \cdot i_a \Rightarrow i_b = 2 \cdot i_a$$

por lo tanto

$$i_x = 3 \cdot i_a \Rightarrow v_x = 8 \cdot i_x + \frac{8}{3} \cdot i_x = \frac{32}{3} \cdot i_x \Rightarrow R_{T2} = \frac{32}{3}\Omega$$

valor que es distinto al que anteriormente encontrado.

### 1.7.4 Los divisores de tensión y de corriente.

En este apartado nos ocupamos de dos circuitos que aparecen con bastante frecuencia en los problemas de análisis y que es conveniente conocer y recordar pues gracias a ello se ahorrará tiempo en la solución de algunos problemas.

El primero de ellos, que se llama divisor de tensión, es el circuito cuyo esquemático es el de la figura Figura 1-26. Aclaramos que la corriente que fluye por la rama de la derecha, que llamaremos corriente de salida, es necesariamente nula, en otro caso este circuito no sería un divisor de tensión.

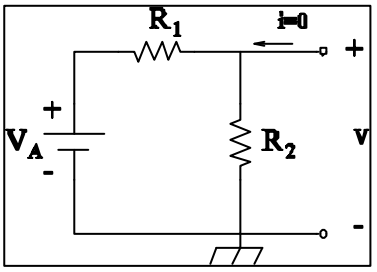



Figura 1-26

La justificación de este nombre se obtiene calculando el valor de la tensión v, conocida por tensión de salida. Aplicando el método de análisis por nudos escribimos

$$\frac{V_A - v}{R_1} = \frac{v}{R_2} \Rightarrow v = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_A$$

notamos que v tiene por valor el de la fuente dividido por la cantidad

$$\frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

que es mayor que la unidad y por lo tanto v es siempre menor que $V_A$.

El segundo circuito es el divisor de corriente que podemos ver en la Figura 1-27. De nuevo en este caso la corriente de salida debe ser nula.

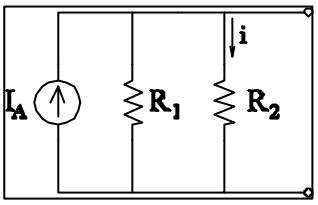



Figura 1-27

Calculemos el valor de la corriente i. Por KCL

$$I_A = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2}; \; v = i \cdot R_2 \Rightarrow i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I_A$$

luego el divisor de corriente equivale a una fuente de corriente cuyo valor es el indicado.

## 1.8 Teoremas relativos a los circuitos lineales.

Llamaremos circuito lineal a aquel circuito constituido por elementos lineales. En este momento la definición parece no tener sentido pues todos los elementos de circuito que se han presentado son lineales: resistencias, condensadores, bobinas y fuentes independientes. Sin embargo en próximos temas se verá que existen determinados elementos cuya ecuación constitutiva es no lineal (su característica i-v no es una línea recta que pasa por el origen), para esos circuitos no es válido lo que se presenta en esta sección.

### 1.8.1 Teorema de superposición.

Si en un circuito lineal hay más de una fuente independiente (de tensión o de corriente) cualquier tensión o corriente del circuito se puede calcular superponiendo (sumando) los valores de dicha tensión o corriente calculados al ir anulando todas las fuentes menos una hasta considerarlas todas.

Así, para calcular la tensión v en el nudo indicado en el circuito propuesto en el esquemático mostrado en la Figura 1-28 podríamos proceder mediante el método de mallas o de nudos. Sin embargo, dado que hay tres fuentes independientes nos planteamos la aplicación del teorema de superposición. En primer lugar nos preguntamos si este circuito es lineal. Dado que sólo contiene resistencias y fuentes independientes podemos asegurar que lo es.

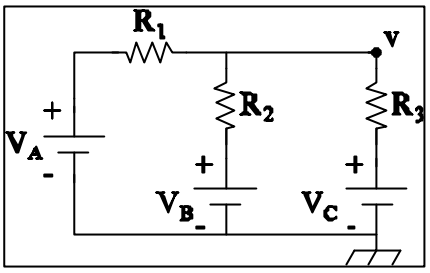



Figura 1-28

Apliquemos el teorema de superposición. Para ello tenemos que proceder en tres pasos, en cada uno de ellos anularemos dos fuentes de tensión y calcularemos el valor de la tensión pedida. Al final sumamos los valores obtenidos en cada paso. ¡Vamos a ello!. Anulamos $V_B$ y $V_C$. El circuito resultante es el de la Figura 1-29.

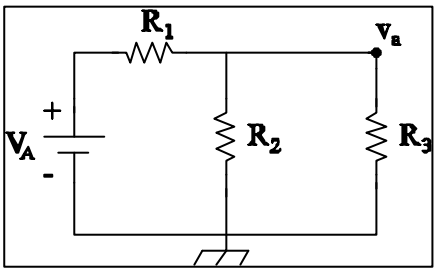



Figura 1-29

Llamamos $v_a$ a la tensión que estamos calculando. Notamos que las resistencias $R_2$ y $R_3$ están en paralelo, de modo que podemos asociarlas y el circuito nos queda como el de la Figura 1-30, donde el valor de la resistencia equivalente es

$$R_A = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

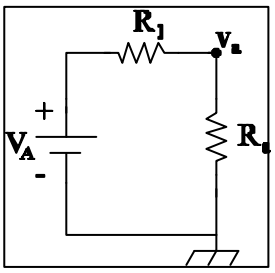


Figura 1-30

Pero este circuito es un divisor de tensión, por lo tanto

$$v_a = \frac{R_a}{R_1 + R_a} V_A$$

Anulamos ahora $V_A$ y $V_C$, el circuito pasa a ser el mostrado en la Figura 1-31.

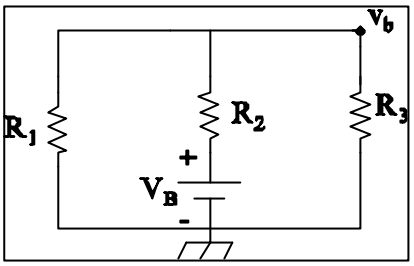



Figura 1-31

Este circuito lo podemos dibujar con la misma disposición del de la Figura 1-29 y podemos verlo en la Figura 1-32.

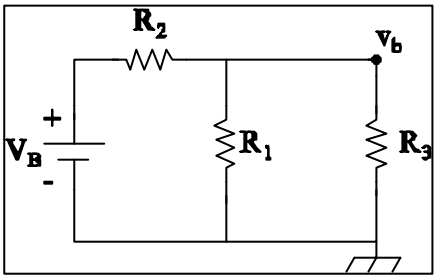



Figura 1-32

Tenemos entonces que resolver el mismo circuito que antes pero ahora las resistencias $R_1$ y $R_3$ están en paralelo. Calculamos la resistencia equivalente al paralelo de estas dos y obtenemos

$$R_b = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}$$

De modo que el valor de la tensión buscada es

$$v_b = \frac{R_b}{R_2 + R_b} V_B$$

Finalmente anulamos $V_A$ y $V_B$. Por razones obvias

$$R_c = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow v_c = \frac{R_c}{R_3 + R_c} V_C$$

Para terminar sumamos las tres tensiones parciales que hemos obtenido y resolvemos el problema

$$v = v_a + v_b + v_c = \frac{R_a}{R_1 + R_a} V_A + \frac{R_b}{R_2 + R_b} V_B + \frac{R_c}{R_3 + R_c} V_C$$

Este ejercicio nos ha permitido comprobar la utilidad del teorema de superposición junto al conocimiento de la expresión del divisor de tensión. Hemos ahorrado bastante tiempo en el cálculo.

### 1.8.2 Teoremas de Thévenin y Norton.

Sea un circuito lineal constituido por resistencias y fuentes independientes del que se seleccionan un par de nudos terminales 1 y 2 como el de la Figura 1-33que puede estar conectado a otro circuito no necesariamente lineal.

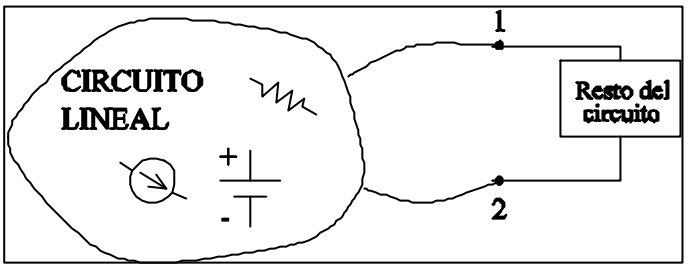



Figura 1-33. Circuito genérico.

El teorema de Thévenin establece que dicho circuito equivale a otro como el representado en la Figura 1-34, constituido por la asociación en serie de una resistencia y una fuente de tensión. El valor de la resistencia $R_E$ es el de la resistencia equivalente vista desde los nudos terminales. El valor de la fuente de tensión, llamada tensión Thévenin ($V_{Th}$), se determina calculando la tensión que cae entre los nudos terminales, desde el nudo 1 al nudo 2, cuando se hallan en circuito abierto.

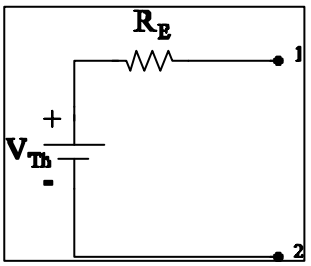



Figura 1-34. Circuito equivalente Thévenin.

El teorema de Norton, análogo al anterior, establece que el circuito de la figura Figura 1-33 equivale a otro como el representado en la Figura 1-35, constituido por la asociación en paralelo de una resistencia y una fuente de intensidad independiente. El valor de la resistencia es el mismo que en el caso del equivalente Thévenin. El de la fuente de corriente Norton ($I_N$) se determina calculando la

corriente que fluye entre los nudos terminales cuando están cortocircuitados. El sentido de dicha corriente es desde el nudo 1 al nudo 2 . Este cálculo no es necesario si la tensión Thévenin es conocida previamente ya que el valor de la corriente Norton se puede calcular como

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_E}$$

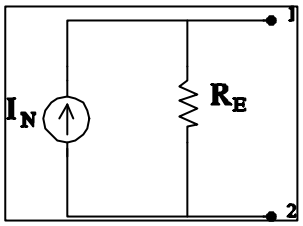



Figura 1-35. Circuito equivalente Norton.

Como ejemplo de aplicación calculamos el circuito equivalente Thévenin de la parte recuadrada en la Figura 1-36.

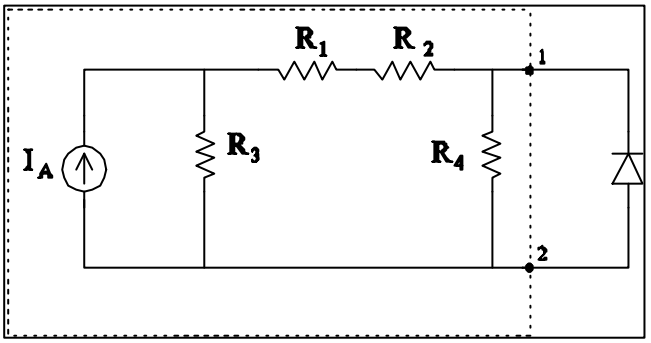



Figura 1-36. Circuito para el cálculo del equivalente Thévenin.

Obtengamos en primer lugar la resistencia equivalente. Para ello debemos anular la fuente y calcular el valor de la resistencia vista desde los nudos terminales. Al anular la fuente el circuito queda como se indica en la Figura 1-37.

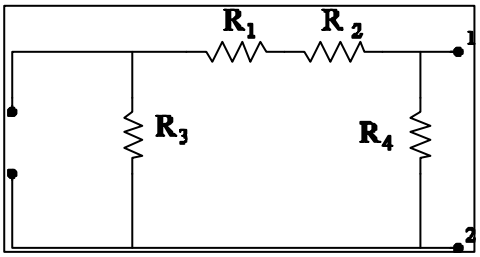



Figura 1-37. Circuito para el cálculo de la resistencia equivalente.

En este caso, en lugar de introducir la fuente $v_x$ que entrega la corriente $i_x$, es más sencillo aplicar las expresiones de la asociación de resistencias serie/paralelo. Vemos que $R_1$, $R_2$ y $R_3$ están en serie y su asociación se encuentra en paralelo con $R_4$. Luego

$$R_E = \frac{(R_1 + R_2 + R_3)\cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

Para el cálculo la tensión Thévenin obtengamos la tensión v que cae entre los nudos terminales cuando éstos están en circuito abierto (Figura 1-38).

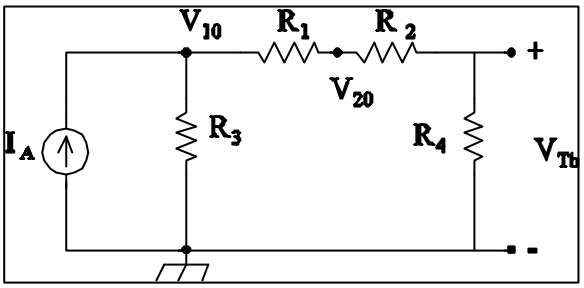



Figura 1-38. Circuito para el cálculo de la tensión Thévenin.

Por el método de análisis por nudos

$$I_A = \frac{V_{10}}{R_3} + \frac{V_{10} - V_{20}}{R_1}$$

$$\frac{V_{10} - V_{20}}{R_1} = \frac{V_{20} - V_{Th}}{R_2}$$

$$\frac{V_{20} - V_{Th}}{R_2} = \frac{V_{Th}}{R_4}$$

Y la solución para la tensión Thévenin de este sistemas de ecuaciones es

$$V_{Th} = \frac{R_1 R_2 R_3 R_4}{R_1^2 R_2 + R_1^2 R_4 + R_1 R_2^2 + R_1 R_2 R_3 + R_1 R_3 R_4 - R_2 R_3 R_4} I_A$$

## 1.9 Señales.

Las fuentes independientes ya presentadas fijan, en el tiempo, el valor de la tensión o la intensidad. Sin embargo, podemos utilizar otras fuentes independientes de tensión (o de corriente) cuyo valor dependa del tiempo. En ese caso las fuentes se denominan de señal. Las señales excitan los circuitos y no es raro que un circuito tenga a la vez fuentes independientes y fuentes de señal.

En este apartado vamos a indicar algunas de las posibles formas (llamadas formas de onda) en que pueden variar las excitaciones, es decir, indicaremos, para los casos más usuales, cómo dependen

las tensiones o corrientes del tiempo.

Pero antes de pasar a la descripción de las señales trataremos de distinguir dos grandes grupos de señales: las analógicas y las digitales.

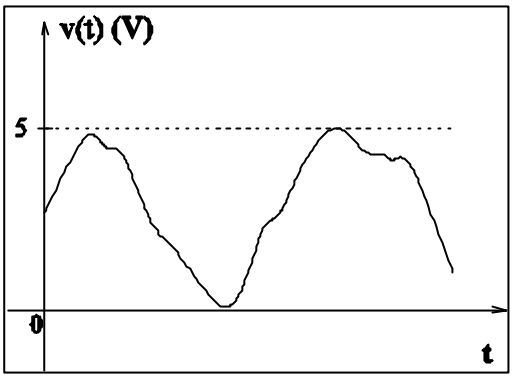



Figura 1-39. Señal analógica.

Una señal analógica es aquella cuyos valores pueden ser todos los de un determinado intervalo. Aclaremos esto. La señal de tensión v(t) de la Figura 1-39 varía en el tiempo de manera arbitraria. Los posibles valores que puede tomar se encuentran siempre entre, digamos, 0 y 5 voltios. v(t) es analógica si todos los posibles valores de tensión desde el 0 hasta el 5 (en voltios) son distintos para el circuito en que opera. Así el circuito responderá de distinta manera si la tensión es 2.3 V que si es de 2.4 V o si es de 2.36 V. El concepto matemático que está debajo de la idea de señales analógicas es el de función continua en el tiempo. Por último diremos que los circuitos que conviven con señales analógicas (es mejor decir "procesan señales analógicas") se llaman circuitos analógicos.

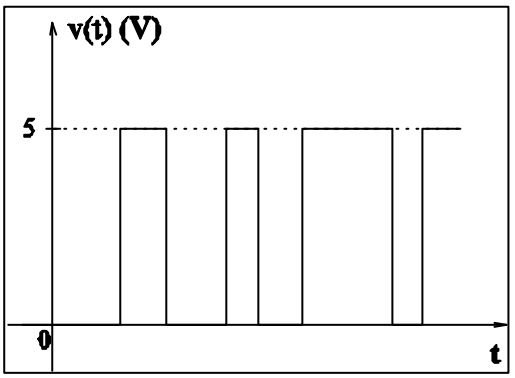



Figura 1-40. Señal digital.

Por contra, una señal digital no es continua, es discreta. Es decir, es la que sólo posee unos pocos valores distinguibles dentro de un intervalo. Si se trata de una señal digital binaria los valores distinguibles en el intervalo que sea son dos. En la Figura 1-40 se muestra una señal binaria en los

valores 0 y 5 voltios. Si por cualquier fallo aparece el valor 1.4 V el circuito lo interpretará como un 0. Los circuitos que operan con señales digitales se llaman circuitos digitales.

¿Qué es mejor: analógico o digital?. Depende. Cada tipo de circuito tiene sus ventajas e inconvenientes. Algunas tareas se realizan mejor en el mundo analógico y otras en el digital.

### 1.9.1 Señal escalón y señal cuadrada.

La señal escalón y la señal cuadrada son ideales. Esto quiere decir que en la práctica no se pueden conseguir. Aún así, resulta muy útil conocerlas y utilizarlas en los análisis pues la cuadrada es la señal binaria por excelencia.

La señal escalón se define a partir de la llamada escalón unitario, $u(t-t_0)$, que es una función cuya forma es la representada en la Figura 1-41 y que se describe por

$$u(t-t_0)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad t<t_0\\ 1 & \text{si} \quad t\geq t_0\end{cases}$$

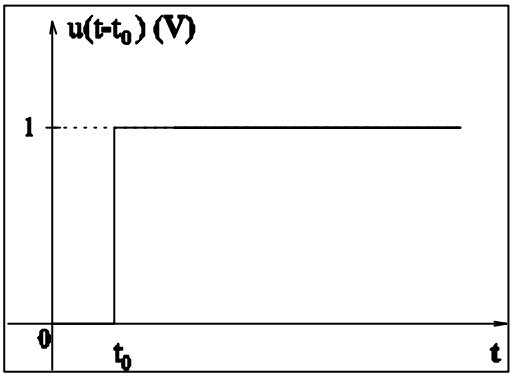



Figura 1-41. Señal escalón unitario.

Una señal escalón de salto A, esto es

$$f(t)=A\cdot u(t-t_0),$$

tiene la forma indicada en la Figura 1-42

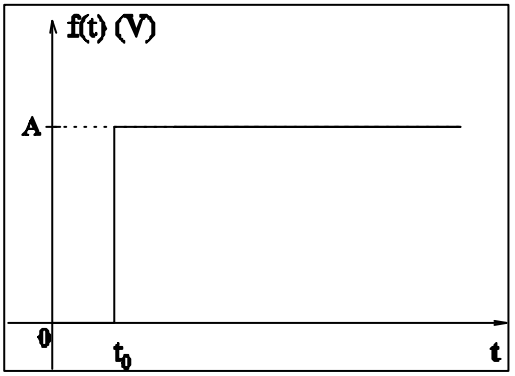


Figura 1-42. Señal escalón de subida.

Los escalones de bajada poseen un signo menos delante del escalón unitario

$$f(t) = -A \cdot u(t - t_0)$$

Su forma está representa en la Figura 1-43.

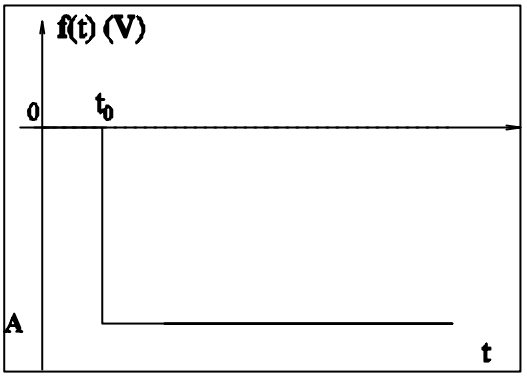



Figura 1-43. Señal escalón de bajada.

Un pulso de amplitud A y duración $T_0$ se define como un escalón de subida (o bajada) seguido por otro de bajada (o subida). El de subida aparece en la Figura 1-44.

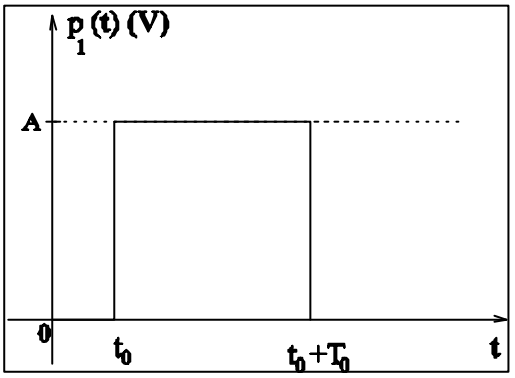



Figura 1-44. Pulso de amplitud A.

La expresión en función de señales escalón de ambos tipos de pulsos es

$$p_1(t - t_0) = A \cdot [u(t - t_0) - u(t - t_0 - T_0)]$$
$$p_2(t - t_0) = -A \cdot [u(t - t_0) - u(t - t_0 - T_0)]$$

Finalmente una señal cuadrada es un tren de pulsos. Esta señal es periódica y su forma de onda se muestra en la Figura 1-45.

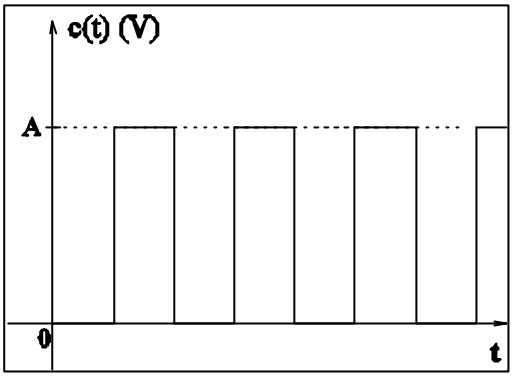



Figura 1-45. Señal cuadrada.

### 1.9.2 Señales sinusoidales

Una señal sinusoidal se escribe mediante cualquiera de las funciones

$$v(t) = A \cdot \text{sen}(wt \pm q)$$
$$v(t) = A \cdot \cos(wt \pm q)$$

A se denomina amplitud de la señal, ω representa la frecuencia angular (medida en rad/s), llamaremos a la cantidad (ωt+θ) fase de la señal y a θ, medida en radianes, la denominaremos desfase. Esta señal es periódica y en la Figura 1-46 mostramos su forma de onda.

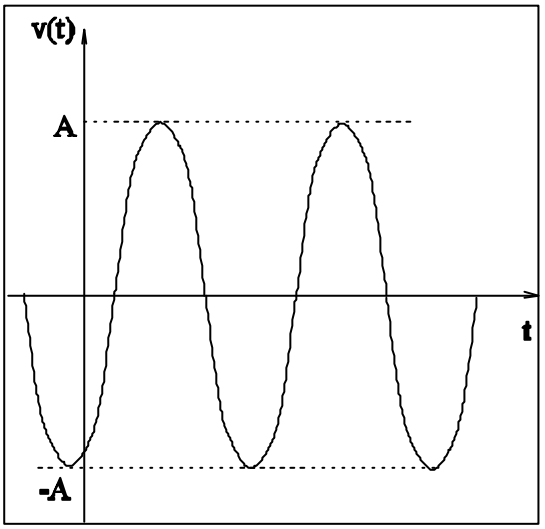



Figura 1-46. Señal sinusoidal.

La frecuencia angular está relacionada con la frecuencia f medida en hertzios (Hz) por

$$f = \frac{w}{2p}$$

y el periodo T de la señal, que expresamos en segundos es

$$T = \frac{1}{f}$$

Si la señal sinusoidal es una tensión se llama tensión pico a pico al valor

$$V_{pp} = 2 \cdot A$$

## 1.10 Circuitos RCL. Impedancia.

Los circuitos en los que estén presentes, además de fuentes y resistencias, condensadores y bobinas se denominan circuitos RCL. Incluimos algunos aspectos básicos de estos dos elementos lineales, que son necesarios para una compresión sencilla del funcionamiento de los mismos.

Los condensadores están definidos por la ecuación constitutiva siguiente

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

donde C es la capacitancia del condensador. Es evidente que si la tensión, v, no depende del tiempo (esto se denomina régimen de corriente continua) su derivada es nula y por tanto la corriente que fluye a su través es también nula. De modo que si la tensión que cae entre los terminales de un condensador es constante el condensador opera como un circuito abierto. Por otro lado, si la tensión depende del tiempo tiene que ser una función continua. En otro caso su derivada tendería a infinito y por ende la corriente sería infinita que es una situación inadmisible en un circuito.

Por último indicamos que el condensador es un elemento capaz de almacenar cierta carga. Podemos calcular la cantidad de carga almacenada mediante la conocida ecuación

$$q = C \cdot v$$

así, para cierto valor de tensión a mayor capacitancia mayor es la carga que almacena el elemento.

Por su parte, las bobinas están definidas por la ecuación constitutiva siguiente

$$v = L\frac{di}{dt}$$

donde L es la inductancia del elemento. Si la corriente i no depende del tiempo su derivada es nula y por tanto la tensión que cae entre los terminales de la bobina es nula y funciona como un cortocircuito. Además la corriente debe ser una función continua del tiempo ya que en otro caso se establecería una tensión infinita a través de la bobina. Es decir, las bobinas no permiten cambios bruscos en los valores de las corrientes que fluyen a su través.

Las bobinas almacenan flujo magnético (campo magnético)

$$j = L \cdot i$$

la inductancia es una medida de la cantidad de campo magnético capaz de almacenar un inductor.

Volviendo a los circuitos RCL, su análisis se realiza aplicando las leyes de Kirchoff junto con las ecuaciones constitutivas. Esto nos permite escribir una ecuación diferencial, llamada ecuación dinámica del circuito, que una vez resuelta describe su funcionamiento.

Cuando la excitación es sinusoidal, se pueden aplicar técnicas de análisis en las que los elementos del circuito se representan mediante números complejos llamados fasores. No vamos a entrar aquí a realizar una descripción exhaustiva de la técnica. Nos basta con indicar que con ella se definen unas magnitudes llamadas impedancias de los elementos y medidas en óhmios, que son, en general, números complejos y que podemos interpretar como cantidades análogas a la resistencia de los elementos, de hecho son el cociente entre el fasor tensión y el fasor corriente en estos circuitos.

La impedancia de una resistencia de valor R la definiremos por

$$Z_R = R$$

La impedancia de un condensador de capacitancia C depende de la frecuencia de la señal sinusoidal de excitación, si ω es dicha frecuencia

$$Z_C = \frac{1}{jwC}$$

aquí utilizamos $j = \sqrt{-1}$ para que no haya confusión con el símbolo de la corriente eléctrica i. Notamos que cuanto mayor es la frecuencia o la capacitancia, menor es la impedancia de un condensador. Por lo tanto a frecuencias grandes o con capacitancias grandes la “resistencia” de un condensador es pequeña y, en algunos casos, podremos despreciar su influencia para simplificar los análisis. Por contra a frecuencias muy bajas la impedancia es grande. Esto está de acuerdo con lo dicho anteriormente: si la señal no depende del tiempo (corriente continua, o lo que es lo mismo ω=0) el condensador es un circuito abierto.

Finalmente indicaremos que la impedancia de una bobina de inductancia L excitada por una fuente sinusoidal de frecuencia ω es

$$Z_L = jwL$$

notamos que en corriente continua la bobina presenta una impedancia nula.

## 1.11 Fuentes dependientes.

Además de las fuentes independientes podemos hablar de unas fuentes especiales que establecen una tensión o corriente que depende del valor que tenga la caída de tensión entre un par de nudos a los que no está conectada, o la corriente en una rama en la que no se encuentra. Esta fuentes se llaman fuentes dependientes o fuentes controladas.

Existen cuatro tipos distintos de fuentes controladas. Así, las **fuentes de tensión controladas por tensión** (en inglés se abrevia **VCVS**) establecen una tensión entre sus terminales que es una función de la tensión que cae entre un par de nudos del circuito no coincidentes con los nudos entre los que está conectada.

Las **fuentes de tensión controladas por corriente** (en inglés se abrevia **CCVS**) establecen una tensión entre sus terminales que es una función de la corriente que fluye por una rama del circuito a la que no pertenece.

Las **fuentes de corriente controladas por tensión** (en inglés se abrevia **VCCS**) establecen una corriente en la rama a la que se conectan que es una función de la tensión que cae entre un par de nudos del circuito no coincidentes con los nudos entre los que está conectada.

Las **fuentes de corriente controladas por corriente** (en inglés se abrevia **CCCS**) establecen una corriente en la rama a la que se conectan que es una función de la corriente que fluye por una rama del circuito a la que no pertenece.

La relación entre las variables puede ser cualquiera, es decir una fuente de tensión controlada por corriente puede poseer una ecuación constitutiva general del tipo

$$v = f(i_X)$$

donde $v$ representa la tensión entre los terminales de la fuente y la variable $i_X$, llamada variable de control, es la corriente en cualquier rama del circuito. Las fuentes controladas son resistores. Aunque están definidas fuentes que dependan de más de una variable, en este tema nos centraremos en las fuentes dependientes lineales con una sola variable de control, cuya ecuación constitutiva es

$$f(i_X) = A \cdot i_X$$

A representa un valor constante. Más adelante se utilizarán fuentes dependientes más complicadas.

Los símbolos de circuito que utilizaremos para las fuentes dependientes lineales se indican en la Figura 1-47.

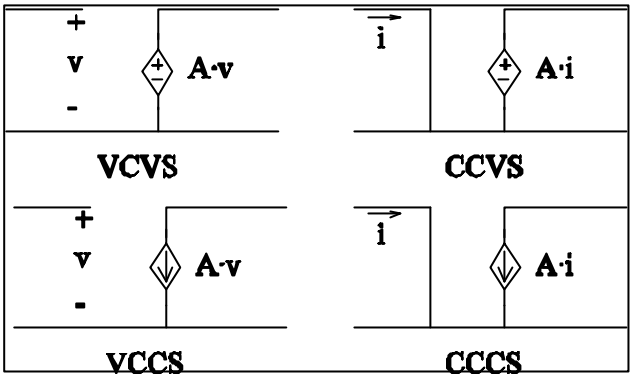



Figura 1-47. Fuentes dependientes.

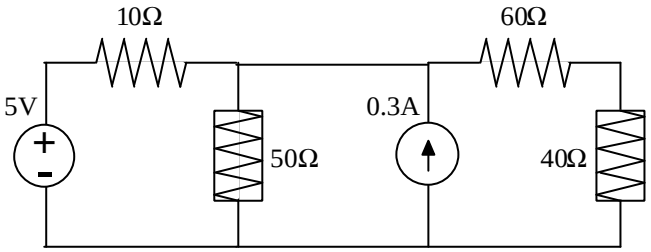
## 1.12 Problemas propuestos

Problema 1

Comprobar que $V_0$ es la mitad de la tensión de alimentación en el circuito de la figura.

Problema 2

Resolver el circuito de la figura mediante el método de análisis de mallas. Calcular la potencia disipada por las resistencias.

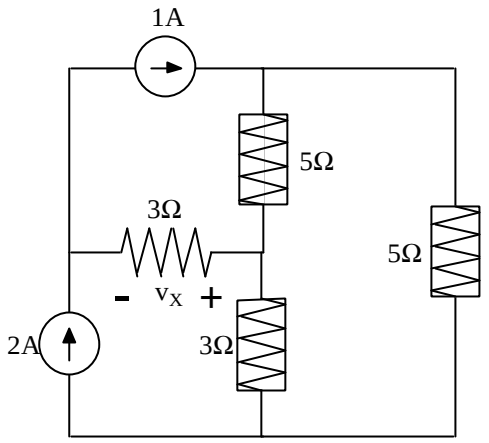



Problema 3

Resolver el circuito de la figura mediante el método de análisis de nudos. Calcular la potencia entregada por ambas fuentes independientes.

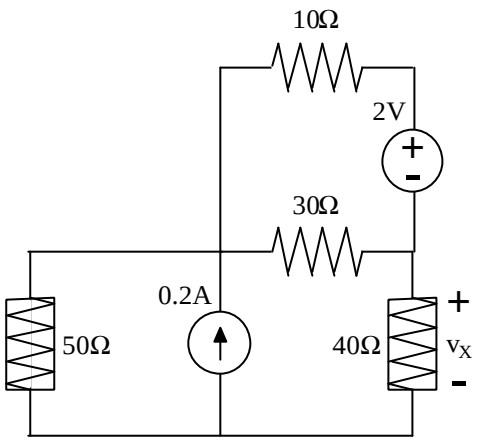
Problema 4

Calcular $v_X$ en el circuito de la figura



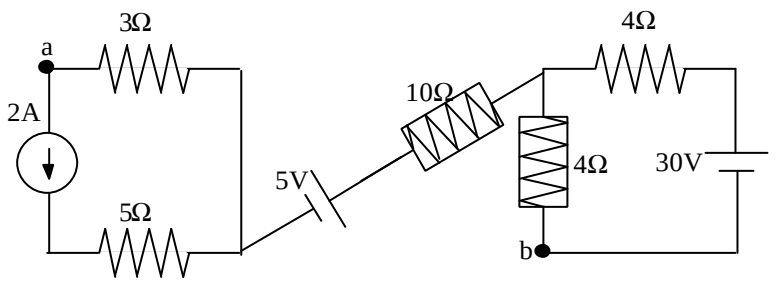

Problema 5

Calcular $v_X$ en el circuito de la figura



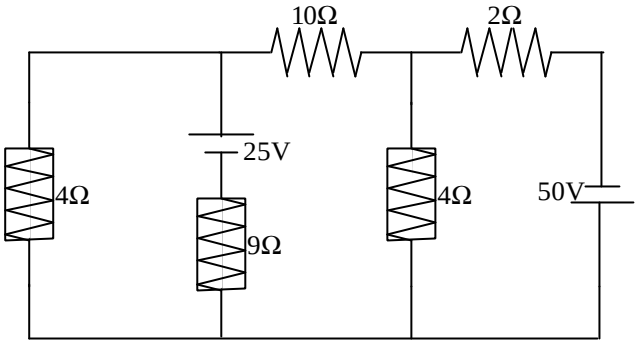

Problema 6

Calcular Vab en el circuito de la figura



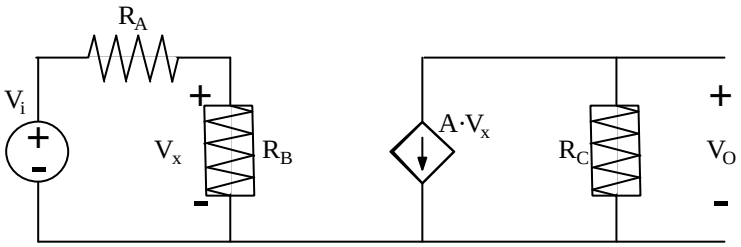

Problema 7

Resolver el circuito de la figura



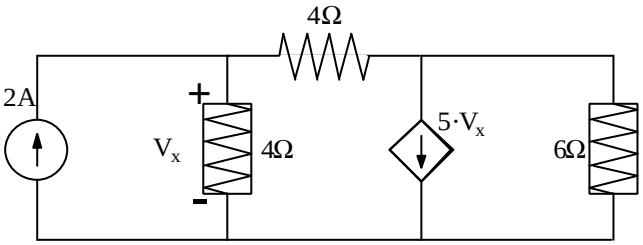

Problema 8

Calcular la tensión de salida del circuito de la figura.



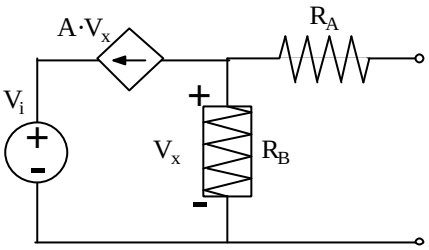

Problema 9

Resolver el circuito de la figura




Problema 10

Calcular el circuito equivalente Thévenin visto desde los terminales del circuito de la figura

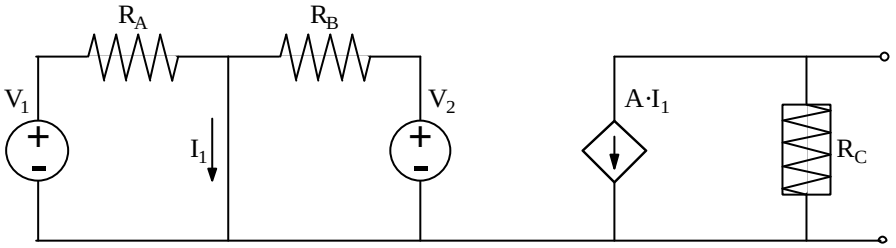



Problema 11

Calcular el equivalente Norton visto desde los terminales del circuito de la figura anterior.

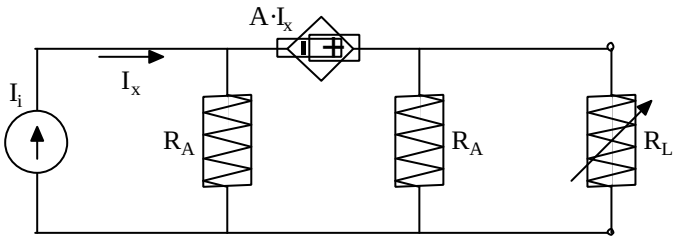
Problema 12

Calcular el equivalente Thévenin visto desde los terminales del circuito de la figura



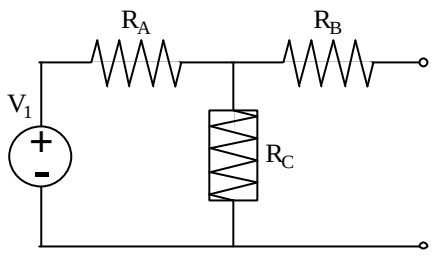

Problema 13

La máxima transferencia de potencia desde un circuito a otro conectado a su salida se consigue si las impedancias están adaptadas; es decir, si la impedancia de entrada y salida de ambos circuitos son iguales. Con ello calcular el valor de la resistencia $R_L$ del circuito de la figura para que la potencia transferida a dicha resistencia sea máxima y comprobar el resultado.



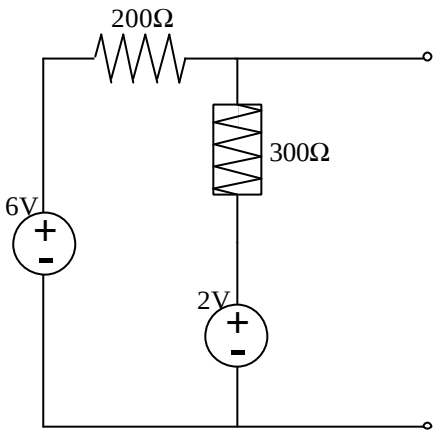

Problema 14

Calcular el equivalente Thévenin visto desde los terminales del circuito de la figura



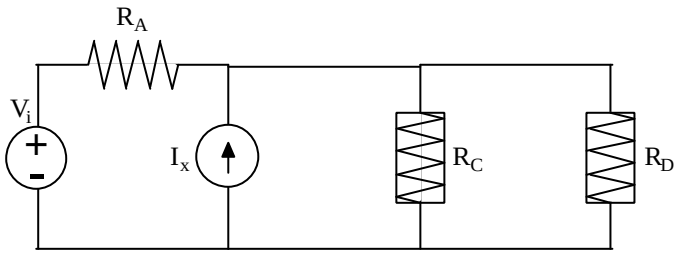

Problema 15

Calcular el equivalente Norton visto desde los terminales del circuito de la figura



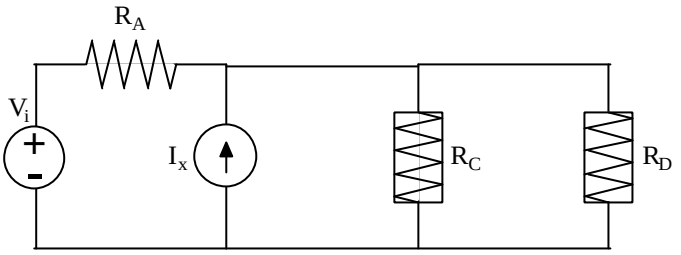

Problema 16

Calcular el equivalente Norton visto por $R_A$ en el circuito figura.



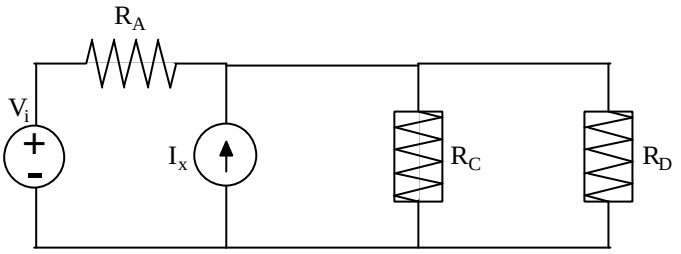

Problema 17

Calcular el circuito equivalente Thévenin visto por la resistencia $R_A$ en el circuito de la figura



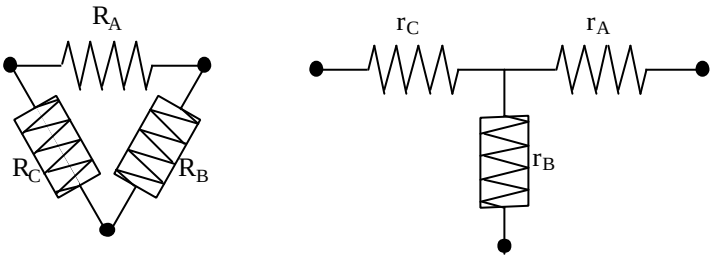

Problema 18

Calcular el circuito equivalente Thévenin visto por la resistencia $R_D$ en el circuito de la figura.




Problema 19

Obtener las relaciones que deben existir entre las resistencias para que los circuitos de la figura sean equivalentes

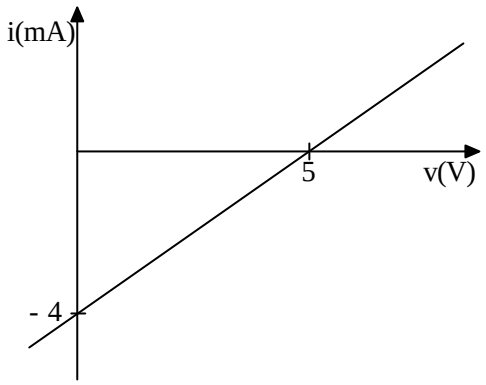



Problema 20

Hallar expresiones para la asociación de dos y tres resistencias en paralelo.

Problema 21

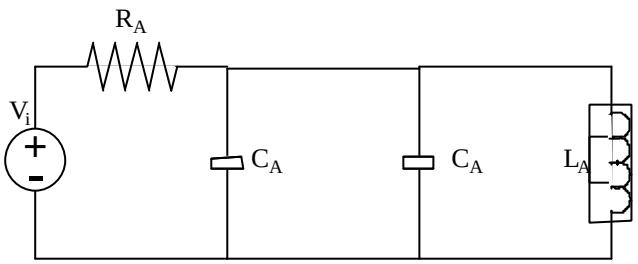
La figura muestra la característica $i$-$v$ vista desde un par de terminales de un circuito resistivo. Proponer un circuito equivalente.




Problema 22

Calcular la corriente que entrega la fuente en el circuito de la figura (utilizar la representación de impedancias complejas).

Tomar $V_i(t)=5\ \mathrm{sen}(2\pi t)$, $R_A=10\Omega$, $C_A=1\mu F$, $L_A=2nH$.

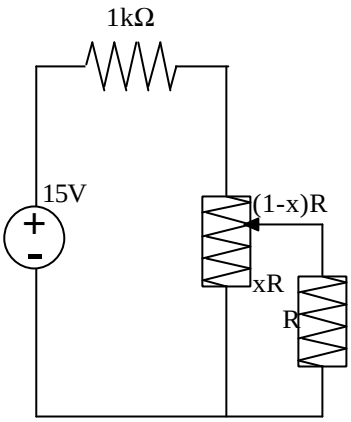



Problema 23

Calcula la tensión eficaz y el valor pico a pico de la señal de excitación del problema anterior. Dibujar, además, un tren de pulsos de periodo 20 ms y amplitud 10 V; esta señal tiene un nivel de continua (“offset”) de 5 V”.

Problema 24

Calcular el valor de x en el circuito de la figura para que el potenciómetro disipe 36 mW. R=1kΩ.


1kΩ
15V
+
-
(1-x)R
xR
R

# 2 El diodo

## 2.1 Introducción

Abordamos en este capítulo el estudio del más sencillo de los elementos de circuito no lineales: el diodo. Este elemento posee dos terminales a los que nos referiremos como ánodo y cátodo. Los diodos se fabrican con materiales semiconductores, tales como el silicio, Si, Germanio, Ge o Arseniuro de Galio, GaAs. A partir del estudio del diodo semiconductor se puede abordar el estudio de otros dispositivos electrónicos no lineales.

Su operación es tal que deja pasar corriente en un sentido y la bloquea en el contrario. Esta característica de su funcionamiento se utilizará para estudiar circuitos con diodos así, como sus aplicaciones a circuitos rectificadores, recortadores, limitadores y fuente de alimentación.

## 2.2 Objetivos

Los objetivos que se desean cubrir con este capítulo son:

- Estudio y presentación del diodo ideal, comportamiento ideal de un diodo como rectificador y como circuito recortador
- Estudio del diodo real, presentando el diodo zener y distintos modelos de operación del diodo así como su modelo en régimen estacionario
- Resolución de circuitos con diodos a partir de los métodos de análisis de circuitos del capítulo 1 son aplicados a los circuitos no lineales.
- Presentación de técnicas que permitan representar los diodos mediante una ecuación constitutiva lineal. Esta técnica servirá para representar a cualquier elemento no lineal.
- Presentación y justificación de los modelos de pequeña señal y definición de circuito incremental.
- Estudio de circuitos que funcionan como limitadores de señal, se estudiaran modelos ideales y reales de estos bloques.

- Conversión de corriente alterna a corriente continua, como aplicación de los diodos, para ello se estudian diversos circuitos hasta llegar a la fuente de alimentación que transforma las señales alternas (sinusoidales) en señales continuas..

## 2.3 El diodo ideal

Para facilitar la exposición del diodo empezamos presentando una aproximación al dispositivo real que llamaremos diodo ideal. El diodo ideal es un elemento de circuito de dos terminales cuyo símbolo y característica i-v mostramos en la Figura 2.1. Uno de los terminales se denomina ánodo (positivo) y el otro cátodo (negativo).

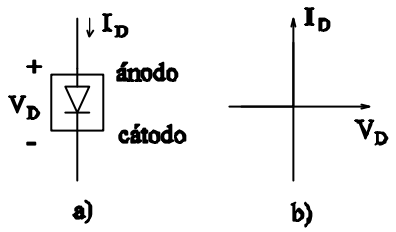



**Figura 2.1 a) Símbolo de circuito del diodo ideal. b) Característica i-v**

Si la caída de tensión es nula diremos que el diodo ideal está polarizado en directa. Bajo polarización directa la corriente fluye en el sentido ánodo-cátodo y puede tomar cualquier valor positivo. De modo que en esta región de operación el diodo ideal es equivalente a un cortocircuito. Si la caída de tensión entre el ánodo y el cátodo es negativa el diodo ideal opera en su región inversa de funcionamiento. Observamos en la Figura 2.1 que la corriente es nula para cualquier valor negativo de la tensión y el dispositivo equivale a un circuito abierto. Esta propiedad de permitir el paso de la corriente en un sentido e impedirlo en el sentido contrario la llamamos rectificación.

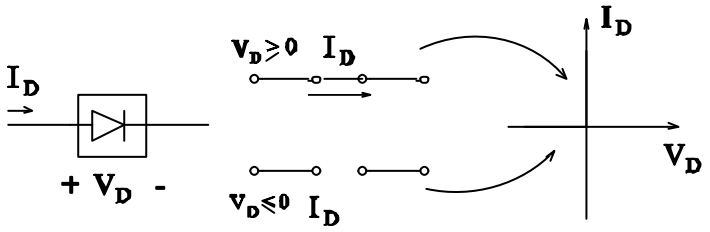



**Figura 2.2 Funcionamiento del diodo ideal**

### 2.3.1 El diodo ideal como rectificador

El circuito de la Figura 2.3, es un circuito de media onda, $V_g$ es la señal sinusoidal que mostramos en la Figura 2.4. Para analizar el funcionamiento de este circuito consideraremos por separado la situación en que $V_g$ sea positiva o negativa. Si es positiva o nula el diodo permite el paso de la corriente y equivale a un cortocircuito, por eso el valor de la tensión de salida $V_0$ es igual al de la fuente de tensión

$$v_0 = V_g ; si \quad V_g \geq 0 \tag{2.1}$$

En el caso contrario, $V_g$ negativa, el diodo opera en inversa y equivaldrá a un circuito abierto. De modo que

$$V_0 = 0; si \quad V_g < 0 \tag{2.2}$$

En la Figura 2.4 mostramos el resultado de nuestro análisis. Vemos que este circuito elimina la parte negativa de la señal.

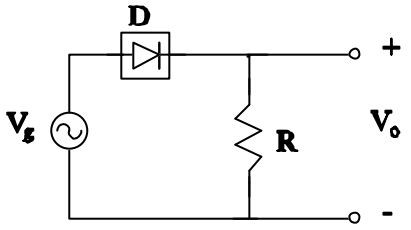



**Figura 2.3 Circuito rectificador de media onda con diodo ideal**

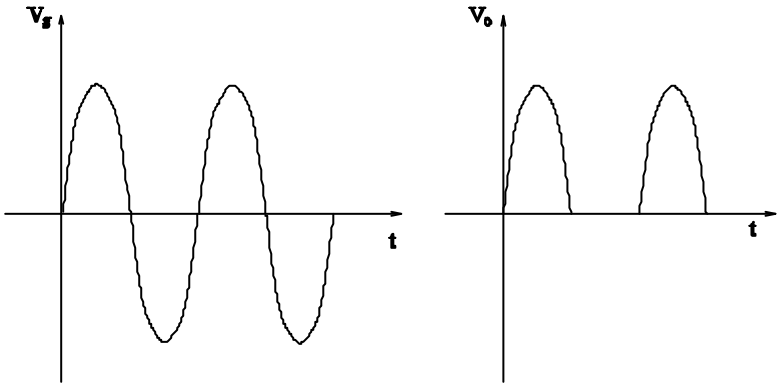



**Figura 2.4 Tensiones de entrada y de salida del circuito rectificador**

### 2.3.2 Circuito recortador con diodo ideal

Otra de las aplicaciones de los diodos es el circuito recortador cuyo esquemático se muestra en la Figura 2.5. Su funcionamiento es simple. Para analizarlo nos basaremos en la expresión de $V_D$ para este circuito

$$v_D = V_0 - V_r ; V_0 = V_g - i \cdot R \Rightarrow v_D = V_g - V_r - i \cdot R \tag{2.3}$$

siendo i el valor de la corriente que fluye por la resistencia (que coincide con la que fluye por el diodo). Recordemos ahora que $v_D$ será nula si el diodo ideal opera en directa (conduce) o tendrá un valor negativo si la operación es en inversa.

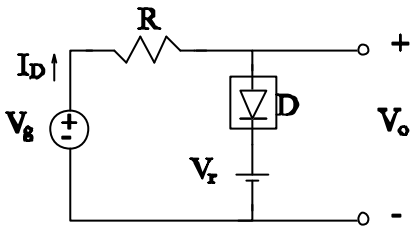



**Figura 2.5 Circuito recortador**

¿Cuáles son las condiciones a satisfacer para que el diodo conduzca?.

Hagamos $V_D$=0 en la ecuación anterior

$$0 = V_g - V_r - i \cdot R \Rightarrow V_g = V_r + i \cdot R \Rightarrow V_g \geq V_r \tag{2.4}$$

ya que $I_D$ es no negativa si el diodo conduce. Además

$$V_0 = V_g - i \cdot R = V_r + i \cdot R - i \cdot R = V_r \tag{2.5}$$

es decir, si la tensión de entrada es superior o igual a la de la fuente independiente de valor $V_r$, la tensión de salida es precisamente $V_r$.

El caso contrario, es decir, para que el diodo ideal opere en la región inversa debe no ocurrir lo anterior, es decir

$$V_g < V_r \tag{2.6}$$

y la caída de tensión a la salida será igual a la señal de entrada ya que la corriente es nula (el diodo equivale a un circuito abierto)

$$V_0 = V_g - i \cdot R = V_g \tag{2.7}$$

Los resultados del análisis nos permiten representar los efectos del circuito recortador sobre las señales de entrada Figura 2.6.

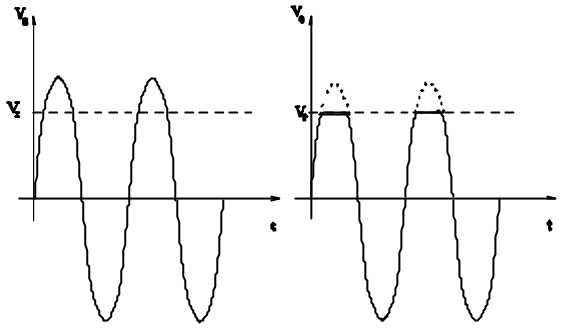


**Figura 2.6 Tensiones de entrada y salida del circuito recortador**

## 2.4 El diodo real

El funcionamiento del diodo ideal se aproxima al de un dispositivo electrónico llamado diodo real que está fabricado con un material semiconductor como silicio, germanio, arseniuro de galio u otros.

Las propiedades físicas de los semiconductores son distintas a las de los conductores y a las de los aislantes. Así, por ejemplo, el silicio puro conduce a temperatura ambiente pero a medida que se enfría va dejando de hacerlo. Es más, en las proximidades del cero absoluto de temperaturas (0K), no conduce. La gran ventaja de este tipo de materiales es que podemos introducir en ellos algunas impurezas, en una cantidad precisa, y modificar algunas de sus propiedades. De hecho, determinadas impurezas hacen que aumente el número de cargas libres negativas (electrones) en el material, con otras podemos aumentar las cargas libres positivas (que se llaman huecos). Una muestra de material semiconductor que posea impurezas de las que aumentan el número de electrones se llama semiconductor tipo n (de negativo), y al contrario, si el semiconductor está "dopado" con impurezas que producen el aumento de los huecos de llama semiconductor tipo p (positivo). Lo verdaderamente interesante de todo esto es que podemos controlar la cantidad de impurezas de uno y otro tipo y, por lo tanto, el número de cargas libres que hay en la muestra.

Pues bien, el diodo real basa su operación en una unión de semiconductor tipo p con otro tipo n, llamada unión pn. Es decir, si analizamos la estructura microscópica del diodo observamos que el

semiconductor cambia de tipo p a tipo n al recorrerlo (Figura 2.7). Los detalles de los procesos físicos que describen el funcionamiento del diodo son propios de una disciplina llamada "dispositivos semiconductores" y queda fuera de este texto. De modo que presentaremos el diodo "visto" desde afuera. Llamaremos ánodo al terminal conectado a la región tipo p y cátodo al conectado a la tipo n.

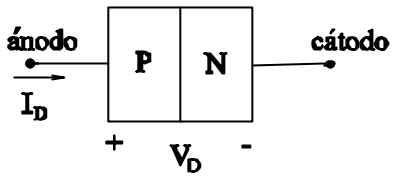



**Figura 2.7 Unión PN**

Cuando entre ánodo y cátodo (en ese orden) cae una tensión, que no depende del tiempo, de valor $V_D$, la corriente $I_D$ que fluye a través del diodo depende de la tensión de la manera que mostramos en la Figura 2.8.b. Esta curva es la característica i-v del diodo. Es evidente que no se trata de una línea recta, por lo tanto este dispositivo es un resistor no lineal.

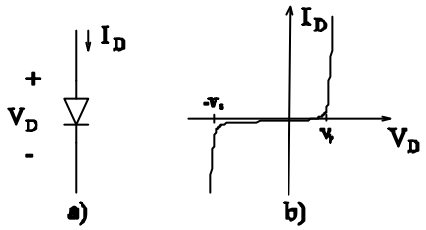



**Figura 2.8 a) Símbolo de circuito del diodo. b) Característica**

Observamos en la figura que si $v_D$ es menor o igual que cierto valor negativo y fijo (es fijo para un diodo, pero no es el mismo para cualquier diodo) que llamaremos tensión Zener o tensión de ruptura, $-V_z$ (tal como la hemos definido, la cantidad $V_z$ es positiva), la corriente que fluye por el diodo es negativa y puede ser grande. una corriente negativa significa que su sentido es cátodo-ánodo, osea, en el sentido opuesto al indicado en la Figura 2.8.a.

Si aumentamos el valor de $V_D$ hasta uno superior a la tensión Zener vemos que fluye una corriente negativa y muy pequeña a través del diodo (en la figura esta corriente está aumentada para que la podamos ver). La corriente es casi constante y se llama corriente inversa de saturación, $I_s$.

Cuando $V_D$ es superior o igual a cero diremos que el diodo está polarizado en directa (si $V_D$ <0 diremos que está en inversa). En directa el diodo sólo permite el paso de una corriente positiva. Vemos en la Figura 2.8.b que en las proximidades del valor nulo de $V_D$ esta corriente es pequeña pero que cuando la tensión supera cierto valor, que llamaremos tensión umbral del diodo, $V_\gamma$ (de

valor próximo a 0.7 V para todos los diodos de silicio) la corriente crece con una pendiente muy grande.

Además de esta corriente, cuando la tensión aplicada al diodo varía en el tiempo aparece un término de corriente adicional, $i_C$. Utilizamos letras minúsculas para denotar corrientes o tensiones que varían con el tiempo y mayúsculas para las que son invariables con el tiempo. Podemos añadir esta corriente a la expresada por la característica i-v (que corresponde al régimen estático) en forma de la corriente que fluye por un capacitor no lineal cuya capacitancia, $C_D$, depende de $v_D$ en una forma parecida a la mostrada en la Figura 2.9.a.

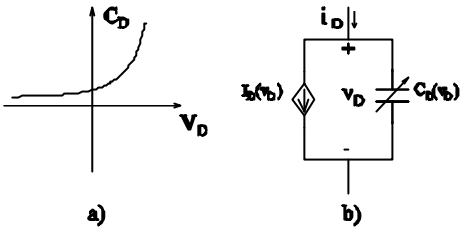



**Figura 2.9 a) Característica. B) Circuito equivalente en régimen estacionario**

Por lo tanto, en régimen dinámico la corriente $i_D$ que "entra" al diodo es la suma de la estática ($I_D$) y la dinámica ($i_C$). Esto lo indicamos con el circuito de la Figura 2.9.b donde la fuente de corriente controlada por tensión modela la corriente estática de la Figura 2.8.b.

Una vez que hemos expuesto la forma en que opera el diodo, nos ocuparemos en los próximos apartados de dar expresiones algebraicas para las curvas características $I_D$-$V_D$ y $C_D$-$v_D$ del dispositivo, con esto definiremos sus ecuaciones constitutivas. Realizaremos la presentación de estas expresiones separando el régimen estático del dinámico. Pero antes dedicamos unas líneas a un tipo especial de diodo: el diodo Zener

### 2.4.1 El diodo Zener

En general intentaremos evitar que los diodos operan en la región de ruptura porque en ella el nivel de corriente y la tensión presentan valores elevados. Por ello la potencia que el dispositivo ha de disipar puede ser grande y corremos el riesgo de quemarlo.

Sin embargo poder operar en esta región es muy útil para determinadas aplicaciones porque en ella se producen grandes variaciones de la corriente con pequeños variaciones de la tensión $v_D$. Por esto existen unos diodos especiales, que llamaremos diodos Zener, concebidos para que funcionen en ruptura sin que se quemen. En la Figura 2.10 podemos ver el símbolo de circuito y un modelo lineal que da cuenta de su funcionamiento.

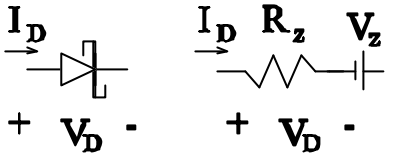



**Figura 2.10 Diodo Zener y circuito equivalente**

### 2.4.2 Modelos de operación del diodo en régimen estático

En este apartado daremos varias expresiones para modelar la fuente controlada del esquemático de la Figura 2.9.b que corresponde a la corriente que fluye por el diodo cuando las magnitudes no dependen del tiempo. Presentamos tres modelos distintos, útiles para distintos tipos de análisis. Todos estos modelos los llamamos modelos en gran señal porque son válidos para un amplio margen de variación de las corrientes y tensiones.

#### 2.4.2.1 Modelo ideal

El modelo del diodo ideal es el más sencillo de los modelos de este dispositivo. Lo hemos descrito ya al inicio del capítulo y con este modelo aproximamos la curva de la Figura 2.8.b por la Figura 2.1.b. Este modelo desprecia la región de ruptura y la tensión umbral del diodo real.

La ecuación constitutiva del diodo ideal es

$$I_D = \begin{cases} 0, V_D < 0 \\ I, V_D = 0 \end{cases} \tag{2.8}$$

donde I es cualquier valor positivo.

#### 2.4.2.2 Modelo lineal a tramos

Este modelo aproxima la curva característica del diodo real (Figura 2.8.b) por una curva construida mediante tres líneas rectas que representan a las regiones de ruptura, corte y conducción y que mostramos a la izquierda de la Figura 2.11.

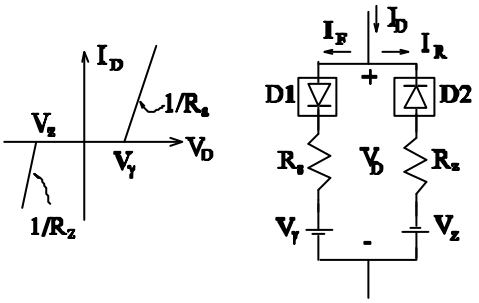



**Figura 2.11 Modelo lineal a tramos**

Con este modelo se representa la región de ruptura por una línea recta que corta al eje $V_D$ en $-V_z$ y cuya pendiente es $1/R_z$. La región de conducción se modela con otra línea recta que corta al eje de abcisas en $V_\gamma$, de pendiente $1/R_s$. El tramo recto horizontal intermedio da cuenta de la región de corte. La ecuación constitutiva del diodo representado por el modelo lineal a tramos es

$$I_D = \begin{cases} \frac{1}{R_z} V_D + \frac{V_z}{R_z}; & V_D \leq -V_z \\ 0; & V_D < V_g \\ \frac{1}{R_z} V_D + \frac{V_g}{R_z}; & V_D \geq V_g \end{cases} \tag{2.9}$$

Alternativamente a la ecuación constitutiva podemos expresar el modelo lineal a tramos mediante el circuito indicado en el esquemático de la Figura 2.11 donde hacemos uso de dos diodos ideales, dos resistencias de valores $R_z$ y $R_s$ y dos fuentes independientes de tensión $V_z$ y $V_\gamma$. Llamaremos resistencia Zener a $R_z$ y resistencia serie a $R_s$, dado que modelan unas pendientes muy grandes sus valores serán pequeños. La rama por la que fluye $I_F$ modela el funcionamiento del diodo en directa. Notemos que $I_F$ sólo puede ser positiva o nula ya que el diodo D1 es ideal. Si $V_D \geq V_\gamma$ este diodo está en conducción y equivale a un cortocircuito. Con este valor de la tensión el diodo ideal D2 estará cortado, equivale a un circuito abierto y la rama en la que está situado no tiene influencia sobre el circuito. Es decir, si el diodo real opera en conducción sólo es necesaria la rama en que se halla D1 para representar el funcionamiento del mismo. Razonando análogamente concluiremos que en la región de ruptura $V_D \leq V_\gamma$) el modelo se simplifica a la rama que contiene D2. Si $V_z < V_\gamma$ ambos diodos ideales estarán cortados y la corriente fluyendo por el diodo real es nula.

### 2.4.2.3 Modelo exponencial

El exponencial es el modelo que se deriva del análisis físico de la unión pn. La ecuación constitutiva del diodo real (fuente controlada) se expresa por

$$I_D = I_s \left( e^{\frac{V_D}{hV_t}} - 1 \right) \tag{2.10}$$

aquí $I_s$ representa a la corriente inversa de saturación, $\eta$ es un parámetro que llamaremos factor de idealidad y cuyo valor se encuentra en el intervalo [1,2]. Por último llamaremos tensión térmica a $V_t$. Su valor es 0.026 V a la temperatura ambiente.

#### 2.4.2.4 Comentario final

En los apartados anteriores hemos presentado tres alternativas al modelado del diodo de unión pn. Cada una de ellas es de aplicación en un ámbito distinto y a ello dedicamos estas líneas.

Gracias a su simplicidad, el modelo del diodo ideal es especialmente útil cuando deseemos realizar análisis rápidos con los que resaltar aspectos cualitativos frente a los resultados numéricos. También podremos utilizar este modelo para obtener resultados cuantitativos si no es necesario que sean muy precisos. Sin embargo, no es válido si deseamos cierta fiabilidad.

En los análisis a mano (con lápiz y papel) deberemos utilizar el modelo lineal a tramos porque el exponencial introduce en el cálculo una ecuación trascendente cuya resolución es iterativa y, por tanto, lenta y tediosa. Sin embargo, en el análisis mediante simulación por ordenador del funcionamiento del dispositivo utilizaremos modelos basados en el exponencial, algo más completos para incluir efectos como la ruptura o algunos otros más sutiles. Además el modelo exponencial es un modelo físico: sus parámetros contienen información sobre la física del dispositivo.

### 2.4.3 Modelo en régimen dinámico

Si se excita al diodo real con una señal que varíe en el tiempo es importante considerar los efectos del capacitor $C_D$. Podemos escribir el valor se su capacitancia en la forma

$$C_D = C_s + C_j \tag{2.11}$$

donde $C_s$ es la capacidad de difusión y la definimos por

$$C_s = t_t \frac{dI_D}{dv_D} = t_t \frac{I_s}{hV_t} e^{\frac{V_D}{hV_t}} \tag{2.12}$$

donde $\tau_t$ es el tiempo de tránsito del diodo. Por otro lado $C_j$ es la capacidad de deplexión cuyo valor es

$$C_j = \frac{C_{j_0}}{\left(1 - \frac{v_D}{V_j}\right)^M} \tag{2.13}$$

el valor de M estará en el intervalo [0.3, 0.5].

$C_s$ depende exponencialmente de $v_D$, por lo tanto resultará que su valor va a ser muy grande si $v_D$ es positiva y muy pequeño en caso contrario. Luego $C_s$ dominará en la región directa y $C_j$ lo hará en inversa ya que si

$$v_D > V_g \Rightarrow C_s >> C_j; \quad v_D < V_g \Rightarrow C_s << C_j \tag{2.14}$$

Justificamos que si la frecuencia de las señales son moderadas o altas es muy importante introducir los efectos de estas capacidades, cuando la frecuencia es baja las capacidades se pueden despreciar.

## 2.5 Resolución de circuitos con diodos

Los métodos de análisis de circuitos del capítulo 1 son aplicables a los circuitos no lineales. Es decir, un circuito que contenga diodos se resuelve planteando las ecuaciones topológicas (leyes de Kirchoff) junto a las constitutivas de los distintos elementos. De esta manera dispondremos de un sistema de ecuaciones cuya solución es la del circuito. La presencia de elementos no lineales, como el diodo, limita la utilización de los teoremas de superposición, Thévenin y Norton a las partes del circuito que sean lineales. En este apartado mostramos los pasos a dar para resolver un circuito con diodos. Veremos cómo será necesario definir algunos conceptos que van a resultar fundamentales en electrónica.

Para que la exposición sea más clara la realizaremos en base al análisis de un circuito particular, sin embargo el procedimiento es genérico.

Calculemos, pues, la caída de tensión y la corriente que fluye en el diodo del circuito de la Figura 2.12. Este circuito contiene algunos elementos lineales (dos fuentes independientes invariables en el tiempo y tres resistencias) y un solo diodo real. Al ser las fuentes invariables en el tiempo el problema es de régimen estático (corriente continua). Son datos los valores de todos los elementos lineales y la característica i-v del diodo; esto es no disponemos de los valores de los parámetros de modelo del diodo sino una gráfica cuyos ejes nos dan los valores de la corriente y la tensión.

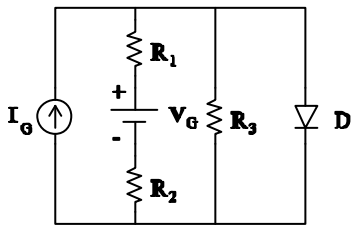



**Figura 2.12 Circuito ejemplo con diodo**

Antes de plantear las ecuaciones topológicas resulta conveniente simplificar el circuito. Para ello calculamos el circuito equivalente Thévenin de la subred lineal, que es la parte del circuito que "ve" el diodo; también podemos decir que es la "carga" del diodo. Para el cálculo del equivalente Thévenin nos ayudamos de la Figura 2.13.

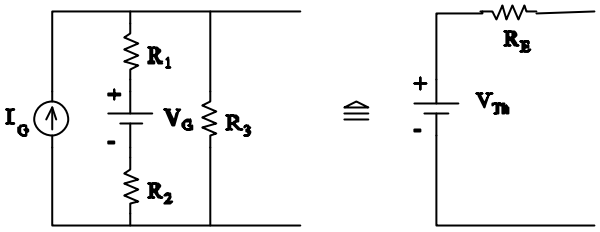



**Figura 2.13 Cálculo del equivalente**

$R_E$ es la resistencia equivalente "vista" desde los nudos terminales. Para el cálculo anulamos las fuentes y quedan las resistencias $R_1$ y $R_2$ conectadas en serie y éstas en paralelo con $R_3$. De manera que

$$R_E = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{2.15}$$

La fuente $V_{Th}$ tiene el valor de la caída de tensión entre los nudos terminales cuando éstos están abiertos. Operando

$$V_{Th} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\left(I_G + \frac{V_G}{R_1 + R_2}\right) \tag{2.16}$$

si $V_G$ e $I_G$ son positivas también lo será $V_{Th}$.

Con esto nuestro circuito es mucho más simple (Figura 2.14). La carga del diodo es la asociación en serie de la fuente $V_{Th}$ y la resistencia equivalente $R_E$. Hemos de determinar la corriente $I_D$ y la caída de tensión $V_D$.

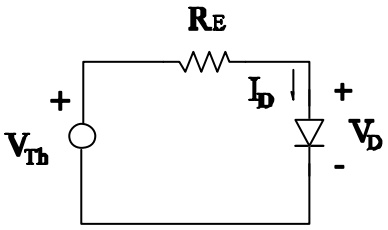



**Figura 2.14 Circuito equivalente Thévenin del circuito de la Figura 2.12**

Ahora es factible realizar una discusión cualitativa: dado que $V_{Th}$ es positiva, la fuente impulsará una corriente positiva hacia la resistencia, como esa corriente positiva es la que atraviesa al diodo, éste operará en la región directa (en inversa la corriente es negativa).

Además, si este diodo fuese ideal conoceríamos su ecuación constitutiva ($V_D$=0), es un cortocircuito) y podríamos calcular el valor de la corriente $I_D$,

$$I_D = \frac{V_{Th}}{R_E} = I_G + \frac{V_G}{R_1 + R_2} \tag{2.17}$$

Pero el diodo no es ideal y debemos seguir con nuestro análisis. Escribamos la ecuación de la ley de Kirchoff de las tensiones haciendo uso de la ley de Ohm (que es la ecuación constitutiva de $R_E$),

$$-V_{Th} + I_D R_E + V_D = 0 \tag{2.18}$$

para terminar de resolver el problema necesitamos incorporar al análisis otra ecuación con que plantear un sistema en $I_D$ y $V_D$. Dicha ecuación es la constitutiva del diodo, que en régimen estático es un resistor y tendrá la forma $I_D$ =f($V_D$). Sin embargo no disponemos de ella ya que sólo conocemos la característica i-v del diodo.

El método gráfico de resolución de un sistema de ecuaciones nos va a permitir avanzar. Éste método consiste en representar todas las ecuaciones del sistema sobre un mismo sistema de ejes y determinar la solución (si la hay) por el punto de corte de las gráficas. En nuestro caso el número de incógnitas es dos, por lo que la representación gráfica la haríamos en dos dimensiones.

Representemos, en un sistema de ejes $V_D$, $I_D$ la ecuación despejando la corriente

$$I_D = \frac{V_{Th} - V_D}{R_E} = -\frac{1}{R_E} V_D + \frac{V_{Th}}{R_E} \tag{2.19}$$

que es una línea recta cuya pendiente es $-1/R_E$ y tiene por ordenada en el origen el valor $V_{Th}/R_E$. Físicamente esta recta representa la carga del diodo, por eso la llamaremos recta de carga.

En el mismo sistema de ejes representaremos también la curva característica i-v del diodo real (Figura 2.15).

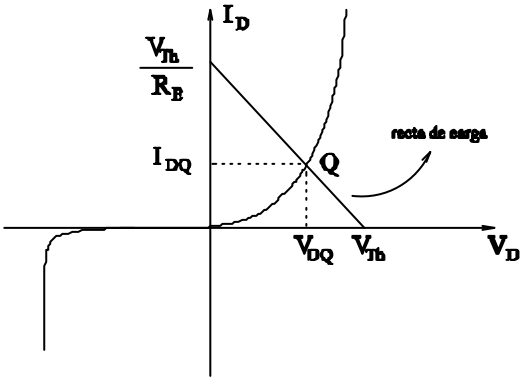


**Figura 2.15 Punto de operación**

Las gráficas se cortan en el punto Q que es la solución buscada. Las coordenadas de Q son ($V_{DQ}$, $I_{DQ}$). Estos valores son conocidos ya que podemos leerlos sobre los ejes de la característica del diodo. Llamaremos a Q "punto de operación del diodo" porque en dicho punto opera el dispositivo. Otros nombres del punto de operación son punto de reposo o punto de trabajo. Observamos que se confirma nuestro resultado cualitativo por cuanto el punto de operación está situado en la región de conducción de la característica i-v del diodo.

Los conceptos de recta de carga y punto de operación de un elemento no lineal son fundamentales en la electrónica porque permiten especificar dónde está polarizado el elemento. La palabra polarizado es sinónima a alimentado en el sentido de la región de la característica i-v (para el diodo pueden ser ruptura, corte o conducción) en que las fuentes de alimentación y las resistencias fuerzan la operación del elemento. De hecho la red resistiva que carga al diodo se diseña para mantener al elemento no lineal en el punto Q.

Podemos resolver ahora el circuito anterior pero con el diodo invertido tal como mostramos en la Figura 2.16. En este caso el sentido de la corriente $I_D$ y la polaridad de la caída de tensión $V_D$ son opuestas al caso anterior.

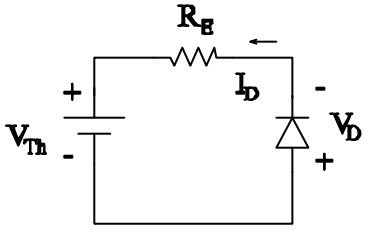



**Figura 2.16 Circuito con el diodo invertido**

La recta de carga del circuito de la Figura 2.16 es

$$I_D = -\frac{1}{R_E} V_D + \frac{V_{Th}}{R_E} \tag{2.20}$$

de modo que la solución es la mostrada en la Figura 2.17

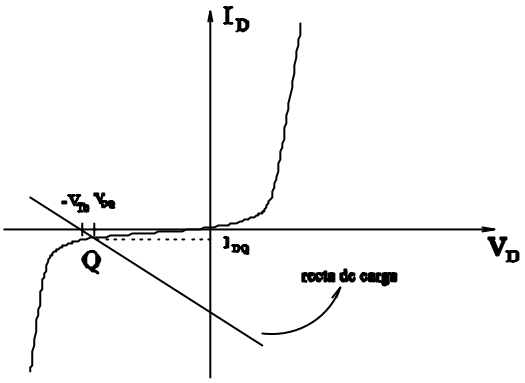



**Figura 2.17**

El punto de operación corresponde a la región inversa de la característica del diodo. En la Figura 2.17 se ha supuesto que $V_{Th}$ es tal que el diodo opera en corte (su valor es menor que la tensión Zener). Sin embargo, si $V_{Th}$ fuese mayor que la tensión Zener el diodo operaría en la región de ruptura (Figura 2.18). Esto muestra que seleccionando el valor de las fuentes VG e IG y el de las resistencias R1, R2 y R3, es decir seleccionando $V_{Th}$ podemos situar al diodo en la región deseada (dar la vuelta al diodo es lo mismo que hacer $V_{Th}$ negativa). Conclusión: con la red resistiva de carga polarizamos al diodo allí donde queramos.

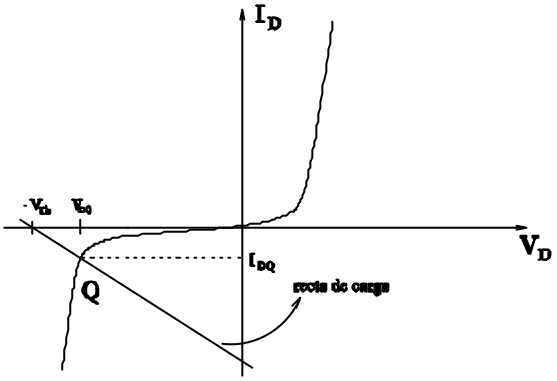



**Figura 2.18**

Como ejemplo de la utilización del modelo lineal a tramos resolveremos el primer circuito de nuevo suponiendo que son conocidos los parámetros del modelo $R_s$, $R_z$, $V_Z$ y $V_\gamma$. El diodo del circuito de la Figura 2.14 opera en la región directa (el análisis cualitativo sigue siendo válido), por lo tanto con el circuito equivalente del diodo propuesto por el modelo lineal a tramos nos queda el esquemático de la Figura 2.19 donde hemos eliminado el diodo ideal del modelo ya que es un cortocircuito.

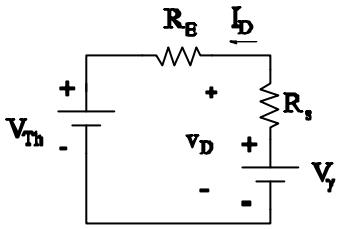



**Figura 2.19 Modelo del diodo de la Figura 2.14 operando en región directa**

Podemos escribir la ecuación

$$I_D = \frac{V_D - V_g}{R_s} \tag{2.21}$$

que es una aproximación algebraica de la curva característica i-v en la zona directa, es decir, es la ecuación constitutiva del diodo. Junto a la expresión de la recta de carga en este circuito podemos determinar el punto de operación

$$V_{DQ} = \frac{R_E R_s}{R_E + R_s}\left(\frac{V_{Th}}{R_E} + \frac{V_g}{R_s}\right) \tag{2.22}$$

Una vez sustituidos los datos numéricos hemos de corroborar que el punto de operación está ubicado en la región de conducción (conforme a la hipótesis que hemos realizado fruto del análisis cualitativo). En caso que no sea así repetiremos los cálculos utilizando el modelo en otra región (ruptura o corte).

Las soluciones del circuito con el diodo invertido pueden ser dos dependiendo de si la tensión $V_{Th}$ resulta mayor o menor que la tensión de ruptura, $V_z$. Si $V_{Th}<V_z$ el diodo está en la región de corte e $I_{DQ}=0$

$$0 = -\frac{1}{R_E}V_{DQ} - \frac{V_{Th}}{R_E} \Rightarrow V_{DQ} = -V_{Th} \tag{2.23}$$

en caso contrario, utilizando el tramo correspondiente a la región de ruptura del modelo lineal a tramos queda el siguiente sistema de ecuaciones y la solución indicada (Figura 2.20)

$$\left.\begin{aligned} I_{DQ} &= \frac{1}{R_z}V_{DQ} - \frac{V_z}{R_z} \\ I_{DQ} &= \frac{1}{R_E}V_{DQ} - \frac{V_{Th}}{R_E} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} I_{DQ} &= \frac{1}{R_z}\left(V_{Th} + V_z\right) \\ V_{DQ} &= \frac{R_E R_z}{R_E + R_z}\left(\frac{V_z}{R_z} + \frac{V_{Th}}{R_E}\right) \end{aligned}\right. \tag{2.24}$$

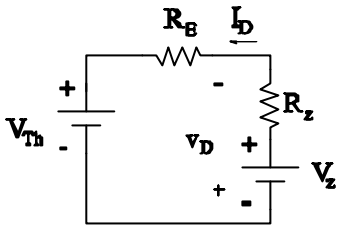



**Figura 2.20 Modelo del diodo de la Figura 2.14 operando en región de ruptura**

## 2.6 Circuito incremental y modelo en pequeña señal

En este apartado presentamos una técnica que nos va a permitir representar los diodos, en particular y todos los elementos no lineales en general, mediante una ecuación constitutiva lineal. Para ello aproximaremos la característica i-v por una determinada función lineal. Por contra esta aproximación lineal sólo se pueda utilizar en determinados rangos (pequeños) de corrientes y tensiones, por esta razón lo llamaremos modelo en pequeña señal. Previamente a su desarrollo justificamos su necesidad definiendo lo que vamos a entender por circuito incremental.

### 2.6.1 Circuito incremental

Añadamos al circuito de la Figura 2.14 una fuente de tensión variable en el tiempo $\Delta v_s$ en la posición indicada en la Figura 2.21 de modo que la caída de tensión $v$ es ahora

$$v = V_{Th} + \Delta v_s \tag{2.25}$$

y el circuito ya no opera en régimen estático, por eso la corriente la denotamos con $i_D$. Así el modelo del funcionamiento del diodo deberá incorporar el capacitor $C_D$.

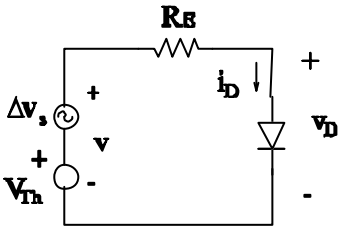



**Figura 2.21 Diodo con carga dinámica**

Del mismo modo que hemos escrito la tensión $v$ como la suma de un término independiente del tiempo ($V_{Th}$) y otro que depende de él ($\Delta v_s$), supongamos que es posible expresar tanto la corriente como la caída de tensión en el diodo de esa manera

$$\begin{aligned} v_D &= V_{DQ} + \Delta v_D \\ i_D &= I_{DQ} + \Delta i_D \end{aligned} \tag{2.26}$$

donde $V_{DQ}$ e $I_{DQ}$ son los valores correspondientes al punto de operación (régimen estático) que fija la fuente $V_{Th}$ y han sido obtenidos en el apartado anterior. Las magnitudes incrementales, $\Delta v_D$ e $\Delta i_D$, representan las desviaciones observadas cuando actúa la señal $\Delta v_s$.

La ley de Kirchoff de las tensiones arroja

$$-v + i_D R_E + v_D = 0 \Rightarrow v = i_D R_E + v_D \tag{2.27}$$

que junto a las ecuaciones anteriores permite escribir

$$V_{Th} + \Delta v_s = \left(I_{DQ} + \Delta i_D\right) R_E + \left(V_{DQ} + \Delta v_D\right) \tag{2.28}$$

como quiera que cuando $\Delta v_s$=0 teníamos que en el punto Q

$$V_{Th} = I_{DQ} R_E + V_{DQ} \tag{2.29}$$

nos queda que

$$\Delta v_s = \left(\Delta i_D\right) R_E + \Delta v_D \tag{2.30}$$

que es una relación entre magnitudes incrementales. Utilizando KVL podemos representar esta ecuación por un circuito. Esto lo haremos procediendo "al contrario" con la ley de Kirchoff, es decir buscamos un circuito tal que al aplicar esa ley nos dé la ecuación. El resultado es el circuito de la Figura 2.22 al que llamaremos circuito incremental porque en él las magnitudes son incrementales.

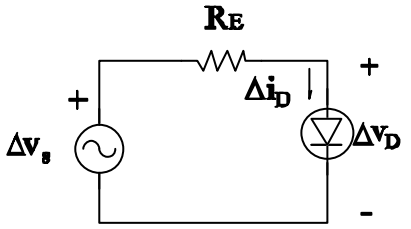



**Figura 2.22 Circuito incremental**

Hemos colocado un círculo sobre el símbolo del diodo porque, a priori, no sabemos cuál es el elemento que sustituye al diodo en el circuito incremental. Esto es algo que deberemos estudiar. Con la resistencia no ocurre lo mismo ya que es un elemento lineal y una de las propiedades de los elementos lineales es ésta: la caída de tensión incremental en la resistencia es $\Delta i_D \cdot R_E$.

Comparando los esquemáticos del circuito de partida (Figura 2.21) y del incremental (Figura 2.22) observamos que las fuentes independientes invariables en el tiempo se han anulado ($V_{Th}$ no aparece), los elementos lineales no cambian ($R_E$ está justo donde estaba), los elementos no lineales puede que varíen (el diodo cambia) y las magnitudes (corrientes y tensiones) tienen delante un símbolo $\Delta$.

En este caso la recta de carga del diodo se desplaza paralelamente respecto a la recta de carga en continua de la figura , así se producen incrementos de tensión $\Delta v_D$ y de corriente $\Delta i_D$, como se dibuja en la figura . Los incrementos también podrían ser negativos y la línea discontínua estaría debajo de la recta de carga. A la nueva recta de carga la llamamos recta de carga dinámica.

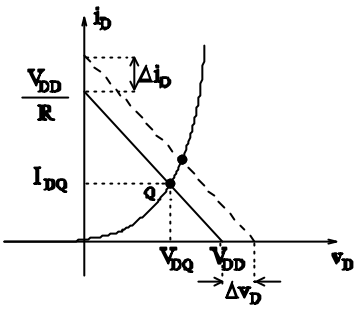



**Figura 2.23 Recta de carga del circuito incremental.**

## 2.6.2 Modelo en pequeña señal del diodo

En este apartado deduciremos el modelo del "diodo incremental". Buscamos una ecuación constitutiva lineal del diodo que exprese relaciones entre magnitudes incrementales. En primer lugar nos ocuparemos del funcionamiento en régimen estático del diodo. Mejor dicho, nos ocuparemos del régimen cuasiestático, porque debido a la presencia de la fuente de señal $\Delta v_s$ hay variación de las corrientes y tensiones con el tiempo y, rigurosamente, no se trata del régimen estático. Lo que queremos decir con la palabra cuasiestático es que la señal posee una frecuencia lo suficientemente baja como para que la impedancia (algo así como una resistencia) del condensador $C_D$ sea muy grande y equivalga a un circuito abierto. Recordemos que la impedancia del condensador cuya capacitancia es

$$Z_C = \frac{1}{jwC} \tag{2.31}$$

y si $\omega$ es muy baja presenta un valor muy grande y equivale a un circuito abierto.

### 2.6.2.1 Modelo en pequeña señal para frecuencias bajas

El modelo exponencial del diodo es

$$I_D = I_s\left(e^{\frac{V_D}{hV_t}} - 1\right) \tag{2.32}$$

Si realizamos el desarrollo en serie de Taylor de la función anterior entorno al punto de operación Q nos queda,

$$I_D = I_D(V_{DQ}) + \frac{1}{1!}\frac{dI_D}{dV_D}\bigg|_Q (V_D - V_{DQ}) + \frac{1}{2!}\frac{d^2 I_D}{dV_D^2}\bigg|_Q (V_D - V_{DQ})^2 + \cdots \tag{2.33}$$

si los paréntesis ($V_D$-$V_{DQ}$) son pequeños, podemos truncar la serie a partir del término de orden superior al primero. Este truncamiento es necesario para que el modelo resultante sea lineal, sin embargo exigir que los paréntesis sean pequeños impone una fuerte limitación a la aplicabilidad del modelo que estamos desarrollando: la variación de $V_D$ entorno al punto de operación debe ser pequeña y por lo tanto la señal $\Delta v_s$ también debe serlo. En la práctica exigiremos que $\Delta v_s$ varíe en una cantidad del orden de la tensión térmica, $V_t$. Si todo lo anterior se verifica procedemos a truncar la serie. Teniendo en cuenta que $I_D(V_{DQ})=I_{DQ}$ nos queda

$$I_D - I_{DQ} \approx \frac{dI_D}{dV_D}\bigg|_Q (V_D - V_{DQ}) \tag{2.34}$$

la derivada de esta expresión se evalúa utilizando el modelo exponencial

$$\frac{dI_D}{dV_D}\bigg|_Q = \frac{I_s}{hV_t} e^{\frac{V_{DQ}}{hV_t}} = \frac{1}{r_d} \tag{2.35}$$

donde hemos definido el símbolo $r_d$ que llamaremos resistencia dinámica del diodo

$$r_d = \frac{hV_t}{I_s} e^{-\frac{V_{DQ}}{hV_t}} \tag{2.36}$$

si el diodo opera en la región directa $V_{DQ} \approx 27 \cdot V_t = 27 \cdot 0.026 = 0.7$ V y el factor exponencial es muy pequeño ($2 \cdot 10^{-12}$ cm, $\eta=1$), por eso la resistencia dinámica es pequeña en la región de conducción (del orden de 50 Ω). En la región de ruptura también es pequeña, esta no la predice el modelo exponencial, pero en la región de corte la resistencia dinámica es muy grande. Es importante notar que este parámetro, $r_d$, depende del punto Q.

Para la zona de conducción tenemos que

$$e^{\frac{V_{DQ}}{hV_t}} \approx 5 \cdot 10^{11} >> 1 \tag{2.37}$$

por lo tanto podemos escribir

$$I_{DQ} = I_s \left( e^{\frac{V_{DQ}}{hV_t}} - 1 \right) \approx I_s e^{\frac{V_{DQ}}{hV_t}} \tag{2.38}$$

con esto la expresión de la resistencia dinámica es muy sencilla

$$r_d = \frac{hV_t}{I_{DQ}} \tag{2.39}$$

y si $\eta$=1

$$r_d = \frac{V_t}{I_{DQ}} \tag{2.40}$$

expresión que sólo es válida para la región de conducción.

Podemos hacer el siguiente cambio de notación

$$\begin{aligned} \Delta I_D &= I_D - I_{DQ} \\ \Delta V_D &= V_D - V_{DQ} \end{aligned} \tag{2.41}$$

y la ecuación (2.34) queda

$$\Delta I_D = \frac{1}{r_d} \Delta V_D \tag{2.42}$$

esto es lo que se pretendía encontrar: una expresión que relacionase las magnitudes incrementales en el diodo. El modelo incremental lineal del diodo a bajas frecuencias es una resistencia de valor $r_d$.

Con todo lo anterior podemos dibujar el esquemático del modelo en pequeña señal a frecuencias bajas (Figura 2.24).

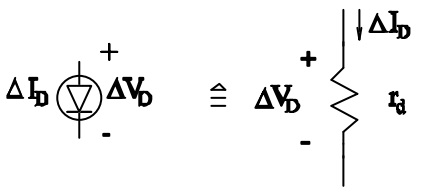



**Figura 2.24 Modelo en pequeña señal a frecuencias bajas.**

Gráficamente lo que hemos hecho se muestra en la Figura 2.25. Se ha linealizado la característica i-v del diodo real en un entorno del punto Q. En la figura podemos comprobar que la aproximación es buena si no nos alejamos del punto Q.

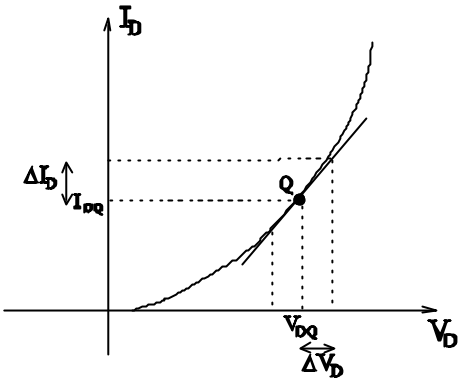



**Figura 2.25 Modelo en pequeña señal**

### 2.6.2.2 Modelo en pequeña señal para frecuencias medias

Cuando la fuente de pequeña señal opera a frecuencias medias es necesario tener en cuenta las capacidades del diodo. Recordemos que en este caso $i_D=I_D+i_C$ (ver Figura 2.9 y Figura 2.26), de modo que,

$$\Delta i_D = \Delta I_D + \Delta i_C \tag{2.43}$$

La expresión de $\Delta I_D$ es la del modelo en pequeña señal calculado para bajas frecuencias, ecuación (2.42), es decir

$$\Delta I_D = \frac{1}{r_d}\Delta v_D \tag{2.44}$$

de modo que debemos obtener una expresión para $\Delta i_C$.

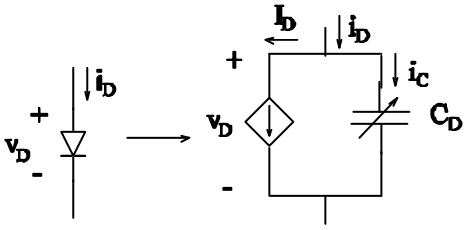



**Figura 2.26 Modelo del diodo en gran señal**

El valor de $\Delta i_C$ lo podemos escribir en función de la carga que almacena el capacitor $C_D$

$$\Delta i_C = \frac{dq_D}{dt} = \frac{dq_D}{dv_D}\frac{dv_D}{dt} \tag{2.45}$$

pero ocurre que

$$v_D = V_{DQ} + \Delta v_D \Rightarrow dv_D = d(\Delta v_D) \tag{2.46}$$

y además por ser $q_D = C_D \cdot v_D$, suponiendo que $C_D$ varía poco en pequeña señal

$$\frac{dq_D}{dv_D} = C_D \approx C_{DQ} \tag{2.47}$$

Con las ecuaciones (**) y (**) obtenemos

$$\Delta i_C \approx C_{DQ} \cdot \frac{d(\Delta v_D)}{dt} \tag{2.48}$$

Entonces el modelo en pequeña señal es

$$\Delta i_D = \Delta I_D + \Delta i_C = \frac{\Delta v_D}{r_d} + C_{DQ} \frac{d(\Delta v_D)}{dt} \tag{2.49}$$

que mostramos en el esquemático de la Figura 2.27.

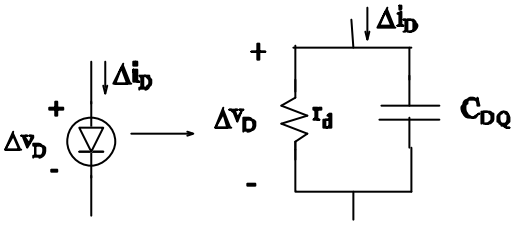



**Figura 2.27 Modelo en pequeña señal a frecuencias medias**

En inversa la resistencia dinámica $r_d$ es muy alta. Por lo que el diodo opera como un condensador dependiente de la tensión que cae en él. La capacidad de este condensador es $C_{DQ}$ y su valor se puede aproximar a la expresión (2.50).

$$C_{DQ} \approx C_j = \frac{C_{j0}}{\left(1 - \frac{V_{DQ}}{V_j}\right)^M} \tag{2.50}$$

## 2.7 Circuitos limitadores

Además de los circuitos rectificadores y recortadores, los diodos tienen numerosas aplicaciones. Veremos como utilizarlos en circuitos limitadores y en el diseño de una fuente de alimentación.

En esta sección presentamos los circuitos limitadores que es frecuente encontrar como primera etapa de otros circuitos y cuya misión es impedir que las señales que los atacan alcancen cierto valor.

Exponemos en primer lugar el funcionamiento ideal del limitador serie y del limitador paralelo. Después nos dedicaremos a los reales.

### 2.7.1 Modelos ideales

El bloque básico que llamaremos limitador ideal consiste en la conexión en serie de un diodo ideal con una fuente independiente de tensión flotante, $V_B$. La palabra flotante significa que ninguno de sus nudos terminales está conectado a tierra. Cuando la señal aplicada al elemento limitador alcance la tensión $V_B$, el diodo conduce. Este bloque básico lo utilizaremos para diseñar dos modelos ideales de circuito limitador: el limitador serie y el limitador paralelo.

#### 2.7.1.1 Limitador en serie

Si conectamos una resistencia $R_L$, en la posición indicada en la Figura 2.28, al bloque básico indicado antes, obtenemos un circuito limitador serie que opera conforme a la característica $V_o$-$V_i$ (llamada característica de transferencia) de la propia figura.

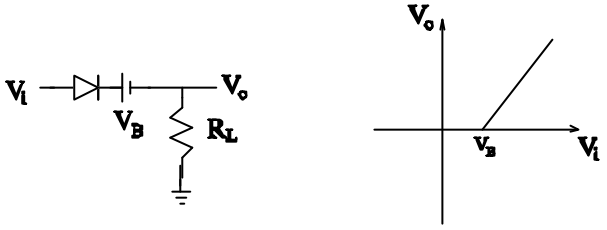



**Figura 2.28 Circuito limitador serie ideal**

Para tensiones de entrada menores de $V_B$, el diodo opera en inversa, en consecuencia no conduce y la tensión de salida, $V_o$, es cero. Cuando $V_i$ supera a $V_B$ la tensión de salida sigue a la de entrada $V_o=V_i- V_B$.

#### 2.7.1.2 Limitador paralelo

Proporciona un método alternativo para obtener un cambio abrupto en la pendiente de la curva de transferencia. El circuito limitador paralelo y su curva de transferencia se muestran en la Figura 2.29.

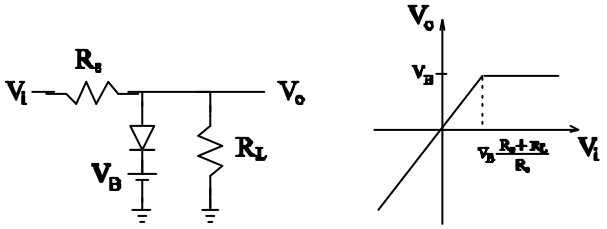



**Figura 2.29 Circuito limitador paralelo ideal**

Este circuito funciona de la siguiente manera: para salidas menores que $V_B$ el diodo no conduce y el circuito actúa como un divisor de tensión.

$$V_o = V_i \frac{R_L}{(R_s + R_L)} \tag{2.51}$$

Si la tensión de salida alcanza el valor $V_B$, el diodo empezará a conducir, forzando que $V_o=V_B$. Esto ocurrirá para un valor de $V_i$ que obtenemos haciendo $V_o=V_B$ en la ecuación (2.51),

$$V_i = V_B \frac{(R_s + R_L)}{R_L} \tag{2.52}$$

### 2.7.2 Consideraciones a los modelos ideales

En los circuitos prácticos los diodos no funcionan como ideal. Este limita, especialmente, la implementación del circuito limitador serie porque no es posible utilizar una fuente flotante.

La solución a este tipo de problemas lo abordamos en lo que sigue.

### 2.7.3 Limitadores pasivos

#### 2.7.3.1 Limitadores serie

En la práctica podemos conseguir el efecto de $V_B$ utilizando un diodo zener en serie con el diodo real. El circuito limitador y su funcionamiento, aproximado al ideal se muestra en la Figura 2.30.

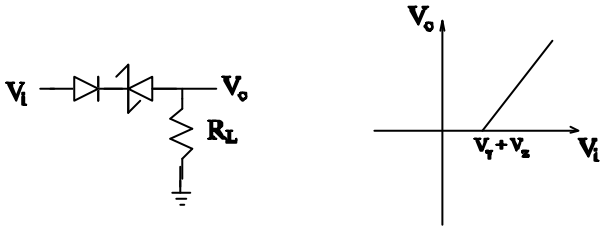



**Figura 2.30 Circuito limitador**

Si $V_i$ es menor o igual que la suma de $V_\gamma$ y $V_z$ la corriente que fluye por los diodo es nula. Sólo cuando la tensión de entrada exceda a la suma de la tensión zener y la tensión umbral del diodo la tensión de salida seguirá a la de entrada, y lo hará de forma aproximada pues $V_i$ será atenuada por la red resistiva formada por las resistencias de los diodo y la de carga: $R_s$, $R_z$ y $R_L$.

El circuito limitador doble es parecido al anterior. En él se conectan en paralelo a los diodos otro par de diodos dispuestos a la inversa Figura 2.31.

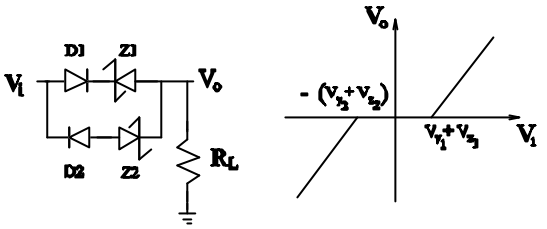



**Figura 2.31 Circuito limitador doble**

Un circuito limitador doble más simple emplea dos diodos zener Figura 2.32.

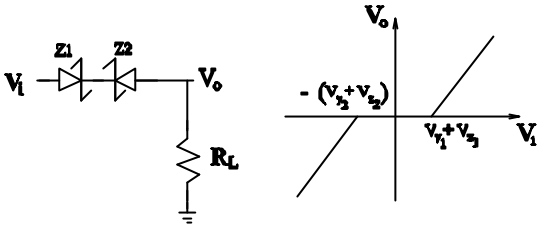



**Figura 2.32 Circuito limitador con dos diodos zener**

Este circuito tiene problemas a altas frecuencias debido a que los Zener bajo polarización directa presentan una capacidad $C_D$ elevada. Es mejor solución, por lo tanto, el circuito de la Figura 2.31 usando diodos llamados de conmutación, que presentan bajas capacidades. En cualquier caso las transiciones de las curvas de transferencia no son abruptas, su forma depende de las curvas características i-v reales de los diodos.

Otro tipo de circuito limitador serie es el de la Figura 2.33, que se alimenta mediante una fuente de referencia externa, $V_R$, y una resistencia variable, $R_2$. El valor $V_B$ representa al de $V_o$ a partir del cual se produce el cambio de pendiente de la característica de transferencia.

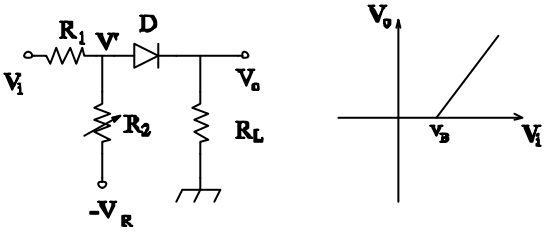



**Figura 2.33 Circuito limitador con fuente externa**

El diodo sólo conducirá para valores de $V_i$ superiores a $V_B$ y este valor puede ser fácilmente ajustado mediante $R_2$.

## 2.7.3.2 Limitadores paralelos

Un circuito simple que implementa un limitador paralelo se muestra en la Figura 2.34.

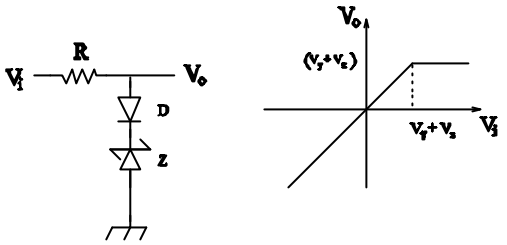



**Figura 2.34 Circuito limitador paralelo simple**

De nuevo se emplea como elemento limitador una combinación serie "diodo zener - diodo". Las Figura 2.35 y Figura 2.36 muestran limitadores dobles duales de los mostrados en las Figura 2.31 y Figura 2.32.

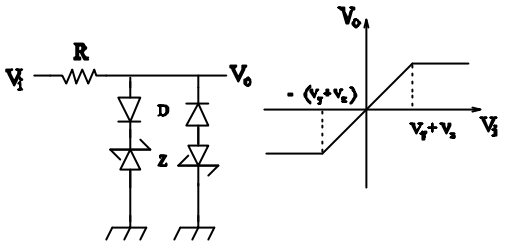



**Figura 2.35 Circuito limitador paralelo doble**

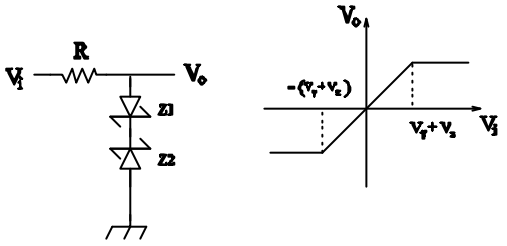



**Figura 2.36 Circuito limitador paralelo**

Un circuito limitador paralelo que permite ajustar el punto de ruptura $V_B$ se muestra en la .figura 2.29

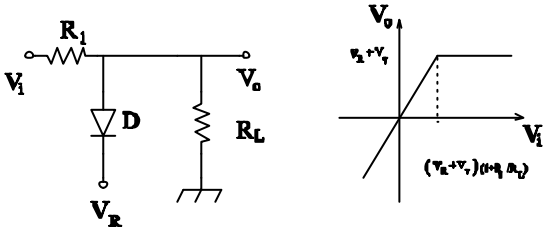



**Figura 2.37 Circuito limitador paralelo que ajusta el punto de ruptura**

Mediante otro diodo y otra fuente de referencia podemos limitar también las tensiones negativas.

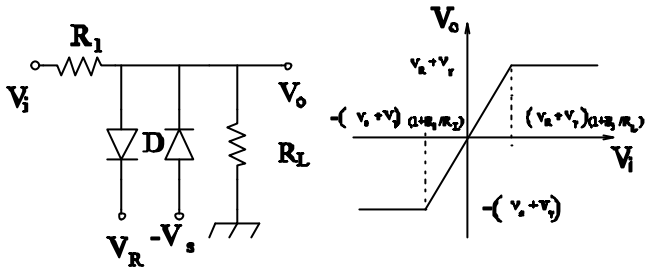



**Figura 2.38 Circuito limitador paralelo de tensiones negativas**

## 2.8 Conversión de tensión alterna a continua.

Otra de las aplicaciones de los diodos es la conversión de tensión alterna a continua. Esta conversión se lleva a cabo con la fuente de alimentación que transforman las señales alternas (sinusoidales) en señales continuas. Además, proporcionan aislamiento de la red y protección frente a sobrecargas.

Las fuentes de alimentación están constituidas por tres bloques básicos (Figura 2.39) llamados rectificador, filtro y estabilizador que analizaremos en el resto del apartado.

**Figura 2.39 Bloque básico de una fuente de alimentación**

### 2.8.1 Puente rectificador

Un circuito rectificador es el de la Figura 2.40, que llamaremos punte de diodos. Este circuito es la base para el diseño de fuentes de alimentación.

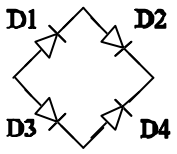



**Figura 2.40 Puente de diodos**

Si conectamos el puente de diodos a una fuente de tensión alterna, y a una resistencia de carga $R_L$ en la que mediremos la tensión de salida, $V_o$, tal y como aparece en la Figura 2.41 tenemos entonces el puente rectificador.

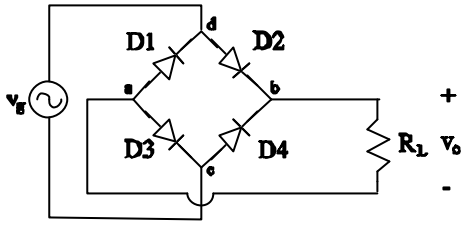



**Figura 2.41 Circuito del Puente Rectificador**

El funcionamiento de este circuito es muy sencillo teniendo en cuenta las características de los diodos que supondremos iguales para todos los diodos. Así, si la tensión de entrada es superior al doble de la tensión umbral de los diodos, $V_g>2\cdot V_\gamma$, los diodos D2 y D3 conducen mientras que los D1 y D4 están en corte. Tomando el nudo c como referencia tendremos:

$$V_d = V_g\,, V_b \approx V_g - V_g\,, V_o \approx V_g\,, V_c = 0 \tag{2.53}$$

con lo que la tensión de salida es:

$$V_o = V_b - V_a \approx V_g - 2\cdot V_g \tag{2.54}$$

Y el puente rectificador nos queda de la forma que se muestra en el circuito de la Figura 2.42.

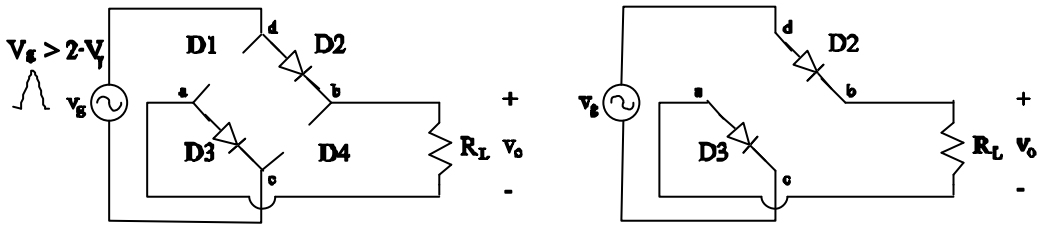



**Figura 2.42 Circuito puente rectificador para tensiones $V_g>2\cdot V_g$,**

Análogamente cuando la tensión de entrada es inferior a menos dos veces la tensión umbral de los diodos, $V_g<-2\cdot V_\gamma$, los diodos D1 y D4 conducen mientras que los D2 y D3 están en corte. El circuito equivalente es el de la Figura 2.43.

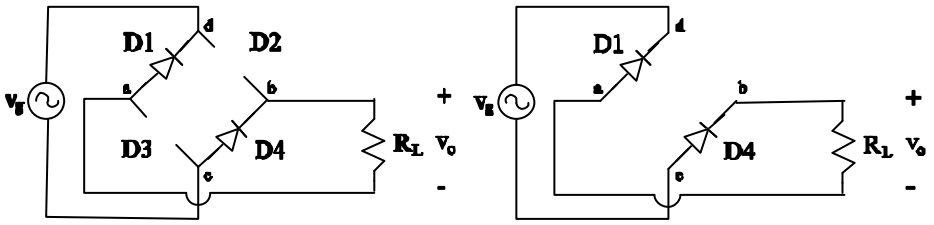



**Figura 2.43 Circuito puente rectificador para tensiones $V_g<2\cdot V_g$,**

En este caso se tiene una tensión de salida,

$$V_o \approx -V_g - 2 \cdot V_g \tag{2.55}$$

Cuando -2 $V_\gamma$<$V_g$<2 $V_\gamma$ algunos de los diodos están cortados en cada uno de los posibles caminos. Por eso la corriente que fluye en la resistencia es nula y $V_o$ también es nula. Resumiendo tenemos que la tensión de salida del puente rectificador es,

$$\begin{aligned} V_o &= \left|V_g\right| - 2 \cdot V_g \quad si \quad \left|V_g\right| > 2 \cdot V_g \\ V_o &= 0 \quad si \quad \left|V_g\right| < -2 \cdot V_g \end{aligned} \tag{2.56}$$

donde $V_\gamma$, es la tensión umbral de los diodos.

El tiempo en que la tensión de salida es nula, es el tiempo que tarda la señal sinusoidal de entrada, $V_g$, de pasar de valer -2 $V_\gamma$ a 2 $V_\gamma$, por lo que no será apreciable.

La corriente en este circuito siempre presenta el mismo sentido. Si se hace la representación gráfica de la tensión de salida frente a la tensión de entrada encontramos la siguiente gráfica.

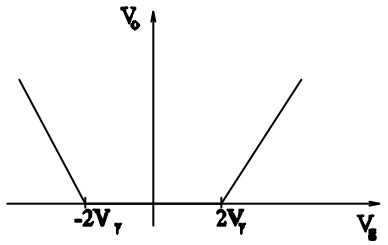



**Figura 2.44 Característica de transferencia**

La representación de la forma de onda de $V_o$ es la de la Figura 2.45.

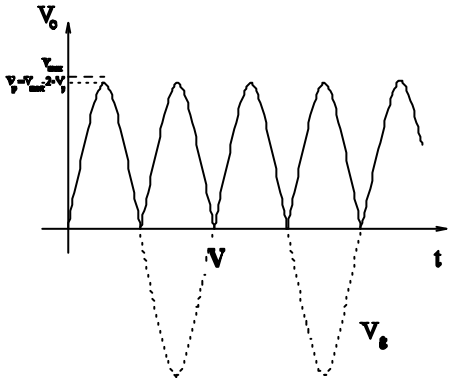



**Figura 2.45 Tensión de salida del puente rectificador**

Hay una clara diferencia entre el funcionamiento de este rectificador y el presentado al principio del capítulo que llamamos rectificador de media onda. Aquel eliminaba los semiciclos negativos de la

señal de entrada, por su parte este rectificador los hace positivos. Por eso a este lo llamamos rectificador de onda completa.

### 2.8.2 Filtro condensador

Con el presente rectificador conseguimos que la corriente en la resistencia de carga $R_L$ circule en un sólo sentido, pero la tensión de salida es pulsante con semiciclos positivos como podemos ver en la Figura 2.45.

Ahora, con el circuito que llamaremos filtro condensador conseguimos que la tensión de salida sea aproximadamente constante, $V_o \approx$ cte. El circuito rectificador con filtro de condensador es el que está dibujado en la Figura . No hay más que añadir un condensador, C, en paralelo con la resistencia de carga $R_L$.

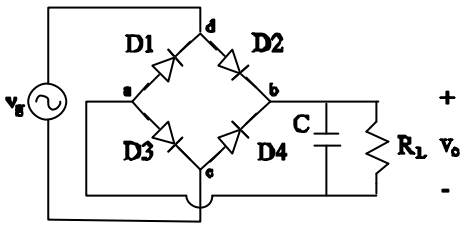



**Figura 2.46 Circuito del filtro condensador**

El funcionamiento del filtro es el siguiente: en el primer periodo y en su primera mitad T/2, el condensador se carga a la tensión de pico del rectificador de puente, $V_p$.

En esta situación la carga que almacena el condensador es,

$$q_p = C \cdot V_p \tag{2.57}$$

Un momento después de alcanzar el valor máximo esta tensión debe disminuir pero el proceso será más rápido o más lento dependiendo del valor de C. Si C es muy grande almacena mucha carga y tarda más en deshacerse de ella. Supongamos que esto es así, C es grade. Entonces la disminución de la caída de tensión es más lenta que en el caso anterior, cuando no estaba el condensador, y en cada momento la caída de tensión es mayor que si no estuviese, forzando que el diodo D2 deje de conducir. Aún así, el condensador se descargará un poco a través de la resistencia $R_L$ y la tensión de salida disminuye algo.

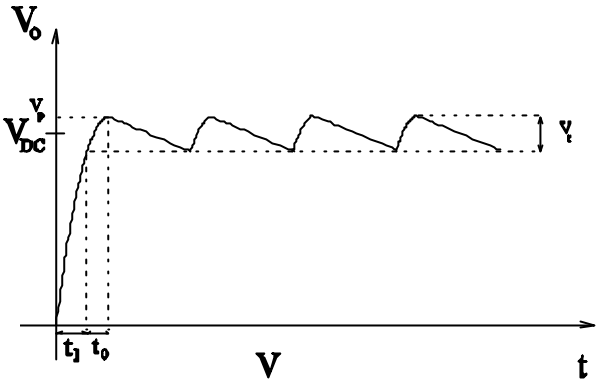



**Figura 2.47 Tensión de salida del filtro condensador**

Cuando la tensión del rectificador puente alcanza el valor de la tensión el condensador el diodo D4 conduce y la tensión de salida alcanza una vez más la tensión de pico $V_p$.

Este proceso se repite con una frecuencia igual a la de la señal de salida del rectificador puente.

La variación de la tensión de salida respecto a su valor máximo se denomina tensión de rizado $V_r$. La tensión media de salida viene dada por la siguiente expresión.

$$V_{DC} = V_p - \frac{V_r}{2} \tag{2.58}$$

El tiempo $t_0$, es aquel en que los diodos conducen y se carga el condensador. Un análisis detallado permite escribir,

$$V_p sen(2pf' t_1) = V_p - V_r \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2pf'} arcsen\left(\frac{V_p - V_r}{V_p}\right) \tag{2.59}$$

siendo f' la frecuencia de la señal sinusoidal completa,

$$f' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{2T} \tag{2.60}$$

donde T el periodo de la señal de rizado, con lo que $t_0$ viene dado por:

$$t_0 = \frac{T}{2} - t_1 = \frac{1}{2pf'}\left[\frac{p}{2} - arcsen\left(\frac{V_p - V_r}{V_p}\right)\right] \tag{2.61}$$

### 2.8.3 Fuente de alimentación

El diseño de una fuente de alimentación necesita de una tensión salida estable, es decir independientemente de la resistencia de carga $R_L$, para ello hemos utilizado el filtro de condensador. En la Figura 2.47 se observa que existe un rizado a la salida del condensador que se

debe eliminar. Si se introduce entre el condensador y la carga un diodo zener y una resistencia R, se elimina el rizado y el circuito que queda es el de la Figura 2.48.

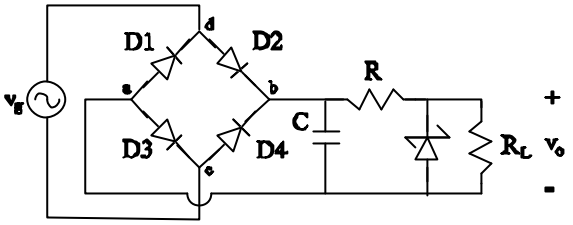



**Figura 2.48 Circuito de una fuente de alimentación**

El diodo zener queda polarizado en la región de ruptura, con lo que la tensión de salida se fija a la tensión zener. Al ser variable la tensión que cae en el condensador la caída de tensión que exceda la tensión zener se aplicará en la resistencia R. El rizado de la tensión del filtro de condensador quedará aplicado a la resistencia por lo que queda eliminado de la salida del circuito.

Se necesita que el diodo zener conduzca en la región de ruptura por lo que la corriente en inversa debe ser mayor que un valor mínimo $|I_d|>I_{z\text{-min}}$. Esta corriente mínima fluye cuando la tensión en el condensador es mínima. Se tiene que cumplir entonces que,

$$\frac{V_{C-\min}-V_z}{R} \geq I_{z-\min}+\frac{V_z}{R_L} \tag{2.62}$$

y despejando nos queda la primera condición para que el diodo zener conduzca en la región de ruptura,

$$R \leq \frac{R_L\left(V_{C-\min}-V_z\right)}{R_L I_{z-\min}+V_z} \tag{2.63}$$

Esta es la condición que ha de cumplir la resistencia R, para que el diodo zener esté en la región de ruptura.

Por otro lado, la potencia máxima disipada en R será la correspondiente a una tensión máxima en el condensador, $V_{C\text{-max}}$. Con lo que nos queda la segunda condición (2.64) para proteger a la resistencia como,

$$P_{R-\max}=\frac{\left(V_{C-\max}-V_z\right)^2}{R} \tag{2.64}$$

La máxima corriente que soporte el diodo en ruptura será la correspondiente a una corriente de entrada máxima,

$$I_{R-\max} = \frac{V_{C-\max} - V_z}{R} = I_{z-\max} + \frac{V_z}{R_L} \tag{2.65}$$

despejando se obtiene que,

$$I_{z-\max} = \frac{V_{C-\max} - V_z}{R} = I_{z-\max} + \frac{V_z}{R_L} \tag{2.66}$$

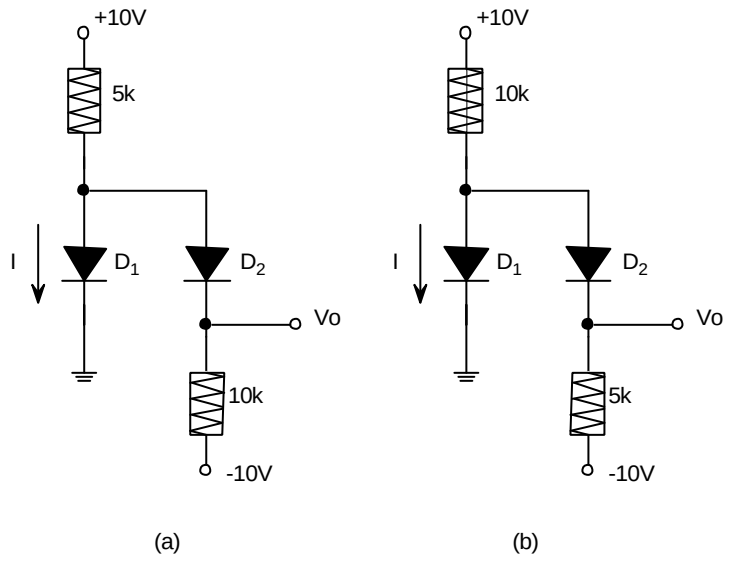
Esta corriente máxima debe ser menor que la corriente límite que puede soportar el diodo en ruptura, $I_{z\text{-lim}}$, con lo que tenemos la tercera condición que se debe cumplir en el diseño de una fuente de tensión.

$$I_{z-\max} < I_{z-\lim} \tag{2.67}$$

## 2.9 Problemas propuestos

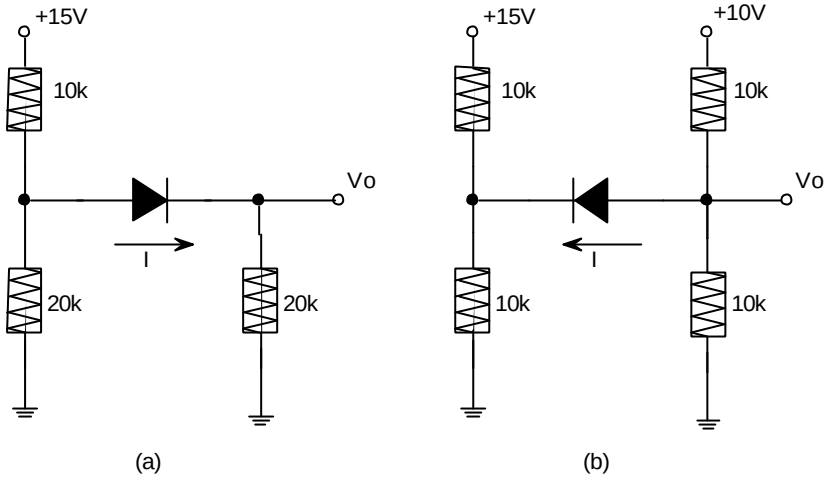
Problema 1

Asumiendo que los diodos de los circuitos de la figura son ideales, hallar el valor de las tensiones y las corrientes señaladas.




Problema 2

Asumiendo que los diodos de los circuitos de la figura son ideales, utilizar el teorema de Thevenin para simplificar los circuitos y hallar los valores de las tensiones y corrientes señaladas.



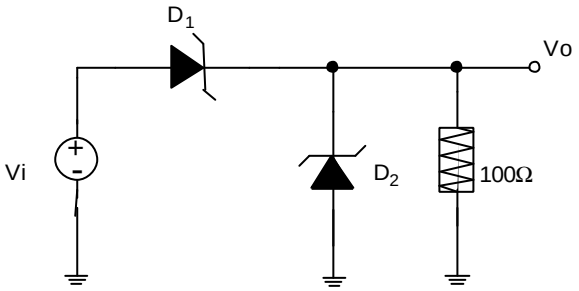

Problema 3

Sea el circuito de la figura donde los diodos pueden representarse según el modelo de tramos lineales con $V_T$ = 0.6 V, $V_Z$ = 4 V, $R_Z$ = 10 Ω y $R_S$ = 1Ω. Se pide:

a) Determinar las condiciones para que los diodos estén en directa, en corte y en ruptura.

b) Dibujar la gráfica Vo – Vi.

c) Dibujar la onda de salida cuando la señal de entrada es una onda triangular de 10 V de pico.



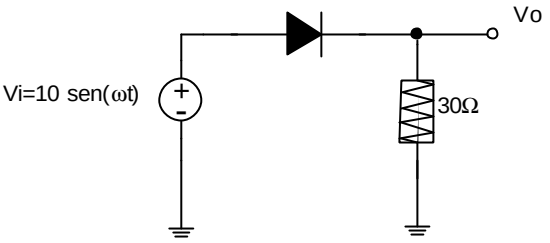

Problema 4

En el siguiente circuito se calcularán los siguientes puntos:

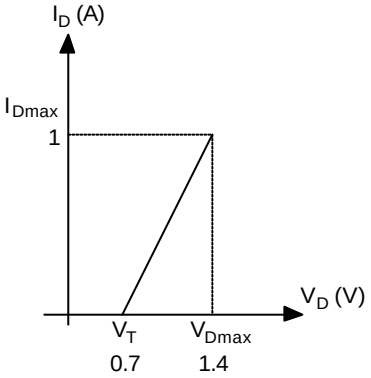
a) Dibujar la forma de onda de tensión resultante en la resistencia de carga y en el diodo.

b) Calcular la potencia disipada por el diodo.

c) Calcular el valor máximo de la amplitud de la señal de entrada que es capaz de soportar el circuito sin que se queme el diodo.

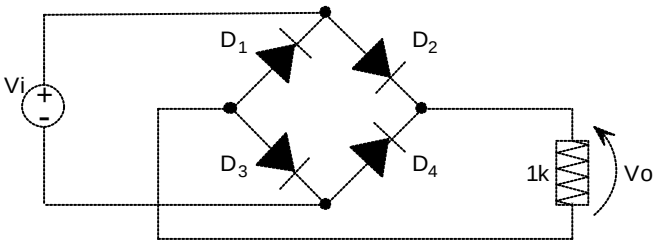



Los datos del diodo son los que se muestran en la siguiente figura



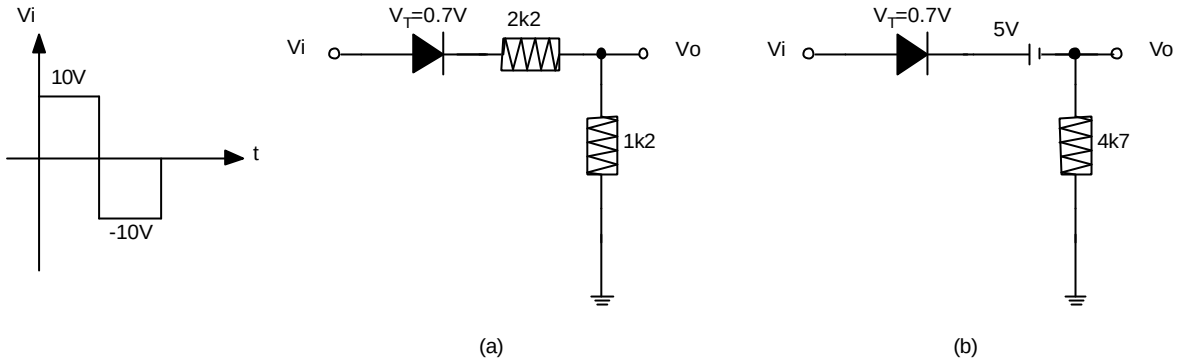

Problema 5

Hallar Vo en el circuito de la figura. Datos: $V_T$=0.7V, $R_S$=5Ω, $Vi = 10 \cdot sen(w \cdot t)$



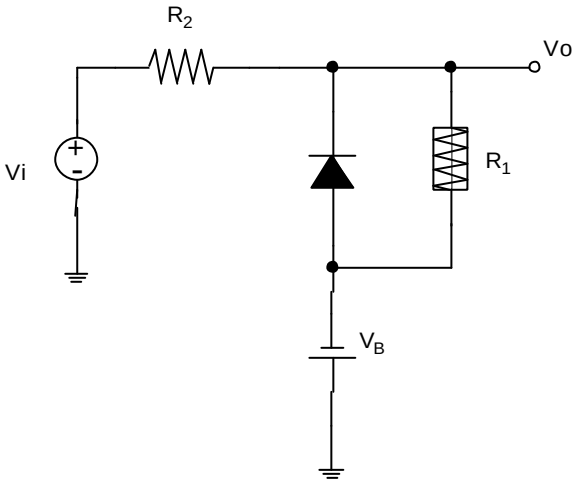
Problema 6

Dibujar Vo para los circuitos que se muestran en la figura:




Problema 7

En el circuito de la figura $Vi = A \cdot sen(w \cdot t)$. Suponiendo el diodo ideal, calcular y representar Vo(t). Nota: suponer que $R_1 >> R_2$.



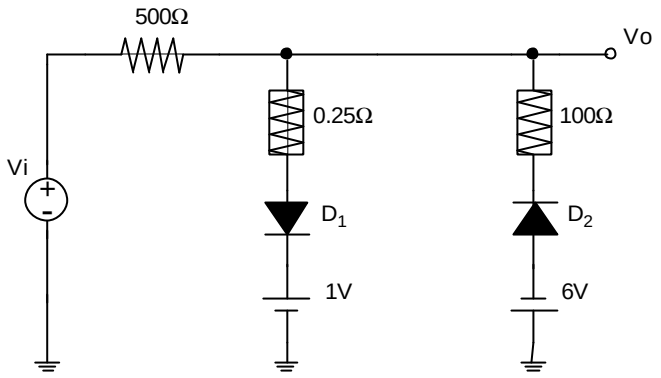

Problema 8

Para el circuito de la figura se pide:

a) Hallar los valores de Vi para los cuales los diodos $D_1$ y $D_2$ conmutan de OFF a ON.

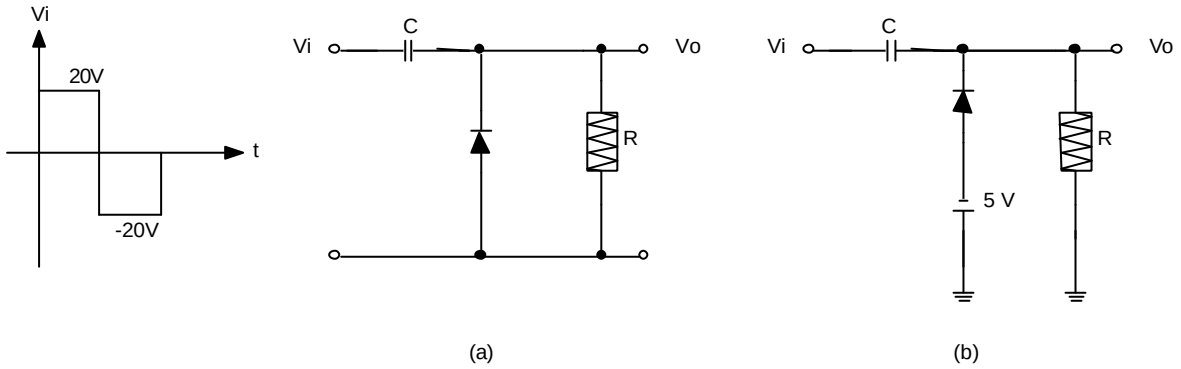
b) Si $Vi = 25 \cdot sen(w \cdot t)$, dibujar Vo

c) Las dos ramas que contienen a $D_1$ y $D_2$ corresponden al modelo por tramos lineales de un diodo. Dibujar la característica I-V de dicho diodo y obtener $R_S$, $R_Z$, $V_T$, y $V_Z$.



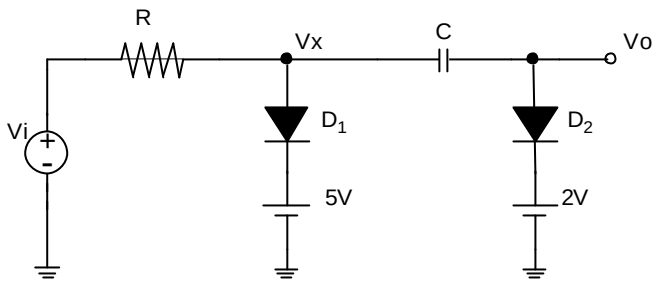

Problema 9

Dibujar Vo para los circuitos que se muestran en la figura:




Problema 10

En el circuito de la figura, hallar Vo suponiendo los diodos ideales. $Vi = 10 \cdot sen(w \cdot t)$




Problema 11

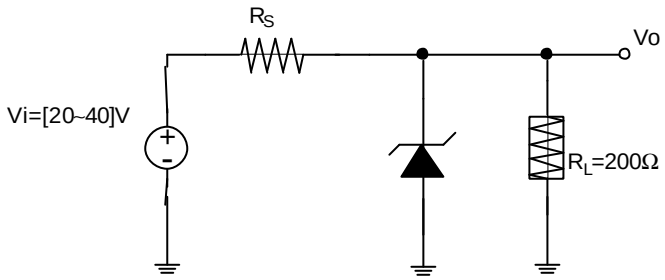
En el siguiente circuito el diodo zéner debe hacer las veces de estabilizador de la tensión de salida. Si la tensión de entrada puede fluctuar entre 20 y 40 V y las características del zéner son las que se señalan, calcular:

a) Valores entre los que puede fluctuar $R_S$.

b) Escoger un valor normalizado de $R_S$ de la serie E24, justificando el porqué de la elección.

c) Calcular la potencia que va a disipar $R_S$ como máximo.

d) Calcular entre qué valores fluctuará la tensión de salida frente a los cambios de la tensión de entrada.



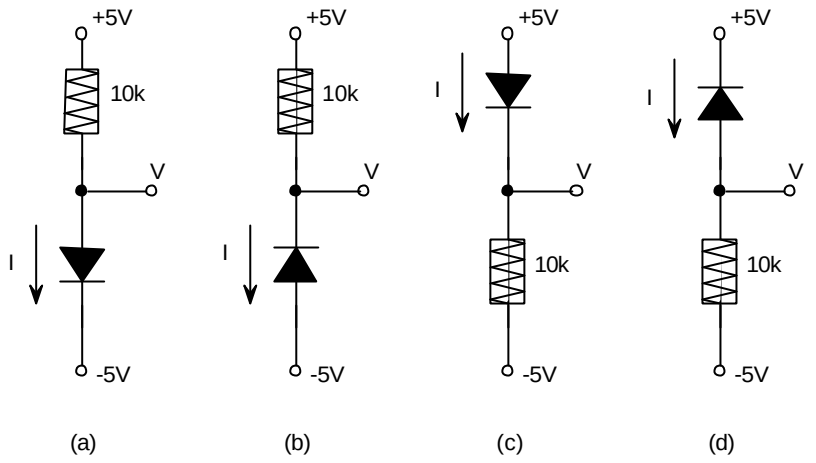

Características del diodo zéner: (Vz=12V para Iz=5mA, Pmáx=3W, Rz=50Ω)

Serie E24: 1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 1.6, 1.8, 2, 2.2, 2.4, 2.7, 3, 3.3, 3.6, 3.9, 4.3, 4.7, 5.1, 5.6, 6.2, 6.8, 7.5, 8.2, 9.1 y sus múltiplos de 10.

Problema 12

a) Hallar el valor de las tensiones y las corrientes señaladas en los circuitos de la figura, usando diodos ideales.

b) Repetir el problema suponiendo que los diodos tienen una tensión umbral de valor VT=0.7V.




Problema 13

Repetir el problema 1 suponiendo que los diodos tienen una tensión umbral de valor $V_T$=0.7V.

Problema 14

Repetir el problema 2 suponiendo que los diodos tienen una tensión umbral de valor $V_T$=0.7V.

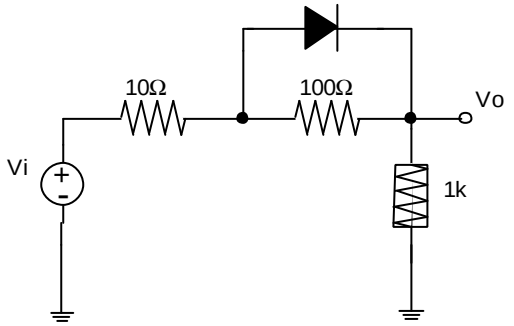
Problema 15

El diodo utilizado en el circuito de la figura tiene una tensión umbral de 0.7V.

a) Escribir una ecuación para Vo en función de Vi cuando el diodo está cortado.

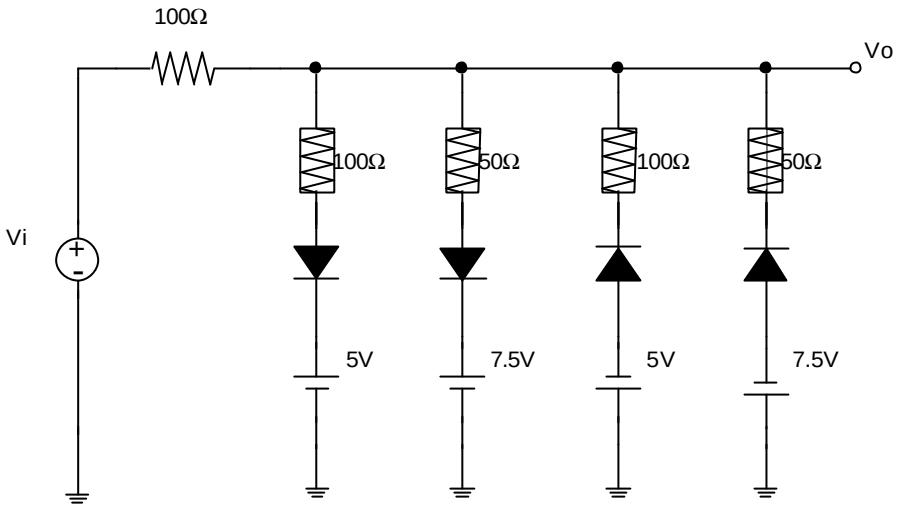
b) Hallar la tensión de entrada para la que el diodo empieza justo a conducir.

c) Escribir una ecuación para Vo en función de Vi cuando el diodo está conduciendo.



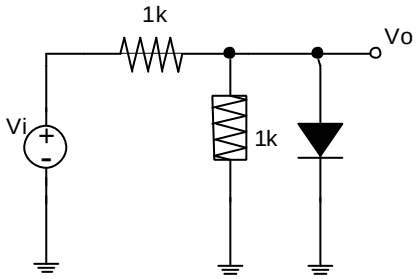
Problema 16

Al circuito de la figura se le aplica una señal triangular simétrica de ±15 V de amplitud y 100ms de periodo. Representar las formas de onda de entrada y salida.



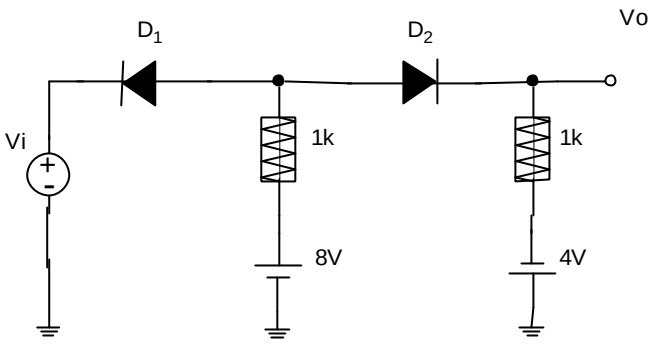

Problema 17

En el siguiente circuito, calcular y representar la tensión de salida si la señal de entrada es una onda cuadrada de 20 V de amplitud. Utilizar para el diodo el modelo a tramos lineales con: VT=0.7V, VZ=5V, RS=0Ω, RZ=500Ω.



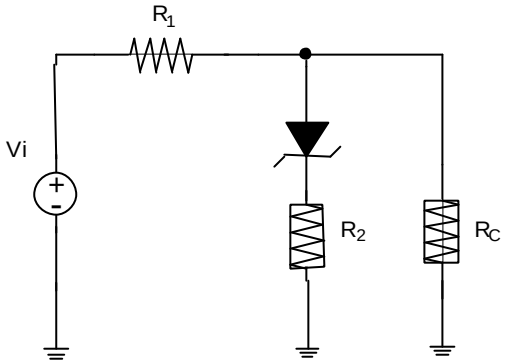

Problema 18

Al circuito de la figura le entra una onda cuadrada cuyos valores mínimo y máximo son 0V y 9V. Obtener la forma de onda y niveles de tensión de salida.




Problema 19

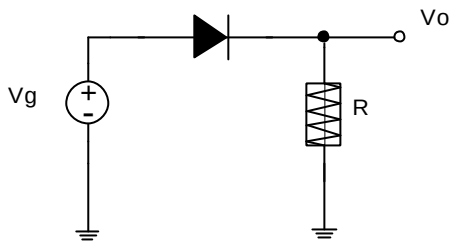
Para el circuito de la figura calcular el margen de tensiones de entrada para que el diodo esté en región activa directa, en la región de corte y en la región zéner en función de VT, y VZ. Datos: R2=2R1=2RC.




Problema 20

a) En el circuito rectificador de la figura, la señal senoidal de entrada tiene un valor eficaz de 120 V. Asumiendo que el diodo es ideal, seleccionar un valor adecuado de R para que la corriente de pico del diodo no sea superior a 0.1A. ¿Cuál es el máximo valor de la tensión inversa que aparecerá en el diodo?.

b) Repetir el problema suponiendo que el diodo tiene una tensión umbral de valor VT=0.7V.

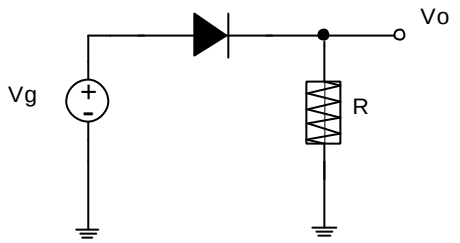



Problema 21

En el circuito siguiente, el diodo actuará como rectificador de media onda. Se desea conocer:

a) Forma de onda de la tensión en la resistencia y en el diodo.

b) Potencia disipada en la resistencia de carga y en el diodo.

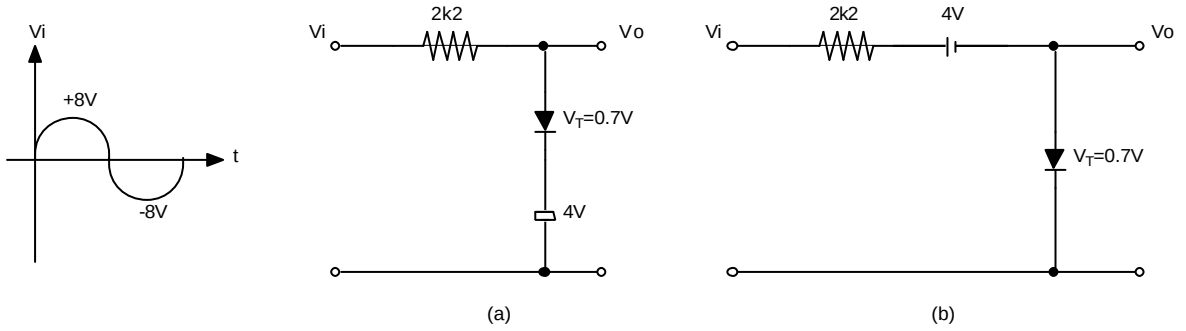



Datos:

| Vg | $V_T$ | $V_{Dmáx}$ | $I_{Dmáx}$ | R |
|---|---|---|---|---|
| 220Vef | 0.7V | 1.2V | 3A | 120Ω |

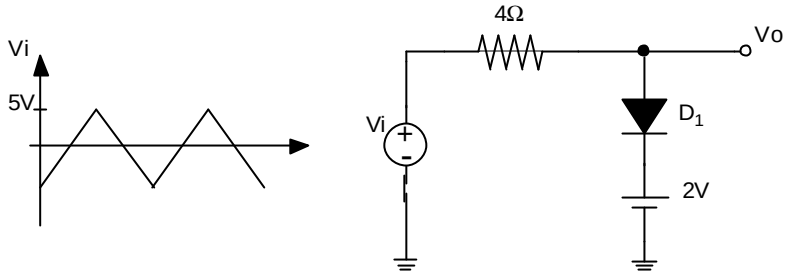
Problema 22

Dibujar Vo para los circuitos que se muestran en la figura:



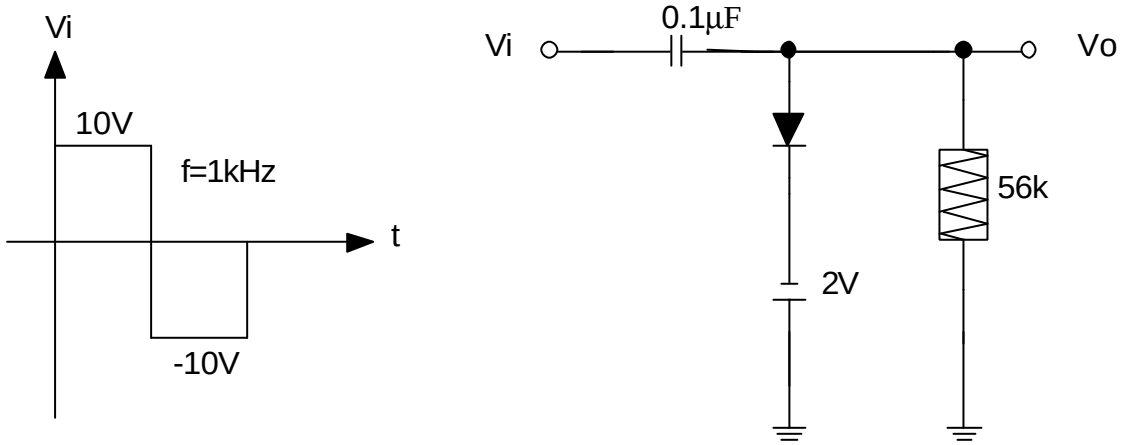
Problema 23

Hallar Vo en el circuito de la figura. Los parámetros característicos del diodo son los siguientes: VT=0.7V, VZ=4V, RS=1Ω, RZ=2Ω.



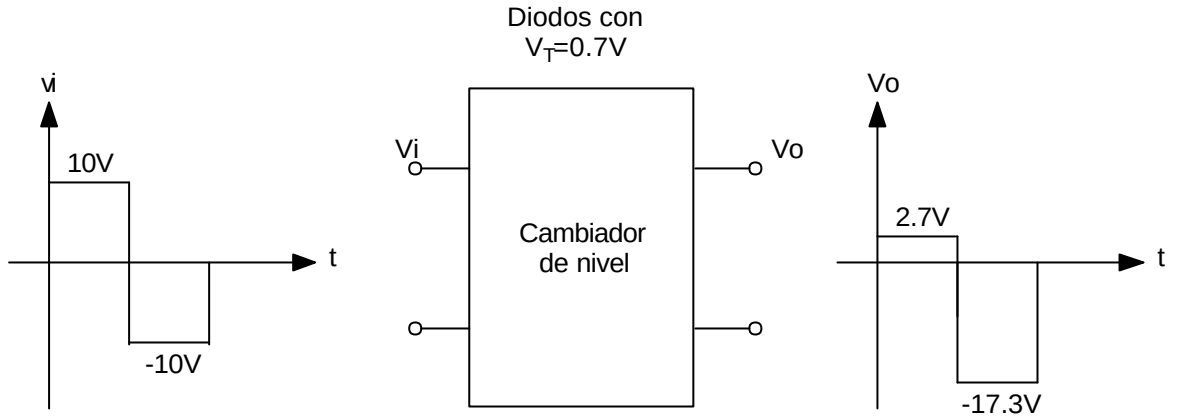

Problema 24

Dibujar Vo para el circuito que se muestra en la figura y comprobar si el circuito cumple las restricciones temporales para su correcto funcionamiento:



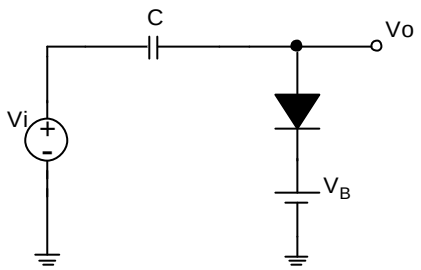

Problema 25

Diseñar un circuito cambiador de nivel para llevar a cabo la función que se indica en la figura:



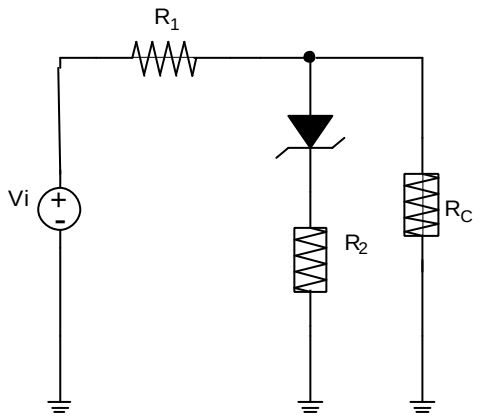

Problema 26

En el siguiente circuito, calcular y representar la tensión de salida si la señal de entrada es sinusoidal y de amplitud $V_P$ ($V_P$>$V_B$). $Vi = V_P \cdot sen(w \cdot t)$




Problema 27

Hallar los valores máximo y mínimo de Vbb en el circuito regulador de la figura. El zéner de 5V tiene una corriente inversa mínima de 10mA, y su potencia disipada máxima es 1W. Suponer que el diodo zéner tiene una resistencia asociada de Rz=25Ω



# 3 Transistores bipolares

## 3.1 Introducción

En los capítulos precedentes hemos analizado elementos de circuito con dos terminales accesibles, en éste estudiaremos el funcionamiento y algunas aplicaciones básicas de un dispositivo que posee tres: el transistor bipolar de unión, al que nos referiremos mediante las siglas BJT (correspondientes a las palabras en inglés Bipolar Junction Transistor).

Este transistor es un descubrimiento norteamericano del año 1948. El equipo de investigación al que debemos su logro (William Shockley, John Bardeen y Walter H. Brattain) buscaba otro dispositivo (el de efecto campo) pero fue el BJT el primer transistor en ver la luz. Por este trabajo los tres investigadores fueron galardonados con el premio Nobel de Física en 1956 (más tarde John Bardeen recibió otro Nobel en 1972 por trabajos en superconductividad).

El BJT es el transistor discreto que más se utiliza. Un componente electrónico discreto es aquel que se puede extraer del resto del circuito y ser sustituido por otro. Los circuitos electrónicos discretos se montan colocando sus elementos individualmente. Discreto se contrapone a la palabra integrado; los circuitos integrados tienen sus componentes sellados sobre un material base y son inseparables unos de otros. Por otro lado, el transistor bipolar presenta multitud de aplicaciones tanto en circuitos analógicos como en circuitos digitales.

Organizamos este capítulo de manera similar al anterior, comenzando con la presentación de la estructura básica del dispositivo, su símbolo de circuito y modelos de funcionamiento. Después abordamos las aplicaciones básicas de las que destacaremos la amplificación.

## 3.2 Objetivos

Los objetivos didácticos del tema se pasan a describir a continuación

- Inicialmente se presenta el transistor bipolar de unión mostrando a efectos introductorios la estructura semiconductora en la que se basa, así como un esbozo de sus principios de funcionamiento. Igualmente se presentan los símbolos circuitales con los que se representará.

- El siguiente objetivo es presentar uno de los varios modelos con los que se describe el funcionamiento del transistor en este caso el de Ebers-Moll
- Se describen las distintas regiones de operación del transistor y se ven las características que se han de cumplir para que el transistor esté en cada una de ellas
- Se analizan las ecuaciones de funcionamiento del transistor particularizándolas para cada una de las regiones de funcionamiento una fijada la entrada y la salida del transistor.
- Una vez vistas en general las posibilidades de funcionamiento del transistor bipolar se particulariza una de ellas que es la emisor común
- Hasta ahora se ha visto de forma práctica los resultados de las ecuaciones en los modelos de forma que el funcionamiento sea ideal. En este apartado se tratan las desviaciones del modelo de Ebbers-Moll, de forma que se profundiza más en el funcionamiento real del dispositivo.
- En el siguiente apartado se trabaja el análisis del transistor bipolar en estática. Es de importancia fundamental para el funcionamiento del dispositivo como amplificador y por tanto se hará mucho hincapié en él.
- Finalmente se estudia el circuito incremental del transistor bipolar lo que permitirá el análisis del dispositivo como amplificador viéndose tanto el análisis de la ganancia así como los límites de funcionamiento (margen dinámico).

## 3.3 Estructura del transistor bipolar de unión

Recordemos que el diodo es un dispositivo cuya operación se basa en la unión pn. Dicha unión es el contacto íntimo de un semiconductor tipo n, llamado cátodo y uno tipo p llamado ánodo. Un semiconductor tipo n es aquel en el que son mucho más numerosos los portadores de carga negativa (electrones); en el tipo p los portadores positivos (llamados huecos) son mayoritarios. Una unión pn está polarizada en directa si la caída de tensión entre el terminal del ánodo y el del cátodo es positiva. Lo está en inversa en caso contrario.

El transistor bipolar está formado por dos uniones pn muy próximas entre sí. Por lo tanto es posible la existencia de dos estructuras distintas que dan lugar a los transistores bipolares pnp y a los npn cuyos símbolos de circuito están indicados en las Figura 3-1a y b.

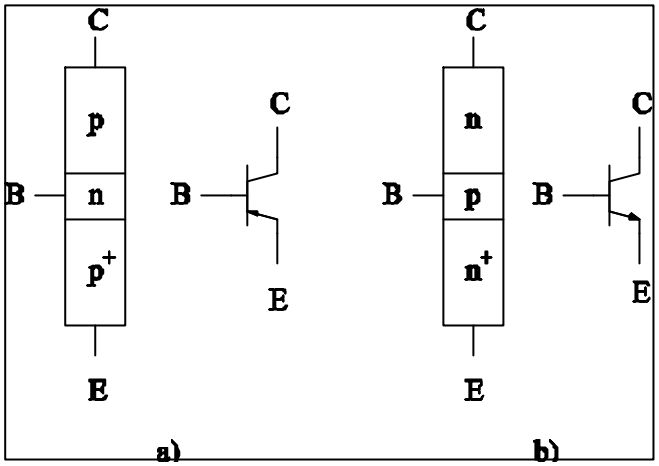



Figura 3-1. Estructura y símbolo de circuito de BJT a) pnp y b) npn

La región central de ambas estructuras se denomina base del transistor y el terminal que la hace accesible es el de base (B). La región dibujada abajo se llama emisor (E) y arriba situamos la región de colector (C). La región de emisor se fabrica de manera que posea más portadores mayoritarios que la región de colector (electrones en los npn o huecos en bs del tipo pnp). Esto se pone de manifiesto en la figura colocando un superíndice + en la letra, n o p, que indica el tipo de semiconductor. Esta diferencia hace que no sean intercambiables los terminales de emisor y colector.

Consideraremos que el sentido positivo de la corrientes en los tres terminales del transistor bipolar es el fijado en las Figura 3-2a y b. Notemos que para el terminal de emisor es positiva la corriente que fluye según la punta de flecha en el emisor del símbolo de circuito. Los terminales de base y colector tienen el sentido contrario, es decir, si la corriente de emisor positiva está entrando al dispositivo, las de base y colector salen (este es el caso del pnp, para el npn es al contrario).

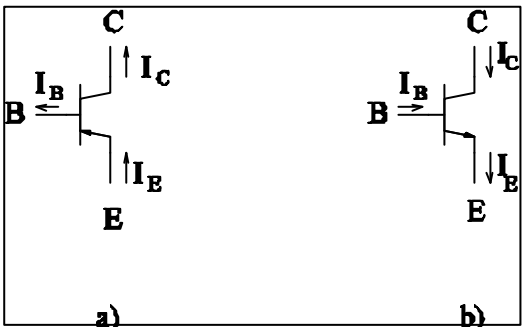



Figura 3-2. Asignación del sentido positivo a las corrientes en el BJT: a) pnp, b) npn

Las caídas de tensión entre los terminales se definen como en el diodo: la tensión más positiva corresponde a la zona tipo p. Por eso, como se muestra en la Figura 3-3, para los transistores pnp

consideramos positivas las caídas de tensión $V_{EB}$ y $V_{CB}$, para los transistores npn las tensiones son del signo contrario.

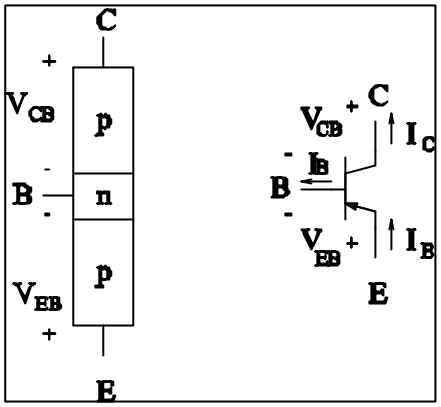



Figura 3-3. Caídas de tensión de referencia en el transistor bipolar pnp

Si vemos al transistor como un supernudo al que aplicamos la ley de Kirchoff de las intensidades, tenemos que una de las corrientes terminales depende de las otras dos ya que

$$I_E = I_C + I_B \Rightarrow I_B = I_E - I_C$$

Análogamente, esta vez por KVL, para las tensiones tenemos que

$$V_{CE} = V_{CB} + V_{BE} = V_{CB} - V_{EB}$$

de modo que tampoco son independientes entre sí todas las caídas de tensión entre los terminales del transistor bipolar.

La notación que estamos empleando es la del capítulo anterior: una magnitud escrita en mayúsculas con subíndice también en mayúsculas representa una cantidad estática ($I_E$, por ejemplo); si se escribe en minúsculas pero con subíndice en mayúsculas se trata de una magnitud de gran señal que varía en el tiempo ($i_B$). Las magnitudes de pequeña señal las escribimos con minúsculas y su subíndices también en minúsculas, o se coloca una $\Delta$ delante del símbolo correspondiente a gran señal ($g_m$ o $\Delta i_B$). Además, las cantidades $V_E$, $V_C$ y $V_B$ van a representar a la caída de tensión que tenga lugar desde los nudos de emisor, colector y base, respectivamente, hasta aquel nudo de referencia. Una notación como $V_{CE}$ indica una caída de tensión entre el terminal de emisor y el de colector, siendo el segundo la referencia, es decir

$$V_{CE} = V_C - V_E$$

Cuando necesitemos indicar el valor de una fuente independiente de tensión (o de corriente), emplearemos un doble subíndice en mayúsculas, por ejemplo $V_{CC}$ o $V_{BB}$ representarán las fuentes de tensión que estén conectadas a los terminales de colector o base, respectivamente; la conexión no necesariamente debe ser directa: puede realizarse a través de algún otro elemento, como una resistencia.

## 3.4 Modelo de Ebers-Moll

Este modelo describe el funcionamiento en contínua del BJT. Nos centramos en el transistor npn ya que todas las ecuaciones que vamos a presentar para éste son aplicables al pnp sin más que cambiar el signo de todas las corrientes y tensiones.

Aparentemente, el BJT no es más que dos uniones pn enfrentadas que comparten el ánodo (la base del transistor). Por ello una primera aproximación al modelado podría consistir en la propuesta de la Figura 3-4; en ella aparecen dos diodos pn enfrentados y dispuestos de tal forma que los ánodos de ambos coinciden en el terminal de base del transistor. El diodo de la izquierda representa a la unión de emisor y el de la derecha a la de colector.

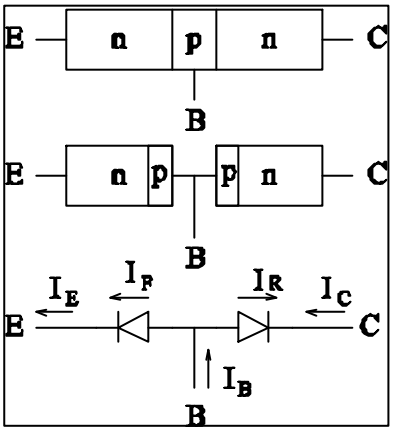



Figura 3-4. El BJT “visto” como dos diodos enfrentados

Llamemos $I_F$ a la corriente que atraviesa la unión de emisor e $I_R$ a la que fluye por la de colector. Utilizando el modelo exponencial del diodo podemos escribir

$$I_F = I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right); I_R = I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right)$$

donde el factor de idealidad se asume igual a la unidad y las corrientes inversas de saturación de las uniones de emisor y colector son $I_{ES}$ e $I_{CS}$, respectivamente. $V_t$ se llama tensión térmica y a la temperatura ambiente su valor es 0.026 V. Con la ayuda de la Figura 3-4 podemos escribir

$$I_E = I_F;\ I_C = -I_R;\ I_B = I_F + I_R$$

Sin embargo, este modelo ignora algo esencial en el dispositivo: la base es muy estrecha y, por ende, las uniones pn están muy próximas; tan próximas que la corriente que fluye por una, afecta a la corriente que atraviesa la otra. Este fenómeno se llama inyección de protadores y lo podemos modelar mediante sendas fuentes dependientes conectadas según indicamos en la Figura 3-5.

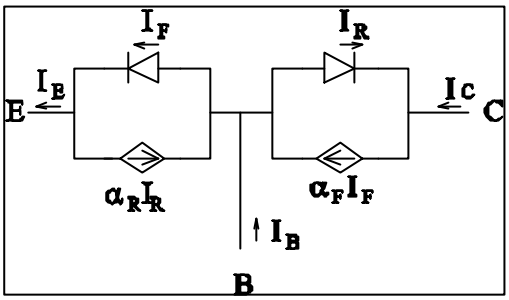



Figura 3-5. Modelo de Ebers-Moll del BJT npn

Las fuentes son fuentes de corriente controladas por la corriente que atraviesa la otra unión. Los parámetros de control se llaman ganancia en corriente directa en base común ($a_F$) y ganancia en corriente inversa en base común ($a_R$). La explicación del significado preciso de las palabras "ganancia", "directa", "inversa" y "base común" se hará más adelante.

El modelo de la Figura 3-5 constituye el modelo de Ebers-Moll en estática. Los efectos dinámicos se introducirán mediante condensadores, tal como hicimos para el diodo.

Las ecuaciones de Ebers-Moll son las que obtenemos del análisis del circuito de la Figura 3-5

$$I_E = I_F - a_R I_R = I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right) - a_R I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right) \tag{3.1}$$

$$I_C = a_F I_F - I_R = a_F I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right) - I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right) \tag{3.2}$$

$$I_B = (1-a_F)I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}}-1\right)+(1-a_R)I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}}-1\right) \tag{3.3}$$

El llamado postulado de reciprocidad establece una relación entre los parámetros del modelo

$$a_F I_{ES} = a_R I_{CS} \tag{3.4}$$

es decir, junto a las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) son necesarios sólo tres parámetros para dar cuenta del funcionamiento del BJT (el cuarto se obtiene de la relación (3.4)). Se suele introducir el parámetro $I_S$ definido por

$$I_S = a_F I_{ES} = a_R I_{CS}$$

y se utilizan $I_S$, $a_F$ y $a_R$. En la tabla siguiente damos algunos valores típicos.

| | | |
|---|---|---|
| $a_F = 0.99$ | $a_R = 0.69$ | $I_S = 6.93 \cdot 10^{-14} A$ |

A partir de estos valores numéricos tendremos que

$$I_{ES} = 7 \cdot 10^{-14}\ A;\ \ I_{CS} = 10^{-13}\ A$$

la corriente inversa de saturación de la unión de emisor ($I_{ES}$) es menor que la de colector.

Resulta conveniente expresar la corriente de base utilizando el postulado de reciprocidad. Así, tomando

$$I_{ES} = \frac{I_S}{a_F};\ I_{CS} = \frac{I_S}{a_R}$$

e introduciéndolas en la ecuación (3.3) resulta

$$I_B = \frac{1-a_F}{a_F} I_S\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}}-1\right)+\frac{1-a_R}{a_R} I_S\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}}-1\right)$$

Definamos ahora dos nuevos parámetros: la ganancia en corriente directa en emisor común, $b_F$, y la ganancia en corriente inversa en emisor común, $b_R$; dados por las ecuaciones

$$b_F = \frac{a_F}{1-a_F};\ b_R = \frac{a_R}{1-a_R} \tag{3.5}$$

con ellos la corriente de base queda

$$I_B = \frac{I_S}{b_F}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right) + \frac{I_S}{b_R}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right) \tag{3.6}$$

Las relaciones anteriores expresan las corrientes en los terminales del BJT en función de las tensiones $V_{BE}$ y $V_{BC}$, que en el modelo son las variables independientes. En los siguientes párrafos presentamos unas expresiones alternativas.

### 3.4.1 El modelo de Ebers-Moll en función de las corrientes

A veces es preferible operar con las ecuaciones de Ebers-Moll expresadas en función de las corrientes en los terminales. En este apartado vamos a realizar manipulaciones algebraicas con dichas ecuaciones para darles una forma distinta; aunque al final las ecuaciones tengan otro aspecto su significado seguirá siendo exactamente el mismo.

En primer lugar tenemos por la ecuación (3.1)

$$I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right) = I_E + a_R I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right)$$

que introducida en la (3.2) resulta

$$I_C = a_F\left[I_E + a_R I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right)\right] - I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_C = a_F I_E - (1 - a_F a_R) I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right) \tag{3.7}$$

Sea $I_{CB0}$ la corriente inversa de saturación del diodo de colector cuando el emisor está en circuito abierto. Esta corriente se suele denominar corriente de fuga de colector o corriente de corte del colector (ver Figura 3-6).

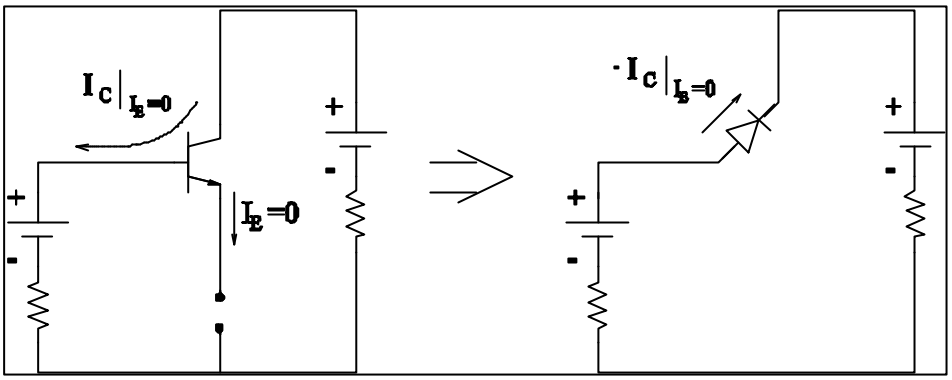



Figura 3-6. Definición de la corriente inversa de saturación $I_{CB0}$

Según lo expresado, haciendo $I_E = 0$ en la ecuación (3.7) nos queda

$$I_C\big|_{I_E=0} = -(1-a_F a_R)I_{CS}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}}-1\right) = -\frac{1-a_F a_R}{a_R}I_S\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}}-1\right)$$

esta relación es la ecuación constitutiva de un diodo colocado entre la base y el colector (Figura 3-6) y cuya corriente inversa de saturacion es

$$I_{CB0} = \frac{1-a_F a_R}{a_F}I_S = (1-a_F a_R)I_{CS}$$

Reescribiendo la ecuación (3.7) resulta

$$I_C = a_F I_E - I_{CB0}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}}-1\right) \tag{3.8}$$

Procediendo de manera análoga (ver Figura 3-7) tenemos también que

$$I_E = a_R I_C + I_{EB0}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}}-1\right) \tag{3.9}$$

donde

$$I_E\big|_{I_C=0} = (1-a_F a_R)I_{ES}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}}-1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{EB0} = (1 - a_F a_R) I_{ES} = \frac{1 - a_F a_R}{a_F} I_S$$

$I_{EB0}$ se llama corriente de fuga de emisor o corriente de corte del emisor y, como antes es una corriente inversa de saturación.

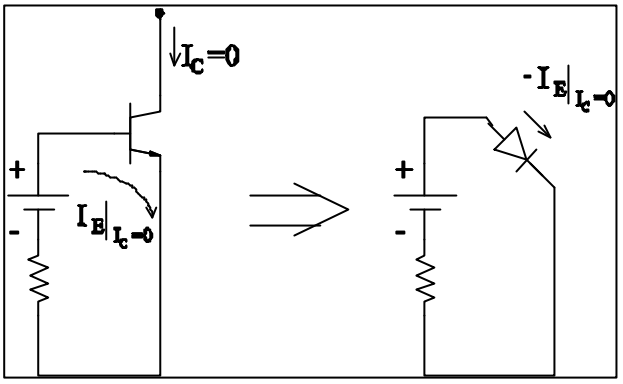



Figura 3-7. Definición de la corriente inversa de saturación $I_{EB0}$

Para la corriente de base, restando las ecuaciones (3.8) y (3.9), tenemos que

$$I_B = -a_F I_E + a_R I_C + I_{EB0}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right) + I_{CB0}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right) \tag{3.10}$$

donde, para escribir de manera compacta hacemos

$$I_{B0_{EC}} = I_{EB0}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right) + I_{CB0}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right)$$

Resumimos ahora las ecuaciones de Ebbers-Moll para facilitar futuras referencias.

| Modelo de Ebers-Moll en función de las… | |
|---|---|
| tensiones $V_{BE}$ y $V_{BC}$ | corrientes $I_E$ e $I_C$ |
| $I_E = \frac{I_S}{a_F}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right) - I_S\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1\right)$ | $I_E = a_R I_C + I_{EB0}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1\right)$ |

| | |
|---|---|
| $I_C = I_S\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}}-1\right)-\frac{I_S}{a_R}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}}-1\right)$ | $I_C = a_F I_E - I_{CB0}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}}-1\right)$ |
| $I_B = \frac{I_S}{b_F}\left(e^{\frac{V_{BE}}{V_t}}-1\right)+\frac{I_S}{b_R}\left(e^{\frac{V_{BC}}{V_t}}-1\right)$ | $I_B = -a_F I_E + a_R I_C + I_{B0_{EC}}$ |

## 3.5 Regiones de operación del BJT

Según el modelo exponencial, el diodo presenta dos posibles regiones de funcionamiento: la región directa y la región inversa. Sabemos que los diodos reales presentan una tercera región, la de ruptura, pero de momento ignoraremos dicha región.

Los transistores bipolares poseen dos uniones pn cada una de las cuales puede operar en dos regiones, por lo tanto existen cuatro regiones de operación de los BJTs llamadas zona activa directa, zona de saturación, zona de corte y zona activa inversa. Las cuatro se definen en la tabla siguiente.

| Unión de emisor en… | Unión de colector en… | El BJT opera en… |
|---|---|---|
| Directa | Inversa | Zona activa directa |
| Directa | Directa | Región de saturación |
| Inversa | Inversa | Región de corte |
| Inversa | Directa | Zona activa inversa |

De modo que si, por ejemplo, un transistor npn está polarizado de manera que $V_{BE} > 0$ (sería mejor decir que $V_{BE} > V_{gE}$, con $V_{gE}$ la tensión umbral de la unión de emisor, pero nos es más cómodo pensar en términos de tensiones positivas y negativas) y $V_{BC} < 0$ opera en la zona activa directa. O bien si en un pnp $V_{EB} < 0$ y $V_{CB} > 0$ y el transistor opera en la zona activa inversa.

La Figura 3-8 asocia las distintas regiones de operación de un transistor bipolar a los cuadrantes en que divide el plano un sistema de ejes cartesianos. El primer cuadrante (valores de las variables de ambos ejes positivas) representa la región de saturación, el segundo la región activa inversa y así sucesivamente. Es importante distinguir las tensiones del transistor npn de las del pnp (están en la propia figura).

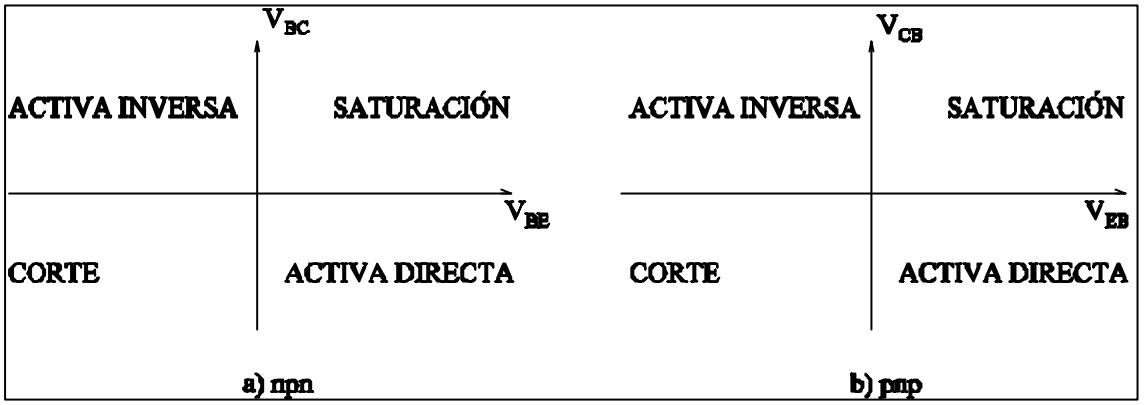



Figura 3-8. Regiones de operación de los BJTs en función de las caídas de tensión en los terminales

Hemos definido los sentidos de las corrientes en los terminales del transistor de manera que son los correctos en la región activa directa. Es más, ya desde su fabricación, forzando que en el emisor haya más portadores mayoritarios que en el colector, se diseña el transistor para que opere en zona activa directa. Intuimos que esta región es muy importante en las aplicaciones del transistor bipolar, y así es, veremos que una de las aplicaciones fundamentales de los transistores bipolares es la amplificación y que para que el dispositivo amplifique debe operarar en la zona activa directa.

Las ecuaciones del modelo de Ebers-Moll se pueden simplificar particularizándolas en cada una de las regiones en las que puede operar el transistor. Para ello los diodos del modelo se aproximan mediantes fuentes independientes tal y como recoge la Figura 3-9. Si un diodo se halla polarizado en directa la fuente es de tensión y de valor $V_g$. En inversa modelamos el diodo por una fuente de corriente de valor $-I_S$, que es la corriente inversa de saturación del diodo.

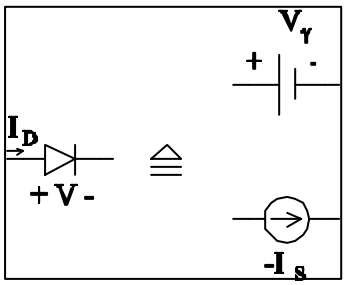


Figura 3-9. Aproximación del funcionamiento del diodo en directa e inversa

Alternativamente se pueden aproximar las exponenciales conforme a lo siguiente

$$e^{\frac{V}{V_t}} - 1 \begin{cases} e^{\frac{V}{V_t}} & bajo\ polarización directa \\ -1 & bajo\ polarización inversa \end{cases} \tag{3.11}$$

### 3.5.1 Modelo del BJT npn en zona activa directa

En esta región de operación $V_{BE} > 0$ y $V_{BC} < 0$, luego las ecuaciones de Ebbers-Moll con la aproximación indicada en (3.11) quedan

$$I_E = I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} + a_R I_{CS}$$

$$I_C = a_F I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} + I_{CS}$$

que asociamos al esquemático de la Figura 3-10, donde

$$I_F = I_{ES} e^{\frac{V_{BE}}{V_t}}$$

En la figura mantenemos el diodo de emisor para dar cuenta de los términos exponenciales; pero no están ni el diodo de colector ni la fuente controlada que en el modelo general aparece asociada al emisor. En lugar del diodo de colector hemos colocado una fuente de corriente independiente de valor $-I_{CS}$ porque está polarizado en inversa y esa es la corriente que fluye a su través. Como $I_{CS}$ es constante la fuente $a_R I_{CS}$ no es dependiente en este caso.

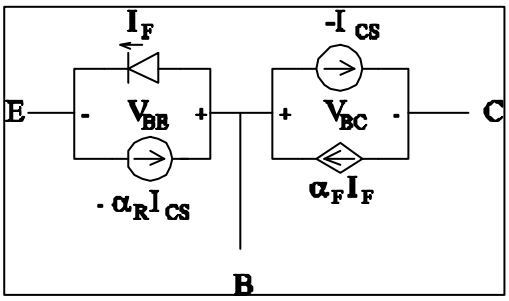



Figura 3-10. Modelo del BJT npn en zona activa directa

Si ahora despreciamos las corrientes inversas de saturación frente a las demás el circuito nos queda como en la Figura 3-11. Con dicha figura podemos escribir

$$\left.\begin{array}{l} I_E = I_F \,;\, I_C = a_F I_F \\ I_B = I_E - I_C = (1-a_F) I_F \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} I_C = a_F I_E \\ I_B = (1-a_F) I_E \end{array} \tag{3.12}$$

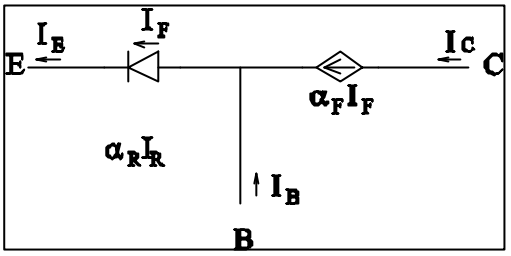



Figura 3-11. Modelo del BJT npn en zona activa directa despreciando la corriente inversa de saturación de la unión de colector

Si ahora sustituimos el diodo de emisor por una fuente independiente, cuyo valor aproximado es $V_{BE_{on}} \square V_{gE} = 0.7\,V$ ($V_{BE_{on}}$ es ligeramente superior a la tensión umbral del diodo, $V_{gE}$, porque esta unión está bien metida en directa cuando el BJT opera en zona activa directa), el circuito queda como en la Figura 3-12.

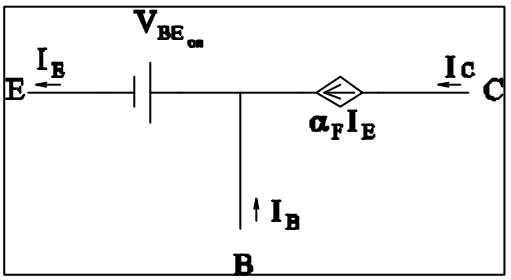



Figura 3-12. Modelo simplificado para análisis a mano del BJT operando en zona activa directa

Otra forma de éste mismo modelo es la que se obtiene a partir de las ecuaciones (3.12)

$$\left.\begin{array}{l} I_E = \dfrac{I_C}{a_F} \\ I_E = \dfrac{I_B}{1-a_F} \end{array}\right\} \Rightarrow I_C = \frac{a_F}{1-a_F} I_B \Rightarrow I_C = b_F I_B$$

donde hemos utilizado la definición de $b_F$ (ecuación (3.5)). La ecuación anterior se asocia al esquemático de la Figura 3-13. De modo que el mismo modelo aproximado se ha presentado en dos

versiones: la que tiene el terminal de base abajo (Figura 3-12, a esta disposición daremos el nombre de configuración en base común) y la que tiene el terminal de emisor hacia abajo (Figura 3-13, a esta disposición la denominaremos configuración en emisor común).

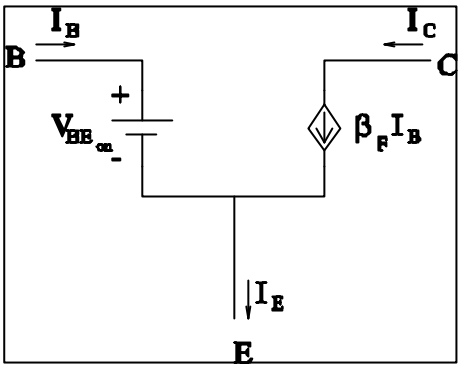



**Figura 3-13. Modelo alternativo al de la figura 12**

Hasta ahora hemos representado el BJT operando en zona activa directa con cuatro modelos aparentemente distintos. Al analizar un circuito ¿cuál de ellos utilizamos?: cualquiera pues son todos equivalentes. Para análisis a mano es preferible evitar las exponenciales que introducen los diodos, por eso normalmente usaremos los de las Figura 3-12 y Figura 3-13. Las ecuaciones a utilizar en zona activa directa son las de la tabla siguiente

| Modelo para base común | Modelo para emisor común |
|---|---|
| Figura 3-12 | Figura 3-13 |
| $I_C = a_F I_E$ | $I_C = b_F I_B$ |
| $V_{BE} = V_{BE_{on}} = 0.7\ V$ | $V_{BE} = V_{BE_{on}} = 0.7\ V$ |
| $V_{BC} < 0$ | $V_{BC} < 0$ |

Para un transistor pnp son válidas las mismas ecuaciones aunque cambiando el signo a todas las corrientes y tensiones. Por ejemplo, las ecuaciones para un npn

$$I_C = a_F I_E \qquad V_{BE} = V_{BE_{on}} = 0.7\,V$$

se escribirán para un pnp

$$-I_C = a_F(-I_E) \Rightarrow I_C = a_F I_E$$

$$-V_{BE} = V_{EB}, V_{BE_{on}} = -0.7 \Rightarrow V_{EB_{on}} = 0.7\,V$$

los esquemáticos serán iguales salvo que habremos de dar la vuelta a todos los elementos de circuito.

### 3.5.2 Modelo del BJT npn en saturación

En la región de saturación ambas uniones están polarizadas en directa. Luego para el npn $V_{BE} > 0$ y $V_{BC} > 0$. El modelo aproximado se obtiene, por tanto, sustituyendo los diodos por fuentes de tensión independientes de valores $V_{BE_{sat}}$ y $V_{BC_{sat}}$ (Figura 3-14), que son ligeramente superiores a los correspondientes a la conducción $V_{BE_{on}}$ y $V_{BC_{on}}$ por una razón idéntica a la esgrimida anteriormente: el transistor se asume dentro de la región de saturación con lo que ambas uniones están bien metidas en polarización directa (las palabras "bien metidas" significan que la corriente que fluye por dichas uniones es de unas 100 veces la corriente cuando la tensión que cae en el diodo es la umbral, $V_g$ ). Valores típicos de estas tensiones son $V_{BE_{sat}} = 0.8\,V$ y $V_{BC_{sat}} = 0.6\,V$, la diferencia entre ambos se debe a que el diodo de emisor posee una corriente inversa de saturación ($I_{ES}$ )menor que la del diodo de colector ( $I_{ES} < I_{CS}$ ), hecho este que ya hicimos notar anteriormente.

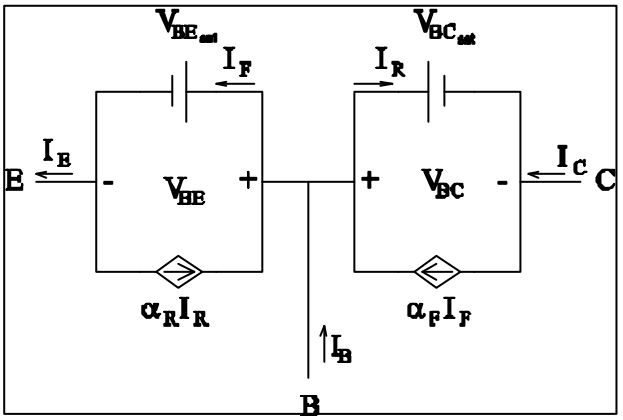



Figura 3-14. Simplificación del modelo de Ebers-Moll para la región de saturación

Ahora bien, las corrientes de control de las fuentes dependientes fluyen por fuentes independientes de tensión. Pero las fuentes independientes de tensión se definen como aquellos elementos de circuito que fijan la tensión entre sus terminales, a la vez que permiten el paso de cualquier corriente a su través. Luego las corrientes de control están ahora indefinidas. De modo que podemos eliminar las fuentes dependientes porque la corriente que introducen al circuito está incorporada por definición en las fuentes de tensión (cualquiera). ¿Qué fijará las corrientes por estas ramas?: el circuito externo al transistor. Eliminemos, pues las fuentes controladas. El modelo queda tal y como mostramos en la Figura 3-15; dos fuentes de tensión enfrentadas.

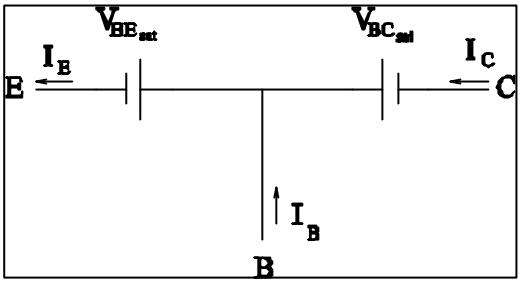



Figura 3-15. Modelo del BJT en saturación en base común

Como la tensión entre el colector y el emisor está fijada al valor

$$V_{CE_{sat}} = V_{BE_{sat}} - V_{BC_{sat}}$$

el circuito anterior es equivalente al de la Figura 3-16.

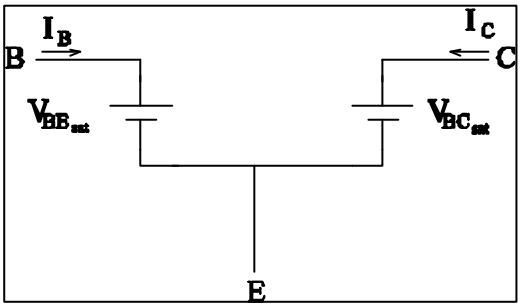



Figura 3-16. Modelo del BJT en saturación para la configuración en emisor común

Por lo tanto, en saturación un transistor bipolar presenta, aproximadamente, una tensión constante entre sus terminales. El valor típico de $V_{CE_{sat}}$ es 0.2 V.

Volviendo a la Figura 3-14 podemos extraer resultados interesantes respecto al valor de la corriente de colector en esta región de saturación. Según dicha figura la corriente es

$$I_C = a_F I_F - I_{V_R}$$

donde $I_{V_R}$ denota a la corriente positiva (atraviesa el diodo de colector que está en directa) que fluye por la fuente $V_{BC_{sat}}$. Recordemos que en zona activa directa, despreciando las corrientes inversas de saturación

$$I_C = a_F I_F, I_F = I_E$$

como la corriente $I_F$ es casi igual en ambos casos (esta corriente es la que fluye por un diodo en directa tanto en zona activa directa como en saturación), concluimos que la corriente de colector es menor en la región de saturación que en zona activa directa, esto es

$$I_C < a_F I_E, \qquad I_C < b_F I_B$$

Resumiendo lo escrito, en saturación las ecuaciones del modelo son

| Modelo para base común | Modelo para emisor común |
|---|---|
| (Figura 3-15) | (Figura 3-16) |
| $V_{BE_{sat}} = 0.8\,V$ | $V_{BE_{sat}} = 0.8\,V$ |
| $V_{CE_{sat}} = 0.6\,V$ | $V_{CE_{sat}} = 0.2\,V$ |
| $I_C < a_F I_E$ | $I_C < b_F I_B$ |

Los mismos comentarios se aplican al modelo del transistor pnp: hemos de cambiar el signo a todas las corrientes y tensiones. En los esquemáticos daremos la vuelta a todos los elementos de circuito.

### 3.5.3 Modelo del BJT npn en corte

En esta región de operación $V_{BE} < 0$ y $V_{BC} < 0$, luego ambos diodos están en inversa y operan como fuentes de corriente independientes de valor muy pequeño. Por la razón comentada cuando

desarrollamos el modelo en zona activa directa, la fuentes controladas también pasan a ser independientes. Por lo tanto el modelo en esta región es el de la Figura 3-17.

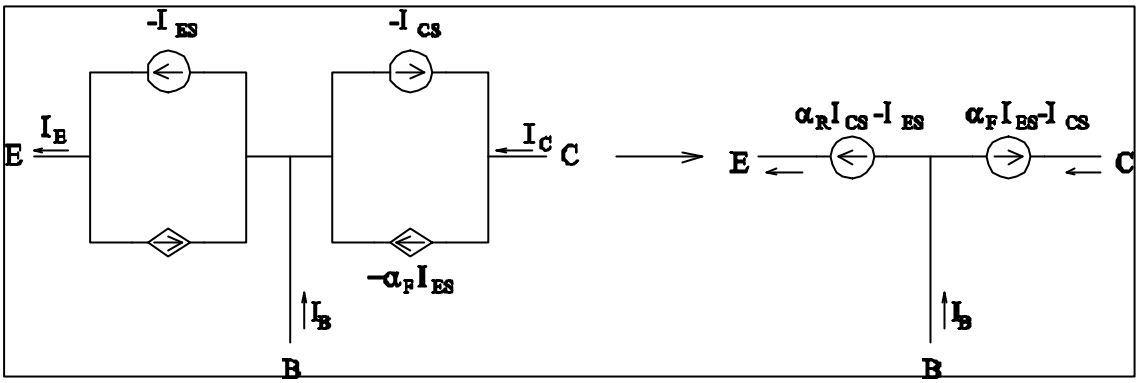



Figura 3-17. El BJT en la región de corte considerando las corrientes de “fuga”

Si despreciamos las corrientes inversas de saturación tenemos sendos circuitos abiertos entre cualquier par de terminales del transistor; este modelo simplificado se halla en la Figura 3-18.

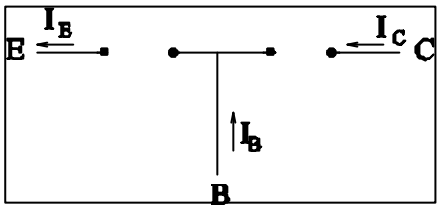



Figura 3-18. Modelo del transistor en corte

En esta región tenemos

| Modelo para base común | Modelo para emisor común |
|---|---|
| $I_E = 0\ A$ | $I_B = 0\ A$ |
| $I_C = 0\ A$ | $I_C = 0\ A$ |

### 3.5.4 Modelo del BJT npn en zona activa inversa

En zona activa inversa el modelo es muy parecido al correspondiente a la zona activa directa. Lo único que tenemos que hacer es intercambiar los papeles de los terminales de emisor y colector. Los

modelos aproximados son similares a los de las Figura 3-12 y Figura 3-13. Podemos verlos en la Figura 3-19.

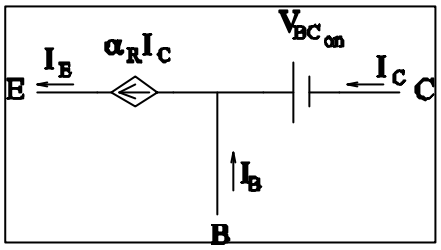



**Figura 3-19. Modelos aproximados del BJT operando en zona activa inversa**

En la práctica, cuando el transistor opera en la zona activa inversa, la corriente $I_E$ entra al dispositivo y la corriente $I_C$ sale de él. Ahora las ecuaciones se expresan por

| Modelo para base común | Modelo para colector común |
|---|---|
| $I_E = a_R I_C$ | $I_E = -b_R I_B$ |
| $V_{BC} = V_{BC_{on}} = 0.5\,V$ | $V_{BC} = V_{BC_{on}} = 0.5\,V$ |
| $V_{BE} < 0$ | $V_{BE} < 0$ |

¿Significa todo esto que el transistor opera de manera análoga en la zona activa directa y en la inversa?: no. Ya hemos dicho que los terminales no son intercambiables y que el transistor está especialmente diseñado para que funcione en la zona activa directa. Para comprobar la diferencia entre ambas regiones comparemos, por ejemplo, los valores de las ganacias en corriente en emisor común $b_F$ y $b_R$.

## 3.6 Sobre las relaciones entrada-salida

Desde el punto de vista de una señal que atraviesa un circuito, éste posee una o varias entradas y salidas. Solemos considerar que el flujo de señal tiene el sentido de izquierda a derecha y, por eso, dibujamos los esquemáticos de los circuitos con las entradas a la izquierda y las salidas a la derecha

como en el de la Figura 3-20 que tiene una única entrada y una salida (este circuito no es un divisor de tensión porque $i_o \neq 0$).

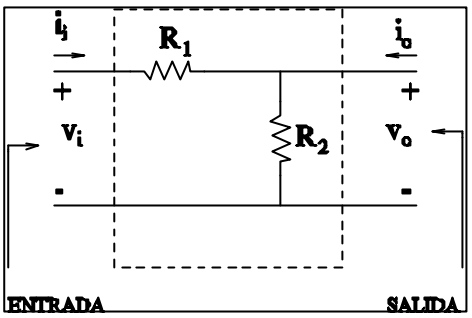



**Figura 3-20. Circuito simple de dos puertos**

El circuito de la Figura 3-20 se dice que es de dos puertos porque tiene cuatro terminales que podemos agrupar dos a dos (que constituyen, como se ve en la figura, la entrada y la salida)[1]. Para caracterizarlo se utilizan las variables de entrada, que son la caída de tensión $v_i$ y la corriente $i_i$ y las de salida: $v_o$ e $i_o$. Una forma de expresar el funcionamiento de este circuito tan simple es mediante la representación gráfica de sus ecuaciones constitutivas vistas desde la entrada y desde la salida. Es decir, con las curvas características de entrada y de salida. La de entrada consiste en la representación de la función que liga ambas variables de entrada que en nuestro caso es la recta

$$i_i = \frac{1}{R_1} v_i - \frac{1}{R_1} v_o \tag{3.13}$$

donde hemos preferido elegir como variable dependiente la corriente $i_i$. Desde el punto de vista de la entrada, la variable independiente es la tensión $v_i$. En la ecuación no podemos eliminar $v_o$ a menos que introduzcamos otra variable del circuito. Por lo tanto consideramos que $v_o$ es un parámetro y dibujamos la cracterística de entrada en función del valor de este parámetro. Obviamente variará la ordenada en el origen de la recta como podemos ver en la Figura 3-21. El símbolo $v_o$ junto a una flecha apuntando hacia abajo indica que a medida que $v_o$ aumenta la recta se desplaza hacia abajo.

---

[1]Con esta terminología un elemento de dos terminales como una resistencia o un diodo son elementos de un solo puerto.

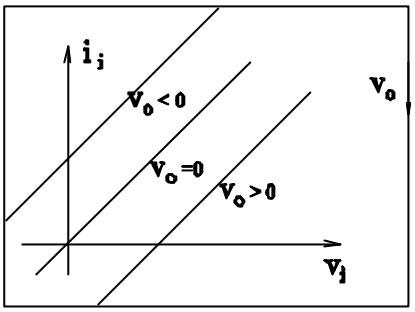



Figura 3-21. Características I-V de entrada

La ecuación constitutiva vista desde la salida está dada por

$$i_o = \frac{1}{R_2} v_o - i_i \tag{3.14}$$

que es muy parecida a la anterior y la mostramos en la Figura 3-22. En este caso hemos elegido a $i_i$ como parámetro, la elección podría ser distinta.

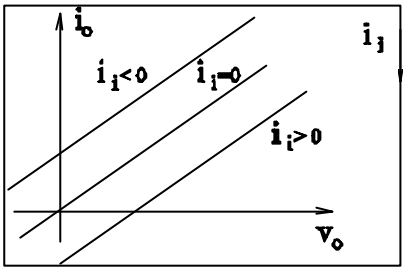



Figura 3-22. Características I-V de salida

### 3.6.1 1. Configuraciones de un transistor bipolar

Un transistor bipolar se puede “colocar” en un circuito mostrando distintos pares de terminales a la entrada o a la salida. Las diferentes posiciones del dispositivo se denominan configuraciones y son las tres mostradas en la Figura 3-23. Reciben el nombre del terminal compartido por la entrada y la salida: emisor común (EC), colector común (CC) y base común (BC).

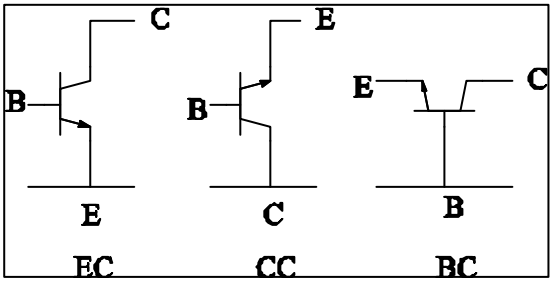



Figura 3-23. Configuraciones del BJT

El modelo de Ebers-Moll, tal y como lo hemos presentado, tiene el aspecto de la configuración en base común. Para cualquier otra configuración el modelo es exactamente el mismo; sólo puede cambiar el conjunto de variables independientes que nos interesa utilizar. Así, por ejemplo, para la configuración en emisor común resultará útil expresar las características de entrada como una función

$$I_B = I_B(V_{BE}, V_{CE})$$

análoga a la ecuación (3.13), aquí las variables de entrada son la corriente $I_B$ y la tensión $V_{BE}$; la tensión $V_{CE}$ se tomará como parámetro. Las ecuación característica de salida será

$$I_C = I_C(V_{CE}, I_B)$$

pues consideraremos que $I_C$ es la corriente de salida y las variables independientes las tomamos como la tensión de salida ($V_{CE}$) y la corriente $I_B$ que será el parámetro (ver ecuación (3.14)). En la próxima sección deduciremos las expresiones de ambas ecuaciones características a partir de las del modelo. El procedimiento será simple: manipular las ecuaciones originales.

## 3.7 Características I-V del BJT en emisor común

La configuración en emisor común es, posiblemente, la más utilizada en las aplicaciones del transistor bipolar, tanto en circuitos analógicos (amplificación de señales) como en los digitales (familias de puertas lógicas bipolares). Por ello dedicamos una especial atención a esta configuración (Figura 3-24).

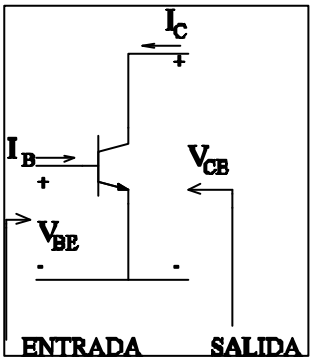



Figura 3-24. Variables de entrada-salida del BJT en la configuración de emisor común

### 3.7.1 1. Características de entrada

Como indicamos antes, las magnitudes desde la entrada son la corriente de base y la tensión base-emisor, por lo tanto daremos la característica I-V en estática representando en el eje vertical la corriente de entrada $I_B$ y en el horizontal la tensión de entrada $V_{BE}$, el parámetro será $V_{CE}$.

La función que hemos representar la obtendremos del modelo de Ebers-Moll. Para ello eliminemos $V_{BC}$ de la ecuación (3.16), que da la corriente de base, utilizando

$$V_{BC} = V_{BE} - V_{CE} \tag{3.15}$$

y operando queda

$$I_B = I_S \left( \frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R} e^{-\frac{V_{CE}}{V_t}} \right) e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - I_S \left( \frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R} \right) \tag{3.16}$$

si representamos esta función en el sistema de ejes indicado anteriormente resulta la característica de entrada de la Figura 3-25. Cada una de las ramas que aparecen representa el valor de la tensión $V_{CE}$ indicado.

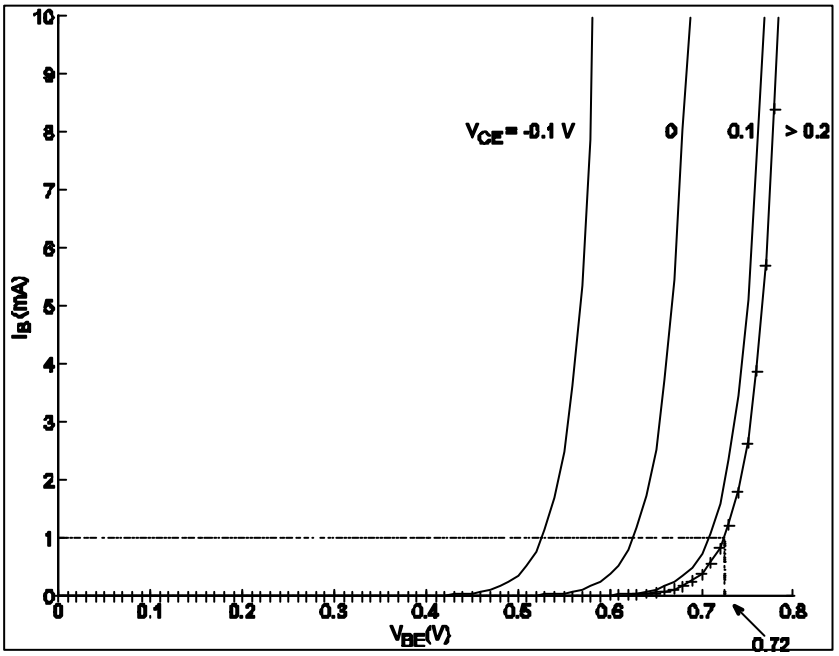



Figura 3-25. Curvas características de entrada de un transistor bipolar npn en emisor común. Los parámetros del modelo son $a_F = 0.99$, $a_R = 0.69$ e $I_S = 6.93 \cdot 10^{-14}\ A$

Salvo esta dependencia paramétrica con $V_{CE}$ las curvas son parecidas a las de diodos. Este es un resultado razonable pues desde la entrada del transistor en esta configuración se "ve" el diodo asociado a la unión base-emisor. La rama $V_{CE} = 0$ está dada por (ecuación (3.16) con $V_{CE} = 0$)

$$I_B = I_S \left( \frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R} \right) \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right)$$

que es la ecuación constitutiva de un diodo, expresada mediante el modelo exponencial, cuya corriente inversa de saturación es

$$I_o = I_S \left( \frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R} \right)$$

Si aceptamos que la tensión de umbral de este diodo ($V_{g0}$) es la correspondiente a una corriente de, digamos, $I_{g0} = 1\,mA$ (esto es usual) su valor es

$$V_{g0} = 0.71\,V$$

Además notamos que, si $V_{CE}$ es negativa, las tensiones de umbral de estos diodos especiales aumentan al hacerlo $V_{CE}$ (lo hacen en, aproximadamente, la misma cantidad que aumenta $V_{CE}$).

Con $V_{CE}$ positiva la situación es distinta: entre 0 y 0.2 V las curvas se van "pegando" y cuando $V_{CE} > 0.2\,V$ todas las curvas se confunden en una sola. Para mostrar este hecho, la rama indicada por $V_{CE} > 0.2\,V$ representa las curvas correspondientes a $V_{CE} = 0.2\,V$ y a $V_{CE} = 10\,V$, ésta última está dibujada con signos "+". Se puede comprobar que se superponen. Esto es resultado de la dependencia exponencial negativa con $V_{CE}$ de la ecuación (3.16). Para esta rama se indica expresamente el valor de la tensión de umbral del "diodo" de entrada (calculada como antes: para $I_g = 1\,mA$) y cuyo valor es

$$V_g = 0.72\,V$$

que corresponde, aproximadamente, a $V_{BE_{on}}$.

Cuando la unión está saturada (el diodo “bien” metido en directa) se supone que la corriente es unas 100 veces mayor que la utilizada para calcular la tensión de umbral. Es decir definimos una $I_s = 100 I_g = 100\ mA$ a la que corresponderá una caída de tensión $V_s$ a la que, en este caso denotaremos por $V_{BE_{sat}}$. Su cálculo lo realizamos sobre la ecuación constitutiva del diodo suponiendo fijada la tensión de colector ($V_{CE} = V_{CE_Q}$). De modo que tomando la ecuación (3.16) y haciendo $I_B = I_g = 1\ mA$ tenemos

$$10^{-3} = I_S\left(\frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R} e^{-\frac{V_{CEQ}}{V_t}}\right) e^{\frac{V_{BE_{on}}}{V_t}} - I_S\left(\frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R}\right) \Rightarrow$$

$$V_{BE_{on}} = V_t ln\left[\frac{10^{-3} + I_S\left(\frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R}\right)}{I_S\left(\frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R} e^{-\frac{V_{CEQ}}{V_t}}\right)}\right] \cong \tag{3.17}$$

$$\cong V_t ln\left[\frac{10^{-3}}{I_S\left(\frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R} e^{-\frac{V_{CEQ}}{V_t}}\right)}\right]$$

en la última igualdad hemos despreciado la cantidad $I_S\left(\frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R}\right)$ cuyo valor es $3.2 \cdot 10^{-14}\ A$ (con los valores típicos que venimos utilizando) frente a $10^{-3}\ A$. Para una corriente 100 veces superior tenemos

$$V_{BE_{sat}} \cong V_t ln\left[\frac{100 \cdot 10^{-3}}{I_S\left(\frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R} e^{-\frac{V_{CEQ}}{V_t}}\right)}\right] \tag{3.18}$$

restando ahora las ecuaciones (2) y (1), y recordando que $V_{BE_{on}} = 0.72\ V$, queda

$$V_{BE_{sat}} - V_{BE_{on}} = V_t ln(100) = 0.12\ V \Rightarrow V_{BE_{sat}} = 0.12 + 0.72 = 0.84\ V$$

de modo que hay una diferencia de, aproximadamente, 0.1 V entre las caídas de tensión correspondientes al estado de conducción y las que corresponden a la saturación. ¡En esos 0.1 V la corriente aumenta en un factor de 100! Estos resultados ya los habíamos adelantado en los subapartados correspondientes a la zona activa directa y saturación. Hemos comprobado su validez y respondido a la pregunta ¿por qué esos números?

### 3.7.2 Características de salida

Las curvas características de salida expresan

$$I_C = f\,(V_{CE}, I_B)$$

donde $I_B$ es el parámetro ya que es una de las variables de entrada. La función anterior se puede obtener a partir de las ecuaciones de Ebers-Moll. Para ello se elimina $V_{BE}$ de la ecuación 3.6 utilizando para ello la (3.15)

$$V_{BE} = V_{BC} + V_{CE}$$

Una vez despejada la exponencial en $V_{BC}$ nos queda

$$e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} = \frac{\frac{I_B}{I_S} + \frac{1}{b_F} + \frac{1}{b_R}}{\frac{1}{b_F} e^{\frac{V_{CE}}{V_t}} + \frac{1}{b_R}} \tag{3.19}$$

Repitiendo el proceso en la ecuación de $I_C$ (3.2), teniendo en cuenta la (3.5), obtenemos

$$e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} = \frac{\frac{I_C}{I_S} - \frac{1}{a_R} + 1}{e^{\frac{V_{CE}}{V_t}} - \frac{1}{a_R}} \tag{3.20}$$

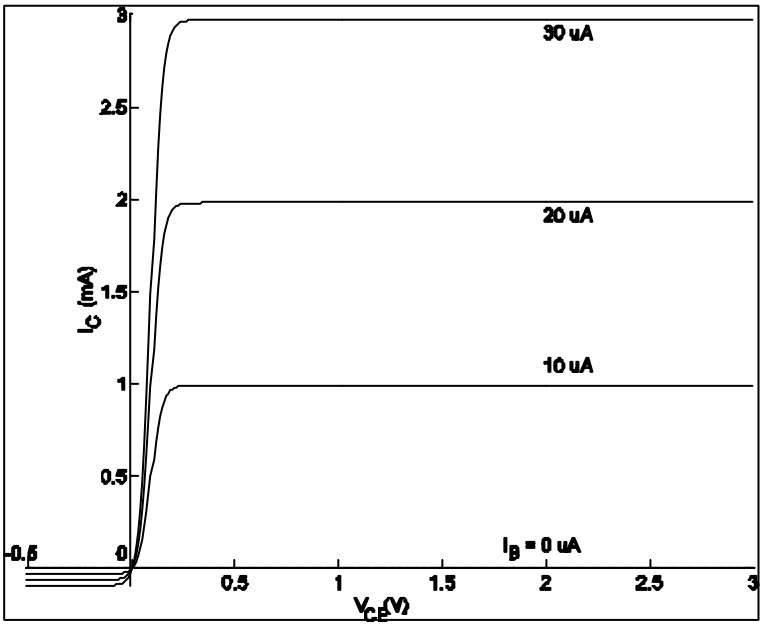


Figura 3-26. Curvas características de salida de un transistor bipolar npn en emisor común. $I_B$ dada en $mA$

Igualando las ecuaciones (3.19) y (3.20) llegamos a la función buscada

$$I_C(V_{CE}\ I_B) = I_{CS} - a_F I_{ES} + \\ + \frac{\left[I_B + (1-a_F)I_{ES} + (1-a_R)I_{CS}\right]\left(a_F I_{ES} - I_{CS} e^{-\frac{V_{CE}}{V_t}}\right)}{(1-a_F)I_{ES} + (1-a_R)I_{CS} e^{-\frac{V_{CE}}{V_t}}} \tag{3.21}$$

esta función está representada en la Figura 3-26 con los mismos parámetros de modelo indicados en la Figura 3-25 y para $I_B = 0, 10, 20\ y\ 30\ mA$. Nótese cómo a medida que aumenta $I_B$ también lo hace $I_C$.

En lo que sigue identificaremos, sobre la Figura 3-26, las distintas regiones de operación del BJT. Observamos, en primer lugar, que los valores de $I_C$ son pequeños para $V_{CE}$ negativa. Sin embargo, la forma de las curvas es parecida a los correspondientes a tensiones positivas. En el intervalo $-0.1\,V \le V_{CE} \le 0.2\,V$ es donde se producen las variaciones de la corriente $I_C$ permaneciendo prácticamente constante (para cada $I_B$) fuera de dicho intervalo. Además, si $V_{CE} > 0.2\,V$ ocurre que

$$I_C \approx 100 I_B$$

ya que, por ejemplo, la línea correspondiente a $I_B = 10\,mA$ está, aproximadamente sobre $I_C = 1\,mA$, y algo similar ocurre para los demás valores de ambas corrientes. Es decir un factor de más o menos 100 las relaciona.

En esta representación hemos utilizado un valor de $a_F = 0.99$, con lo que de la ecuación (3.5) obtenemos $b_F = 99$. Por lo tanto tenemos que para $V_{CE} > 0.2\,V$, aproximadamente $I_C = b_F I_B$, que es una de las ecuaciones que caracterizan la zona activa directa. Para asegurarnos de que esto es así recordemos que en ésta región $V_{BE} = V_{BE_{on}} \approx 0.7\,V$ y $V_{BC} < 0$ (en realidad nos basta que la unión de colector no esté polarizada en directa: $V_{BC} < V_{BC_{on}} = 0.5\,V$). Con esto

$$V_{CE} = V_{BE} - V_{BC} > 0.7 - 0.5 = 0.2\,V$$

o bien, si deseamos ser más exigentes hacemos $V_{BC} < 0$ y

$$V_{CE} > 0.7 - 0 = 0.5\,V$$

en la gráfica miramos entonces la curva más allá de este valor de la tensión de colector. En todo caso nuestra presunción de que es esta la región ($V_{CE} > 0.2\,V$) de la característica en la que el transistor opera en zona activa directa está ya confirmada.

Notamos que en la zona activa directa la corriente $I_C$ es independiente de $V_{CE}$: la corriente no cambia al aumentar la tensión. Es decir la resistencia que presenta el BJT a la salida (estamos observando las características de salida) es infinita en la región activa directa (se sobreentiende que nos referimos a la resistencia diferencial definida por $r = \frac{dV}{dI}$, que tiene un valor infinito porque la pendiente, que es nula, es la inversa de esa derivada).

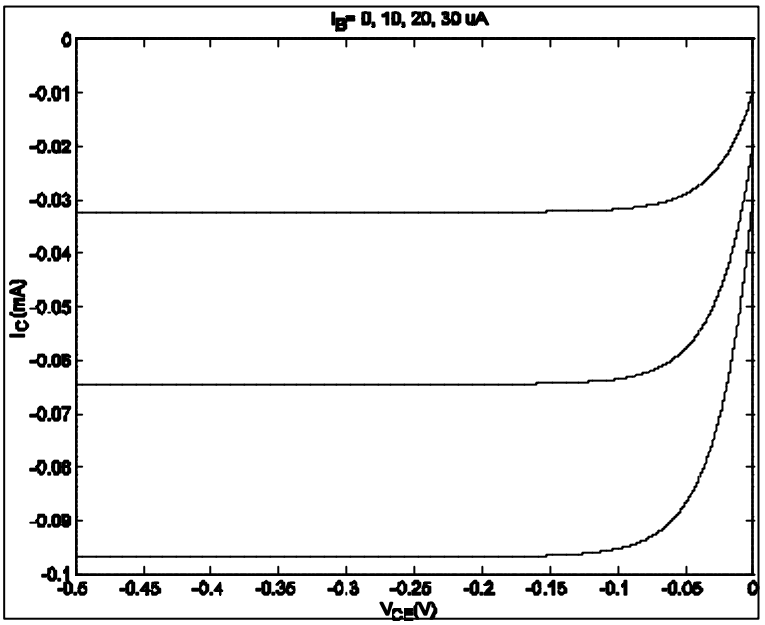



Figura 3-27. Detalle de las características de salida con $V_{CE} < 0$

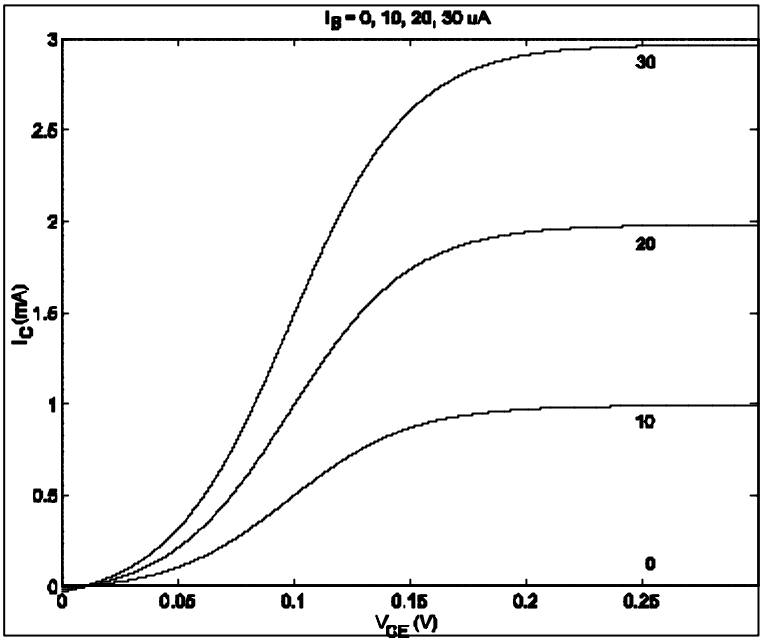



Figura 3-28. Detalle de la región de saturación directa

En la Figura 3-27 se puede ver la zona negativa de la característica con mayor detalle. Su forma es igual que la anterior pero con las corrientes y tensiones negativas y con magnitudes mucho menores que en la zona activa directa. Sabiendo lo anterior podemos afirmar que la región en la que éstas curvas son planas corresponde a la zona activa inversa. Podemos comprobar este resultado evaluando $b_R$ a partir de que $a_R = 0.69$ con la ecuación 5. Obtenemos $b_R = 2.2$. ¿Será $I_E = -b_R I_B$?. Sí porque en zona activa inversa

$$I_E = a_R I_C, I_E = -b_R I_B \Rightarrow I_C = -\frac{b_R}{a_R} I_B$$

y, en la Figura 3-27 podemos comprobar que si $I_B = 10\,mA$ tenemos un valor de $I_C$ (leyendo lejos de $V_{CE} = 0$) negativo y de unos $32\,mA$, lo que corresponde a un factor de $\frac{b_R}{a_R} = \frac{2.2}{0.69} = 3.22$ entre las corrientes.

La región de saturación será la que está entre ambas excluyendo la zona de corrientes nulas ($I_C = 0, I_B = 0$) que corresponde al corte. De modo que tenemos una “subregión” de saturación que se extiende desde $V_{CE} = 0$ hasta $V_{CE} \approx 0.2\,V$, cuyo detalle mostramos en la Figura 3-28, y otra “subregión” de saturación que empieza en $V_{CE} \approx -0.1\,V$ y acaba en $V_{CE} = 0$ (ver cómo varía la corriente en la Figura 3-27). La primera subregión se llama región de saturación directa y es la más interesante en la mayoría de aplicaciones. En ella la variacion de la corriente de colector es muy

grande, es decir cambia en un muy estrecho márgen de variación de $V_{CE}$. Por eso aproximamos el valor de la tensión de colector a $V_{CE_{sat}} = 0.2\,V$.

Aunque no se vea en las figuras por coincidir las curvas con los ejes, en todas ellas ocurre que $I_C = 0$ cuando $I_B = 0$, que es la situación correspondiente a la región de corte.

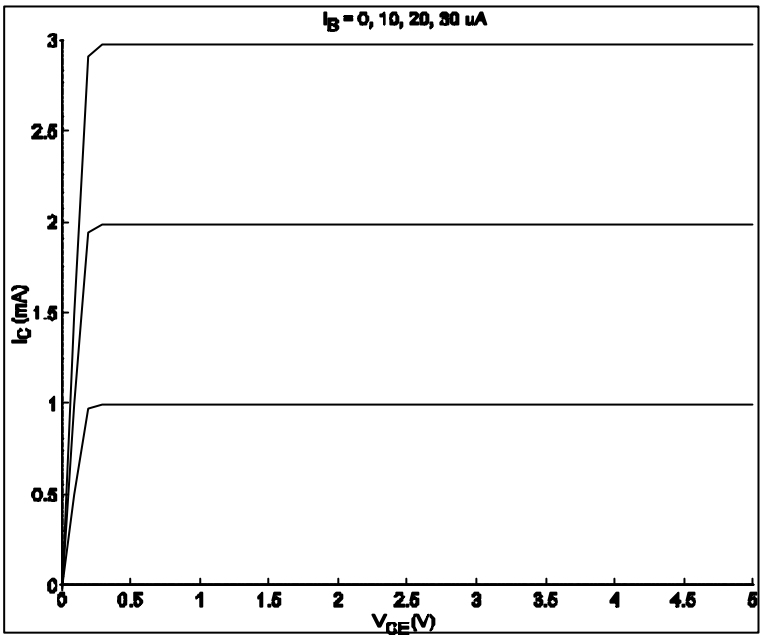



**Figura 3-29. En saturación** $V_{CE} \square 0.2\,V$ **. En zona activa directa** $I_C = b_F I_B$

## 3.8 Desviaciones del modelo de Ebbers-Moll

Las características I-V mostradas en las figuras anteriores representan un modelo idealizado del funcionamiento del transistor bipolar npn. La curvas correspondientes a un transistor real son ligeramente distintas. En esta sección presentaremos algunas de éstas diferencias.

A pesar de las desviaciones, los resultados que se obtienen mediante análisis "a mano" con el modelo idealizado son lo suficientemente aproximados como para satisfacer nuestras necesidades en una primera aproximación. Si deseásemos incorporar estos nuevos efectos (y algunos otros que no mencionaremos en este texto) debemos recurrir a la simulación mediante programas de ordenador del tipo de SPICE (Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis) que es un programa estándar.

Aunque la precisión de los resultados es mayor, la simulación por ordenador no debe sustituir a las estimaciones "a mano", especialmente en las primeras etapas de formación en electrónica; el

conocimiento sobre el funcionamiento de un circuito es más completo si disponemos de las ecuaciones que lo describen y sabemos extraer la información cualitativa que éstas contienen. La información está en la "posición" de los parámetros que lo caracterizan en las ecuaciones (muchas veces basta "ver" que una corriente o tensión es directamente proporcional a determinado parámetro para estimar su influencia sore el funcionamiento del circuito completo). En el resultado numérico ofrecido por los programas no está esta información con tanta claridad como en una "fórmula".

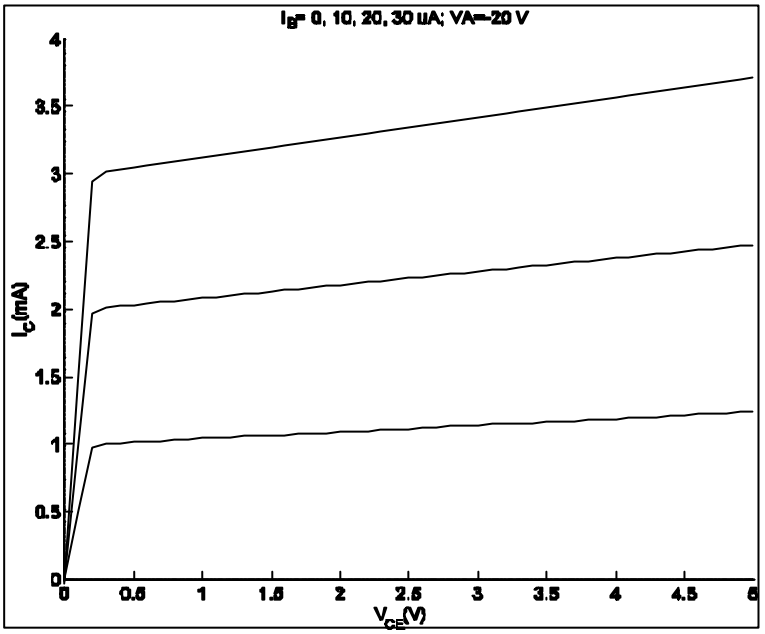



Figura 3-30. Características de salida con el efecto "Early"

Establecido lo anterior miremos la Figura 3-30. Las curvas que dan cuenta del funcionamiento en zona activa directa tienen cierta pendiente no nula, es decir, no es verdad que la corriente de colector sea independiente de la tensión que cae entre el colector y el emisor en esta región. Esta pendiente no nula dará lugar a una cierta resistencia de salida finita que no se refleja en las ecuaciones del modelo idealizado. Este funcionamiento, llamado efecto Early, está relacionado con que la longitud de la región de base depende del estado de polarización del transistor: si una (o las dos) uniones opera en inversa se observa una disminución "efectiva" de la longitud de la base, cuando se compara con la situación en que ambas uniones están en directa (a esto se le da el nombre de modulación de la anchura de la base). Como resultado los transistores reales presentan valores de la corriente de colector algo superiores a los que se calculan con el modelo idealizado.

El efecto Early se introduce en las ecuaciones incluyendo en ellas el parámetro $V_A$, que se llama tensión de Early y que es negativa.

La corriente de salida modificada se obtiene, sencillamente, multiplicando la del modelo ideal , ecuación (3.21), por el factor

$$\left(1+\frac{V_{CE}}{|V_A|}\right)$$

resultando la siguiente

$$I_C = I_{CS} - a_F I_{ES} + \\ + \frac{\left[I_B + (1-a_F)I_{ES} + (1-a_R)I_{CS}\right]\left(a_F I_{ES} - I_{CS} e^{-\frac{V_{CE}}{V_t}}\right)}{(1-a_F)I_{ES} + (1-a_R)I_{CS} e^{-\frac{V_{CE}}{V_t}}}\left(1+\frac{V_{CE}}{|V_A|}\right) \tag{3.22}$$

que el la función representada en la Figura 3-30.

Otra diferencia entre las características obtenidas con el modelo idealizado y midiendo los transistores reales se muestra en la Figura 3-31. En ella vemos cómo se produce un crecimiento brusco del valor de la corriente de salida al acercarnos a cierto valor de la tensión $V_{CE}$ que se denota por $BV_{CE0}$. Este tipo de respuesta nos es conocida pues también se produce en los diodos: entonces le dimos el nombre de región de ruptura o Zener. El fenómeno se observa, de nuevo, en la zona activa directa, región en la que la unión de colector está polarizada en inversa. Concluimos, por tanto, que la ruptura de la unión de colector da lugar a ese crecimiento de la corriente. La tensión $BV_{CE0}$ a la que se observa la llamaremos, lógicamente, tensión de ruptura del transistor en la configuración en emisor común. También se puede hablar de la tensión de ruptura en base común, cuyo símbolo es $BV_{CB0}$ (no mostramos gráficas para esta otra tensión).

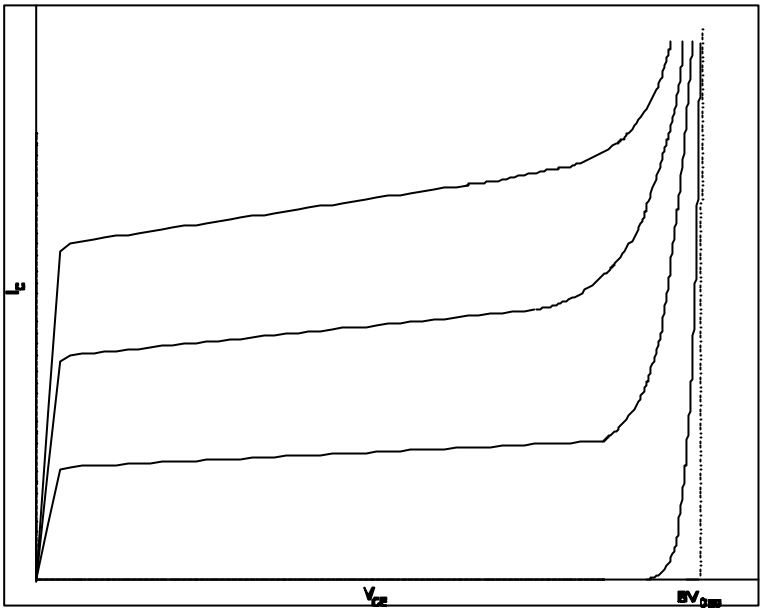



Figura 3-31. Efectos de la región de ruptura de la unión de colector sobre las características de salida

El último de los fenómenos de segundo orden que presentaremos es la dependencia del parámetro $b_F$ con el estado en que opera el transistor. En efecto, esta ganancia en corriente depende del valor que presenta la corriente de salida $I_C$ cuando al utilizar el modelo ideal hemos supuesto que permanece constante e independiente de la polarización del BJT. Esta dependencia puede ser importante y llevar al transistor a operar fuera de la región activa directa.

La Figura 3-32 nos da idea de la variación que puede experimentar la ganancia en corriente. En ella el eje de abcisas está en escala logarítmica y representa la corriente de salida $I_C$. Nótese, además, que el nombre dado al eje de ordenadas no es el que hemos venido utilizando: hemos escrito $h_{FE}$ en lugar de $b_F$. Ambos símbolos son equivalentes. Observamos que la ganancia puede variar desde un valor próximo a 60 hasta 190. ¡Es un intervalo amplio!.

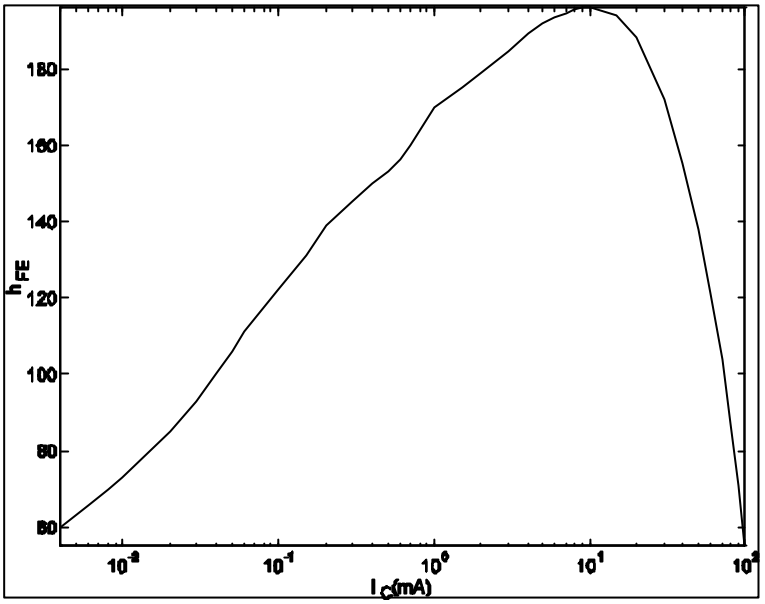



Figura 3-32. Variación de la ganancia en corriente con la polarización

## 3.9 Análisis de circuitos con BJTs en estática

La resolución de un circuito que contenga transistores bipolares se efectúa, como con cualquier circuito, utilizando las leyes de Kirchoff junto a las ecuaciones constitutivas del transistor y el resto de los elementos que aparezcan. Lo hasta ahora expuesto de este capítulo se ha dedicado, casi íntegramente, a la exposición de las ecuaciones constitutivas del transistor bipolar en las distintas regiones en que puede operar; por lo tanto ya estamos en disposición de revisar la manera en que calculamos corrientes y tensiones en estos circuitos.

Fruto de las leyes de Kirchoff obtenemos un sistema de ecuaciones, dependiendo del método de resolución llegaremos a soluciones gráficas (de las que extraeremos resultados numéricos) o analíticas.

Con el segundo método, el analítico, tenemos una dificultad añadida: si utilizamos la ecuación completa de la corriente de salida (3.21) no nos va a ser fácil despejar el valor de una incógnita. Por lo tanto nunca usaremos dicha ecuación. Nos debe bastar con las expresiones aproximadas en las distintas regiones de operación del transistor. Como a priori no es posible saber la zona en que opera el BJT, el procedimiento de cálculo consiste en, a la vista del circuito, realizar una hipótesis razonable sobre dicha zona, después hacer los cálculos pertinentes y comprobar, finalmente, el acierto de la hipótesis de partida.

El método gráfico es más rápido si se dispone de las curvas características del dispositivo. Consiste en dibujar sobre ellas las rectas de carga, tanto a la entrada como a la salida, y determinar las soluciones del sistema de ecuaciones por la intersección de las curvas características I-V con las rectas de carga.

Resolveremos el circuito con el BJT en emisor común de la Figura 3-33 utilizando ambos métodos. Supondremos que los parámetros del transistor son los indicados en páginas anteriores, y que

$$V_{CC} = 10\,V \qquad V_{BB} = 3\,V$$
$$R_C = 3\,K\Omega \quad R_B = 100\,K\Omega$$

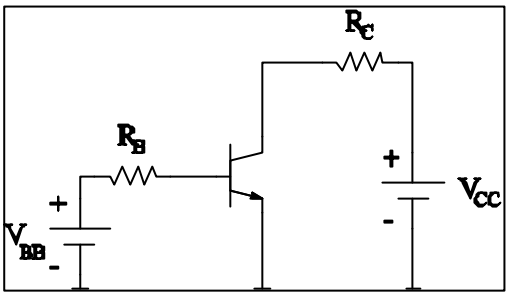



Figura 3-33. Circuito con transistor bipolar

### 3.9.1 Método analítico

Como $V_{CC}$ es la tensión más alta del circuito supondremos que $V_{CE} > 0$. Con ésto descartamos que el transistor opere en zona activa inversa o saturación inversa. Además, como el terminal de base está conectado a una fuente de valor positivo, a través de una resistencia, supondremos también que la corriente en esta rama fluye hacia la base, o lo que es lo mismo, la caída de tensión $V_{BE}$ es positiva. Con esta segunda hipótesis descartamos el que el BJT esté polarizado en la región de corte.

Quedan, por tanto, dos posibilidades: saturación o zona activa directa.

Si bien es recomendable que para este tipo de circuitos asumamos, en primer lugar, que la región de operación es la activa directa vamos a suponer que este transistor está en saturación. De modo que su ecuación constitutiva es

$$V_{BE} = V_{BE_{sat}} = 0.8\,V, \qquad V_{CE} = V_{CE_{sat}} = 0.2\,V, \qquad I_C < b_F I_B$$

Escribiremos ahora las ecuaciones correspondientes a las mallas de entrada y salida.

### 3.9.1.1 Malla de entrada

Es la formada por $V_{BB}$, $R_B$ y la unión de emisor del transistor. La ley de Kirchoff de las tensiones nos permite escribir

$$-V_{BB} + I_B R_B + V_{BE} = 0 \Rightarrow I_B = -\frac{1}{R_B} V_{BE} + \frac{V_{BB}}{R_B} \tag{3.23}$$

la última de estas ecuaciones es la recta de carga a la entrada del circuito. Particularizando a los valores dados se tiene

$$I_B = -\frac{1}{100} 0.8 + \frac{3}{100} = 22 \cdot 10^{-3}\ mA$$

### 3.9.1.2 Malla de salida

Es la constituida por $V_{CC}$, $R_C$ y $V_{CE}$. A la salida la recta de carga del circuito es

$$-V_{CC} + R_C I_C + V_{CE} = 0 \Rightarrow I_C = -\frac{1}{R_C} V_{CE} + \frac{V_{CC}}{R_C} \tag{3.24}$$

y resolviendo

$$I_C = -\frac{1}{3} \cdot 0.2 + \frac{10}{3} = 3.27\ mA$$

Con estos resultados podemos comprobar la validez de la hipótesis inicial: el transistor estará saturado si $I_C < b_F I_B$. Teniendo en cuenta que

$$\left.\begin{array}{r} b_F I_B = 99 \cdot 22 \cdot 10^{-3} = 2.18\ mA \\ I_C = 3.27\ mA \end{array}\right\} \Rightarrow I_C > b_F I_B$$

vemos que no se verifica la hipótesis y el transistor no opera en saturación.

La única alternativa “razonable” es que la región de operación sea la activa directa. Si esto es así

$$V_{BE} = V_{BE_{on}} = 0.7\,V \quad I_C = b_F I_B \quad V_{BC} < 0$$

Con la ecuación de la recta de carga a la entrada (ecuación (1)) tenemos que

$$I_B = -\frac{1}{100}0.7 + \frac{3}{100} = 23 \cdot 10^{-3}\ mA$$

para la corriente de salida tenemos

$$I_C = b_F I_B = 99 \cdot 23 \cdot 10^{-3} = 2.28\ mA$$

Para corroborar la suposición sobre la región de operación del transistor calculamos $V_{BC}$

$$\left.\begin{array}{r} V_B = V_{BB} - R_B I_B = 3 - 100 \cdot 23 \cdot 10^{-3} = 0.7\ V \\ V_C = V_{CC} - R_C I_C = 10 - 3 \cdot 2.28 = 3.16\ mA \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{BC} = V_B - V_C = 0.7 - 3.16 = -2.46\ V < 0$$

y esto confirma la validez de nuestra hipótesis: el transistor opera en la región activa directa.

### 3.9.2 Método gráfico

En este caso la solución se obtiene mediante procedimientos gráficos: se representan sobre un mismo sistema de referencia las características de entrada o las de salida y la recta de carga correspondiente. El punto en que se corten las curvas es la solución del sistema de ecuaciones.

La Figura 3-34 muestra la metodología de obtención de la solución a la entrada. En ella se ha seleccionado la característica correspondiente a $V_{CE} \geq 0.2\ V$ porque el valor de $V_{CC}$ así lo sugiere.

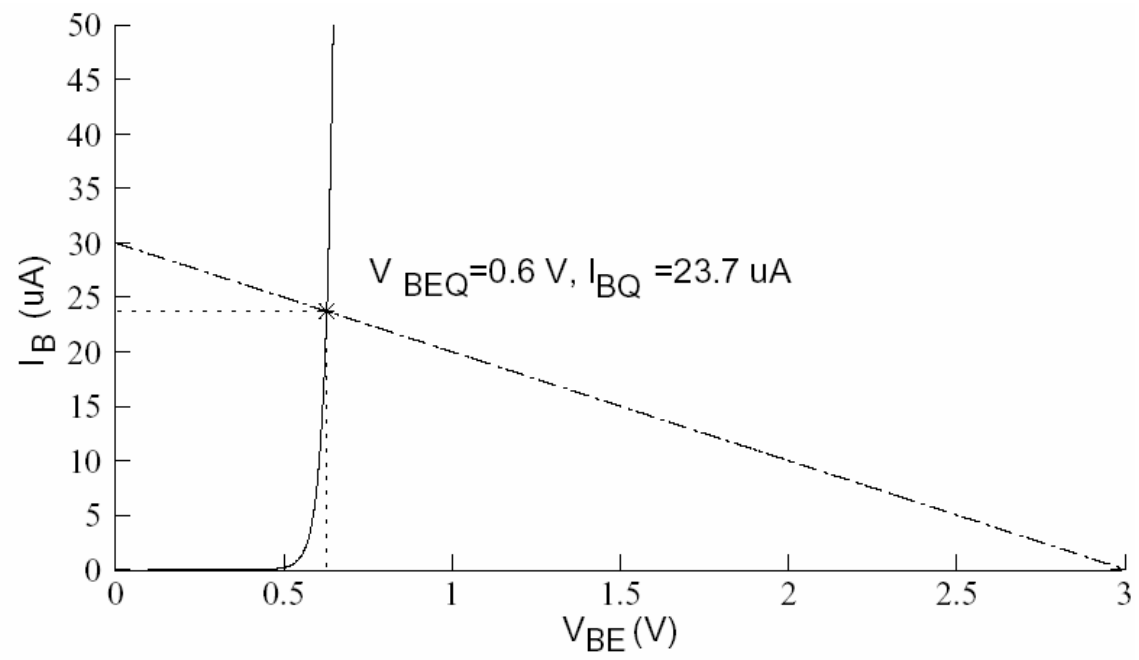



Figura 3-34. Determinación de $V_{BEQ}$ e $I_{BQ}$ del circuito de la Figura 3-33

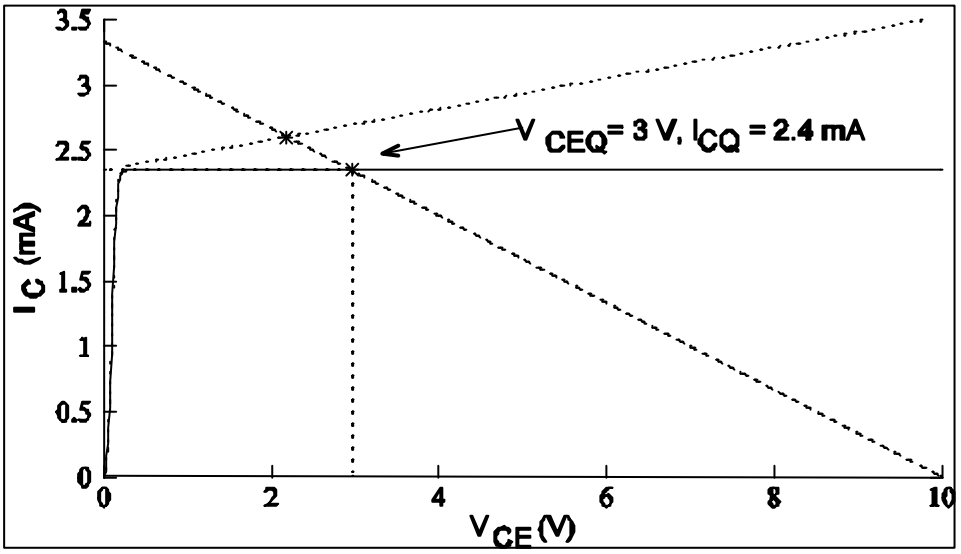



Figura 3-35. Determinación de $V_{CEQ}$ e $I_{CQ}$ del circuito de la Figura 3-33

Fijémonos en la representación de la recta de carga a la entrada. Corta al eje $V_{BE}$ en el valor de la fuente $V_{BB} = 3\,V$ y al eje $I_B$ en $\frac{V_{BB}}{R_B} = 30\,mA$. El valor obtenido de la corriente de base correspondiente $I_{BQ} = 23.7\,mA$ permite seleccionar una única curva característica de salida. Esto lo hacemos en la Figura 3-35 incorporando, además, la recta de carga a la salida y la solución que se puede leer en los ejes.

Hemos colocado un subíndice Q en todas las magnitudes que son solución del circuito en este régimen de continua: esos valores definen el punto en que el transistor está polarizado, es decir, el punto de operación del transistor, o punto Q. Por eso el circuito constituido por las fuentes de continua ($V_{BB}$ y $V_{CC}$) y las resistencias ($R_B$ y $R_C$) se llama circuito de polarización.

Si comparamos el punto de operación obtenido con esta técnica y el que obtuvimos utilizando el método de análisis analítico observamos algunas diferencias. Entre ambos es más preciso el gráfico, pero para poder utilizarlo es necesario disponer de unas "buenas" curvas características. En todo caso las diferencias son pequeñas.

## 3.10 Modelo dinámico en gran señal del BJT

Hasta ahora sólo hemos analizado el funcionamiento del transistor bipolar en continua. Si las señales que operan en el dispositivo varían con el tiempo se producen unas corrientes que hemos de incorporar al modelo. Estas corrientes, como en el caso del diodo, se introducen mediante capacitores cuyas capacitancias dependen de las tensiones.

De modo que para completar el modelo nos basta recordar cómo es ese capacitor en el diodo y asociar uno a cada una de las uniones del transistor bipolar.

Si llamamos $C_{BE}$ y $C_{BC}$ a las capacitancias de estos capacitores y las introducimos en el modelo de Ebers-Moll el circuito en gran señal en régimen dinámico es el que mostramos en la Figura 3-36.

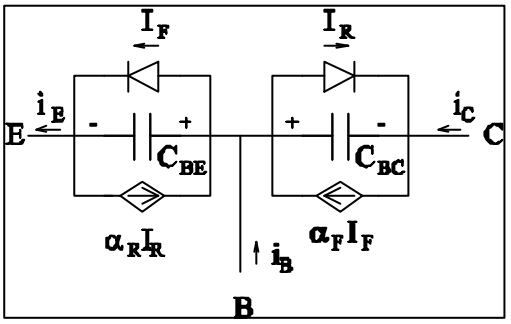



Figura 3-36. Modelo dinámico en gran señal del BJT npn

Las expresiones de estas capacitancias son

$$C_{BE} = t_{t_E} \frac{I_{ES}}{hV_t} e^{\frac{v_{BE}}{hV_t}} + \frac{C_{jE_0}}{\left(1 - \frac{v_{BE}}{V_{jE}}\right)^{M_E}}$$

$$C_{BC} = t_{t_C} \frac{I_{CS}}{hV_t} e^{\frac{v_{BC}}{hV_t}} + \frac{C_{jC_0}}{\left(1 - \frac{v_{BC}}{V_{jC}}\right)^{M_C}}$$

Sin embargo, cuando las señales varían lentamente en el tiempo (frecuencias bajas) las corrientes que introducen los capacitores son despreciables frente a las demás corrientes estáticas que fluyen en el transistor. Por lo tanto, si establecemos que las frecuencias son bajas no es necesario tener en cuenta estos elementos del modelo.

## 3.11 Circuito incremental

Cuando una fuente de señal ($v_s$) se superpone a la fuente de polarización a la entrada del transistor ($V_{BB}$) (ver Figura 3-37)las ecuaciones de las mallas de entrada y salida se modifican para dar

$$\begin{aligned} V_{BB} + v_s &= R_B i_B + v_{BE} \\ V_{CC} &= R_C i_C + v_{CE} \end{aligned} \tag{3.25}$$

donde hemos respetado el convenio de símbolos: $v_{CE}$ representa una magnitud en gran señal que varía en el tiempo (la tensión colector-emisor).

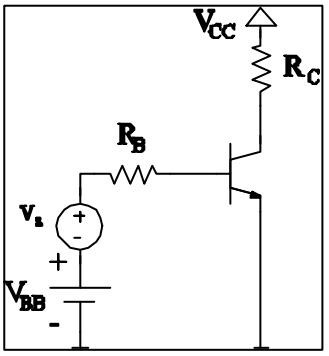



Figura 3-37. Circuito con transistor excitado por una fuente de señal $v_s$

Cada corriente o tensión puede expresarse mediante una parte correspondiente a su funcionamiento en continua, que está fijado por el punto de operación Q, y otra debida a la incorporación de la fuente de señal y que es variable en el tiempo; de modo que escribimos

$$i_B = I_{BQ} + \Delta i_B \qquad i_C = I_{CQ} + \Delta i_C$$
$$v_{BE} = V_{BEQ} + \Delta v_{BE} \qquad v_{CE} = V_{CEQ} + \Delta v_{CE} \tag{3.26}$$

donde el símbolo $\Delta$ denota la parte que varía en el tiempo.

Introduzcamos las (3.26) en las (3.25) y queda

$$V_{BB} + v_s = R_B(I_{BQ} + \Delta i_B) + V_{BEQ} + \Delta v_{BE}$$
$$V_{CC} = R_C(I_{CQ} + \Delta i_C) + V_{CEQ} + \Delta v_{CE}$$

esto es lo mismo que

$$V_{BB} + v_s = R_B I_{BQ} + V_{BEQ} + R_B \Delta i_B + \Delta v_{BE}$$
$$V_{CC} = R_C I_{CQ} + V_{CEQ} + R_C \Delta i_C + \Delta v_{CE}$$

Pero por la primera de las ecuaciones (3.23) y la primera de las (3.24) tenemos que

$$V_{BB} = R_B I_{BQ} + V_{BEQ}$$
$$V_{CC} = R_C I_{CQ} + V_{CEQ}$$

y, por tanto,

$$v_s = R_B \Delta i_B + \Delta v_{BE}$$
$$0 = R_C \Delta i_C + \Delta v_{CE}$$

este par de ecuaciones representan, exclusivamente, la parte de señal del circuito, es decir, aquella que varía con el tiempo. Podemos implementar estas ecuaciones con un circuito que mostramos en la Figura 3-38 que se llama circuito incremental por el nombre de las variables que contiene: son incrementos. Observemos que han desaparecido las fuentes de tensión que no dependen del tiempo (es como si las hubiésemos anulado).

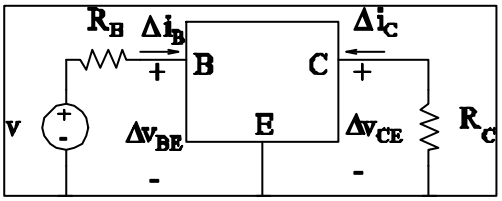



Figura 3-38. Versión incremental del circuito de la Figura 3-37

En el circuito hemos colocado una caja en lugar del transistor porque no sabemos, a priori, cómo funciona un BJT en un circuito incremental. Para poder seguir con nuestra exposición deberemos construir un modelo incremental del transistor bipolar.

### 3.11.1 Modelo en pequeña señal del BJT npn

Hasta ahora hemos descrito el funcionamiento del transistor bipolar mediante las ecuaciones de Ebers-Moll. En la configuración en emisor común éstas ecuaciones se han particularizado en las ecuaciones constitutivas de entrada y de salida, que son las (3.16) y (3.19), respectivamente. Tenemos, incluso, una versión de la ecuación de salida que incorpora el efecto Early (ecuación (3.22)). Además, los efectos dinámicos están introducidos con los capacitores $C_{BE}$ y $C_{BC}$.

Para no tener que escribir todas las ecuaciones aquí, basta decir que disponemos de relaciones del tipo

$$\begin{aligned} i_B &= f_i(v_{BE}, v_{CE}) \\ i_C &= f_o(i_B, v_{CE}) \end{aligned} \tag{3.27}$$

donde incorporamos la notación para señales (variación con el tiempo en gran señal).

Para deducir a partir de ellas el modelo incremental hemos de realizar el desarrollo en serie de Taylor de cada una en un entorno del punto de operación Q. Estos desarrollos tienen el aspecto siguiente

$$i_B = i_B\left(V_{BEQ}, V_{CEQ}\right) + \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}}\right|_Q \left(v_{BE} - V_{BEQ}\right) + \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{CE}}\right|_Q \left(v_{CE} - V_{CEQ}\right) + \cdots$$

$$i_C = i_C\left(V_{CEQ}, I_{BQ}\right) + \left.\frac{\partial i_C}{\partial i_B}\right|_Q \left(i_B - I_{BQ}\right) + \left.\frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}}\right|_Q \left(v_{CE} - V_{CEQ}\right) + \cdots$$

aquí $i_B\left(V_{BEQ}, V_{CEQ}\right)$ es la cantidad que hemos venido llamando $I_{BQ}$. Análogamente $i_C\left(I_{BQ}, V_{CEQ}\right) = I_{CQ}$.

Es muy importante observar que las derivadas están evaluadas en un punto, el punto de operación, por lo que no son funciones variables: son parámetros de un valor constante si el punto Q es fijo. Los puntos suspensivos indican que las sumas no acaban ahí. Hay términos con los mismos paréntesis al cuadrado, al cubo, a la cuarta, ... Pero esos paréntesis de potencias superiores a la primera serán despreciables si las diferencias dentro de los paréntesis son pequeñas (esto se llama truncar la serie). Osea, podemos ignorar los puntos suspensivos y acabar las sumas ahí a condición de que las cantidades en los paréntesis sean pequeñas. ¿Qué significa pequeña?. Desde luego esas cantidades deben ser inferiores a la unidad, pero esto no es suficiente. Digamos que, para nosotros, deben ser lo suficientemente pequeñas como para que la diferencia entre un paréntesis y su

cuadrado sea de al menos dos órdenes de magnitud en favor del primero. Esto es, como máximo un paréntesis elevado a la unidad puede valer 0.1 unidades. El modelo que resulte tras esta hipótesis será un modelo en pequeña señal: $v_s$ debe ser lo suficientemente pequeña como para que los paréntesis verifiquen la hipótesis de pequeña señal.

Con lo anterior y las ecuaciones (4) podemos reescribir los desarrollos así

$$\begin{aligned} \Delta i_B &= \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}}\right|_Q \Delta v_{BE} + \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{CE}}\right|_Q \Delta v_{CE} \\ \Delta i_C &= \left.\frac{\partial i_C}{\partial i_B}\right|_Q \Delta i_B + \left.\frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}}\right|_Q \Delta v_{CE} \end{aligned} \tag{3.28}$$

o bien, cambiando la notación de las derivadas mediante la definición de los siguientes símbolos

$$\begin{aligned} \frac{1}{r_p} &= \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}}\right|_Q \qquad g_{mr} = \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{CE}}\right|_Q \\ b_o &= \left.\frac{\partial i_C}{\partial i_B}\right|_Q \qquad \frac{1}{r_o} = \left.\frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}}\right|_Q \end{aligned} \tag{3.29}$$

tenemos el siguiente par de ecuaciones

$$\begin{aligned} \Delta i_B &= \frac{1}{r_p} \Delta v_{BE} + g_{mr} \Delta v_{CE} \\ \Delta i_C &= b_o \Delta i_B + \frac{1}{r_o} \Delta v_{CE} \end{aligned} \tag{3.30}$$

Los parámetros que hemos definido en la ecuación (3.29) tienen dimensiones distintas. Así $r_p$ y $r_o$ se medirán en Ohmios pues son las inversas del cociente entre una corriente y una tensión (interpretamos la derivada como un cociente entre incrementos, al fin y al cabo sólo falta el paso al límite), por razones obvias $r_p$ se denomina resistencia de entrada en pequeña señal y $r_o$ resistencia de salida en pequeña señal. $g_{mr}$ es una conductancia (cociente entre corriente y tensión) que se mide en Siemens o mhos. La cantidad $b_o$ es adimensional (cociente entre las variaciones de las corrientes de salida y de entrada), se llama ganacia en corriente de pequeña señal. Las ecuaciones que definen nuestro modelo son, ambas, lineales. Por lo tanto mediante ésta técnica conseguimos representar un dispositivo no lineal por otro que sí lo es.

Las ecuaciones (3.30) pueden implementarse en un circuito que podemos ver en la figura y al que llamaremos circuito en pequeña señal híbrido en $p$. La palabra "híbrido" se debe a que las dimensiones de los parámetros no son homogéneas.

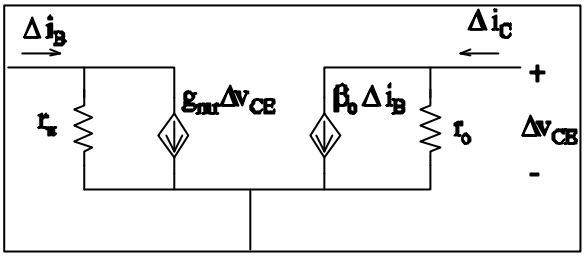



Figura 3-39. Modelo híbrido en $p$ del BJT npn en pequeña señal para frecuencias bajas

### 3.11.2 Modelos alternativos en pequeña señal del BJT

Para construir el modelo en pequeña señal híbrido en $p$ partimos de relaciones entrada-salida en las que las variables independientes eran las utilizadas en las curvas características I-V. Simbólicamente: hemos partido de las ecuaciones (3.27).

En este apartado realizaremos una "pirueta" algebraica para encontrar otras formas del modelo en pequeña señal que serán equivalentes al ya presentado. Nos planteamos qué tipo de representación obtendríamos de haber elegido el mismo par de variables independientes en las ecuaciones de entrada y de salida.

Supongamos pues, en primer lugar, que las variables independientes son las tensiones $v_{BE}$ y $v_{CE}$, que son las de la ecuación de entrada en el modelo anterior. Tenemos

$$i_B = f_i(v_{BE}, v_{CE})$$
$$i_C = f_o(v_{BE}, v_{CE})$$

Con esto como a la entrada la ecuación es exactamente la misma que antes el resultado será el mismo. Para la salida hay cambios, pues la ecuación es distinta. Desarrollando en serie de Taylor y truncando la serie par apequeña señal tenemos

$$\Delta i_C = \left.\frac{\partial i_C}{\partial v_{BE}}\right|_Q \Delta v_{BE} + \left.\frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}}\right|_Q \Delta v_{CE} = g_m \Delta v_{BE} + \frac{1}{r_o}\Delta v_{CE}$$

Ha aparecido un nuevo parámetro, $g_m$, llamado transconductancia (se medirá en Siemens), que sustituye a la ganancia en corriente de pequeña señal, $b_o$, del modelo híbrido en $p$. El nuevo modelo es el de la Figura 3-40. Modelo en pequeña señal alternativo.

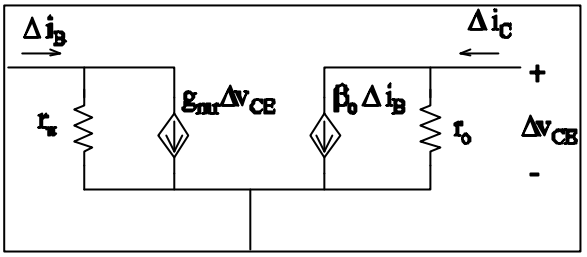



Figura 3-40. Modelo en pequeña señal alternativo

Existe una relación entre la transconductancia y la ganancia en corriente de pequeña señal. Para obtenerla utilizamos las propiedades de las derivadas (se puede hacer lo mismo considerando las derivadas como cocientes entre incrementos)

$$g_m = \left.\frac{\partial i_C}{\partial v_{BE}}\right|_Q = \left.\frac{\partial i_C}{\partial i_B}\right|_Q \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}}\right|_Q = b_o \frac{1}{r_p} = \frac{b_o}{r_p}$$

luego la transconductancia del transistor bipolar es la ganancia en corriente de pequeña señal dividida por la resistencia de entrada en pequeña señal.

Un segundo modelo se obtiene cambiando de nuevo las variables independientes. Sean éstas $i_B$ y $v_{CE}$ (las de salida en el modelo híbrido en $p$). En la ecuación de entrada $i_B$, que hasta ahora hemos considerado una variable independiente, es ahora dependiente. De modo que

$$v_{BE} = f_i(i_B, v_{CE})$$
$$i_C = f_o(i_B, v_{CE})$$

la ecuación de $i_C$ es de nuevo la misma que para el modelo híbrido en $p$. Para la entrada tenemos

$$\Delta v_{BE} = \left.\frac{\partial v_{BE}}{\partial i_B}\right|_Q \Delta i_B + \left.\frac{\partial v_{BE}}{\partial v_{CE}}\right|_Q \Delta v_{CE} = h_{ie}\Delta i_B + h_{re}\Delta v_{CE} \tag{3.31}$$

utilizamos las letras h para denotar los parámetros porque las dimensiones de cada uno de ellos es didtinta (esto dió su nombre al modelo híbrido en $p$). El modelo resultante se denomina modelo en parámetros híbridos, que no debe ser confundido con nuestro primer modelo. En la ecuación de

salida también se rescriben los parámetros con h, aunque no haría falta (razones históricas nos obligan a hacerlo)

$$\Delta i_C = h_{fe}\Delta i_B + h_{oe}\Delta v_{CE} \tag{3.32}$$

Las letras utilizadas en los subíndices están relacionadas con las palabras en inglés “input”, “output”, “reverse” y “forward”. La letra e indica que son parámetros típicos de la configuración en emisor común. Con esta aclaración será fácil recordar los nombres y unidades de cada uno de estos cuatro parámetros:

$h_{ie}$: resistencia de entrada en pequeña señal (Ohmios),

$h_{re}$: ganancia inversa en tensión de pequeña señal (adimensional) ,

$h_{fe}$: ganancia directa en corriente de pequeña señal (adimensional) y

$h_{oe}$: conductancia de salida en pequeña señal (Siemens o mohs).

En este caso las relaciones entre éstos parámetros y los del modelo híbrido en $p$ son

$$h_{ie} = \left.\frac{\partial v_{BE}}{\partial i_B}\right|_Q = \frac{1}{\left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}}\right|_Q} = r_p$$

$$h_{re} = \left.\frac{\partial v_{BE}}{\partial v_{CE}}\right|_Q = \left.\frac{\partial v_{BE}}{\partial i_B}\right|_Q \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{CE}}\right|_Q = r_p\, g_{mr}$$

$$h_{fe} = b_o \quad h_{oe} = \frac{1}{r_o}$$

Las ecuaciones (3.31) y (3.32), implementadas en un circuito dan como resultado el de la Figura 3-41.

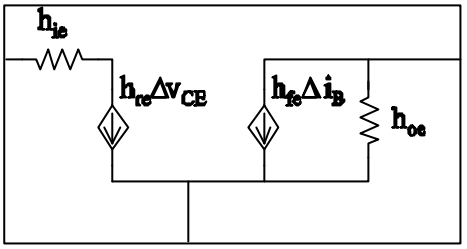



Figura 3-41. Modelo en parámetros híbridos del BJT

### 3.11.3 Un comentario adicional

Está claro que el mismo transistor admite varias representaciones distintas tanto en pequeña señal como en gran señal que, aunque debamos conocer, no tenemos porqué manejarlas todas siempre. Es más, resulta provechoso y económico (ganaremos tiempo) "especializarnos" en uno de los modelos. Entonces ¿por qué los hemos incluido en el texto? Porque en la bibliografía se usan todos y debemos conocerlos.

Además, muchas hojas de datos de los fabricantes ofrecen los valores de los parámetros híbridos de los transistores bipolares en un determinado punto de operación (esto va quedando poco a poco en desuso, pero para componentes "antiguos" que se siguen utiizando puede resultarnos útil). Recordemos siempre que cualquier valor de un parámetro de pequeña señal de una hoja de características está calculado en un determinado punto de operación y que no necesariamente es válido en otro.

Respecto a la elección del modelo en que "especializarnos" sugerimos el modelo híbrido en $p$ (o el modelo en T que expondremos más adelante) porque refleja con exactitud el funcionamiento del transistor bipolar: es un dispositivo controlado por corriente; esto significa que la corriente a la salida depende de la de entrada, y no tanto de la tensión que permanece más o menos constante en zona activa directa (región en la que el modelo en pequeña señal resulta verdaderamente útil). La transconductancia se introduce por mimetismo con la representación de los dispositivos de efecto campo (se estudiarán en el próximo capítulo) que son controlados por tensión y para ellos es un parámetro adecuado.

En todo caso los modelos son equivalentes y podemos utilizar uno u otro indiscriminadamente.

Para dar cuenta del funcionamiento de un transistor pnp en pequeña señal podremos utilizar los mismos circuitos equivalentes que para el npn sin más que realizar los cambios en los signos de las corrientes y tensiones indicados en puntos anteriores.

Por último resulta instructivo disponer de una imagen que resuma el proceso seguido para "construir" los modelos en pequeña señal. Éstos modelos son lineales, es decir, sus características son líneas rectas que pasan por el origen. ¿Cómo hemos pasado de tener características no lineales a disponer de otras que sí lo son. La Figura 3-42 presenta la curva característica de entrada de un transistor bipolar y se indica un punto de operación Q. Aproximar el funcionamiento del transistor por un desarrollo en serie de Taylor en un entorno de Q equivale a utilizar la recta tangente a la curva característica en Q. Los símbolos $\Delta$ en las variables hacen que traslademos el origen del sistema de coordenadas hasta Q. Por eso el resultado es una línea recta que pasa por el origen. Lo mismo puede decirse de la característica de salida.

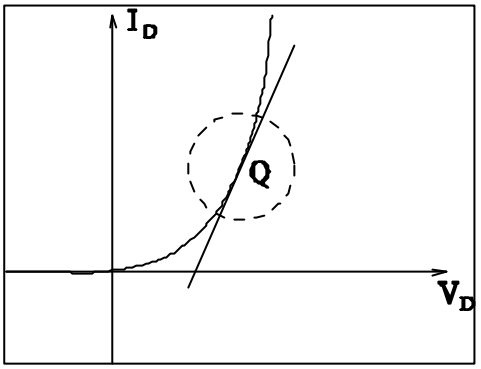



Figura 3-42. Construcción de un modelo en pequeña señal

### 3.11.4 Parámetros del modelo híbrido en ? para frecuencias bajas en zona activa directa

Hemos indicado que los modelos en pequeña señal son especialmente útiles cuando el BJT opera en activa directa. Vamos, por lo tanto, a deducir los valores de dichos parámetros en esa región. El procedimiento de cálculo es aplicable a otras regiones y dejamos al lector su deducción.

Evaluaremos las derivadas que definen los cuatro parámetros del modelo híbrido en $p$ a partir de las ecuaciones constitutivas del BJT, particularizadas en la zona activa directa.

Las ecuaciones más generales en emisor común son las (3.16) y (3.22). Ambas contienen el factor $e^{-\frac{v_{CE}}{V_t}}$, pero en zona activa directa $V_{CEQ} > V_{CE_{sat}} = 0.2\,V$ y la exponencial anterior es despreciable. Si además despreciamos las corrientes cuyo orden de magnitud sea el de corrientes de saturación, las ecuaciones aproximadas son

$$i_B \approx \frac{1}{b_F} I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_t}}$$
$$i_C \approx b_F I_B \left(1 - \frac{v_{CE}}{V_A}\right) \tag{3.33}$$

observemos que la ecuación de salida incluye el efecto Early. El cálculo de los parámetros del modelo es muy simple: basta derivar sobre las ecuaciones (3.33).

$$r_p = \frac{1}{\left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}}\right|_Q} = \frac{1}{\left.\frac{I_S e^{\frac{v_{BE}}{V_t}}}{b_F V_t}\right|_Q} = \frac{V_t}{I_{BQ}}$$

$$g_{mr} = \left.\frac{\partial i_B}{\partial v_{CE}}\right|_Q = 0$$

$$b_o = \left.\frac{\partial i_C}{\partial i_B}\right|_Q = b_F \left(1 - \frac{V_{CEQ}}{V_A}\right) \approx b_F$$

$$r_o = \frac{1}{\left.\frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}}\right|_Q} = -\frac{b_F I_{BQ}}{V_A} \approx \frac{I_{CQ}}{|V_A|}$$

a partir de estas relaciones se pueden calcular todos los demás parámetros de pequeñas señal. El valor de la ganancia en corriente de pequeña señal se ha aproximado a $b_F$ porque el valor de la tensión de Early es de varias decenas de voltios, normalmente en zona activa directa

$$V_{CEQ} << |V_A| \Rightarrow \frac{V_{CEQ}}{|V_A|} << 1$$

Sin embargo sabemos que $b_F$ depende de la corriente de colector (ver figura) mientras que $b_o$ es un parámetro constante si la polarización es fija. Si despreciásemos el efecto Early (esto es hacer $V_A \to -\infty$) la resistencia de salida sería nula. El circuito para zona activa directa es el de la Figura 3-43.

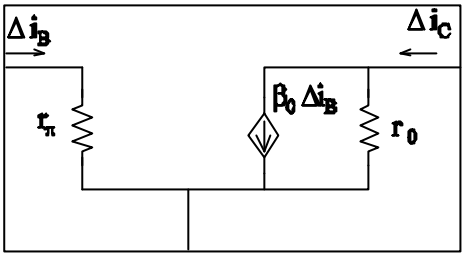



Figura 3-43. Modelo híbrido en $p$ para baja frecuencia en zona activa directa

Las ecuaciones del modelo son

$$\Delta i_B = \frac{1}{r_p}\Delta v_{BE}$$

$$\Delta i_C = b_o \Delta i_B + \frac{1}{r_o}\Delta v_{CE}$$

### 3.11.5 Una representación más

Actualmente está siendo muy utilizada una representación más del transistor bipolar en zona activa directa. Se llama modelo en T de pequeña señal y es muy parecido al modelo híbrido en $p$. Se construye trasladando la resistencia $r_p$ desde el terminal de base al de emisor.

Para hacerlo tendremos en cuenta que, despreciando el efecto Early, la corriente de emisor es (ver Figura 3-43)

$$\Delta i_E = \Delta i_C + \Delta i_B = b_o \Delta i_B + \Delta i_B = (b_o + 1)\Delta i_B$$

como, además

$$\Delta i_B = \frac{1}{r_p}\Delta v_{BE} \Rightarrow \Delta i_E = \frac{b_o + 1}{r_p}\Delta v_{BE} = \frac{1}{r'_e}\Delta v_{BE}$$

donde hemos definido una nueva resistencia, llamada resistencia de emisor en pequeña señal del modelo en T por

$$r'_e = \frac{r_p}{b_o + 1} = \frac{V_t}{(b_o + 1)I_{BQ}} = \frac{V_t}{I_{EQ}}$$

El nuevo modelo expresa la corriente de emisor en lugar de la de base

$$\Delta i_E = \frac{1}{r'_e} \Delta v_{BE}$$

$$\Delta i_C = b_o \Delta i_B + \frac{1}{r_o} \Delta v_{CE}$$

El circuito asociado a este par de ecuaciones es el de la Figura 3-44, en ella hemos despreciado el efecto Early.

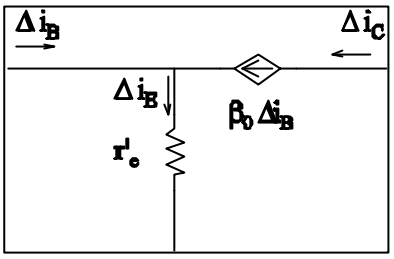



Figura 3-44. Modelo en T del BJT en zona activa directa para bajas frecuencias

## 3.12 Margen Dinámico

### 3.12.1 Introducción

La función de un amplificador es incrementar la amplitud de una señal de entrada, bien en tensión, en corriente o en potencia. La señal a la salida, idealmente, debería ser una función idéntica a la de la entrada multiplicada por un factor, desgraciadamente esto no ocurre siempre, la señal a la salida puede resultar deformada y por tanto no reproducir fielmente la señal de entrada, esto se llama distorsión. Todos hemos oído esta palabra y la hemos utilizado, quien no ha usado un amplificador de audio y ha intentado subir el volumen hasta que la música ya pierde calidad, decimos entonces "baja el volumen, está distorsionando". Esto es exactamente lo que vamos a ver en esta clase.

Definiremos margen dinámico como la máxima excursión de señal antes de que se produzca distorsión.

Cuándo ocurre la distorsión en un amplificador basado en un transistor bipolar? Cuando el transistor deja de trabajar en zona activa y pasa a corte o a saturación. El cálculo del margen dinámico nos permitirá saber cual es la máxima amplitud de la señal de salida del amplificador para que esto no ocurra.

### 3.12.2 Circuito ejemplo

Para entenderlo bien utilizaremos como ejemplo la figura siguiente donde podemos ver

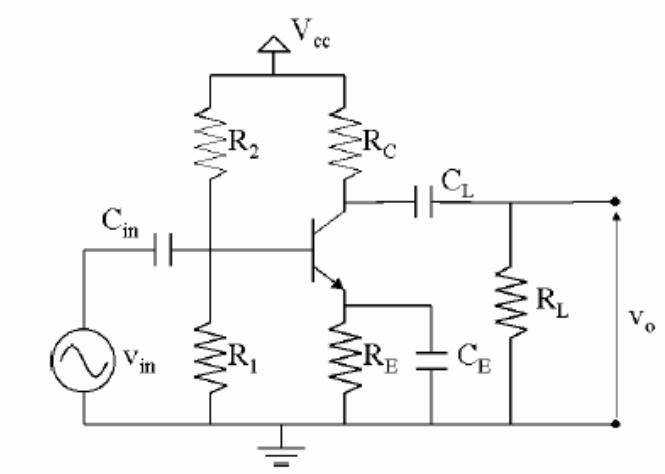



Figura 3-45. Circuito sobre el que calcularemos el margen dinámico

un amplificador en emisor común con resistencia de emisor desacoplada, tenemos también un condensador de entrada que nos separa, como ya hemos visto en anteriores ocasiones, el generador de señal vin de la tensión de polarización de la base del transistor y un condensador de salida que aísla la resistencia de carga RL de la tensión continua que hay en el amplificador.

Para calcular el margen dinámico hay que separar lo que es el punto de reposo del circuito de pequeña señal, para ellos veamos cual es el circuito de polarización y cual es el de pequeña señal. Para ellos sustituiremos cada componente por su equivalente, los circuitos resultantes podemos verlos en la Figura 3-46.

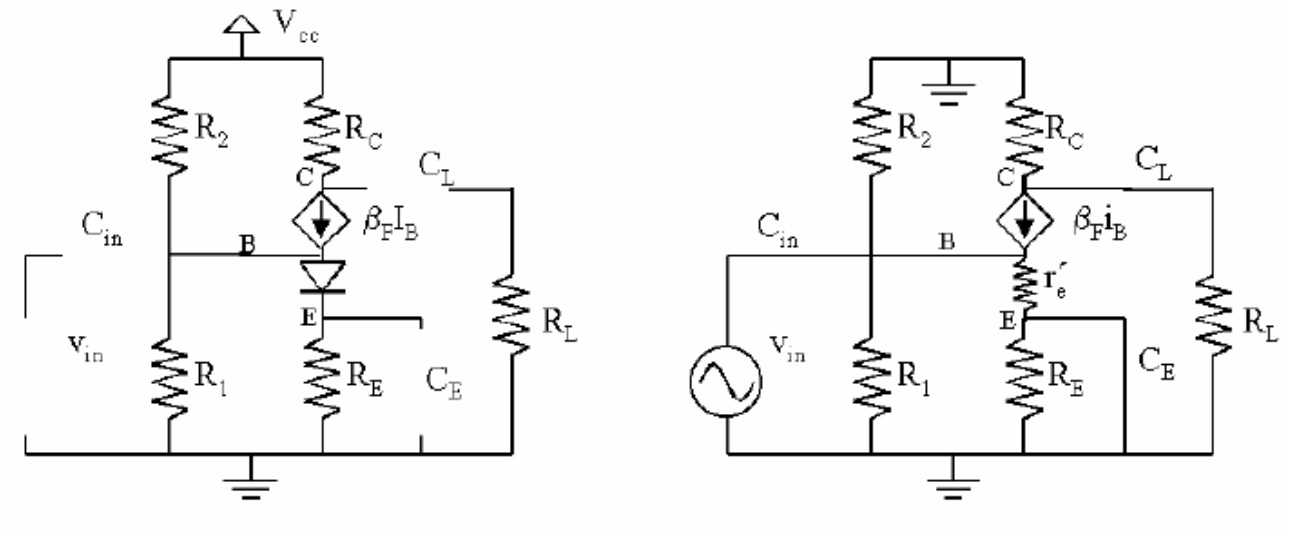



Figura 3-46. Esquemáticos resultantes de sustituir cada componente del circuito ejemplo por su equivalente en la forma de trabajo deseada

En el circuito de polarización el transistor se ha sustituido por su modelo de gran señal y por tanto la fuente de corriente dependiente esta vinculada a IB que es la corriente de base en el punto de reposo, sin embargo en el circuito de pequeña señal esta fuente de corriente depende de iB que es la corriente de pequeña señal de en la base del transistor. Las resistencias son las mismas en ambos circuitos, sin embargo los condensadores se comportan como un circuito abierto para señales continuas y como una cortocircuito para señales variables (recordemos que esto es una aproximación). Finalmente las fuentes variables desaparecen en el circuito de polarización y se mantienen en el de pequeña señal mientras que las fuentes continuas tienen en comportamiento contrario y de ese modo aparece en el circuito de polarización y desaparece en el de pequeña señal y de este modo se sustituye por un nodo de tierra.

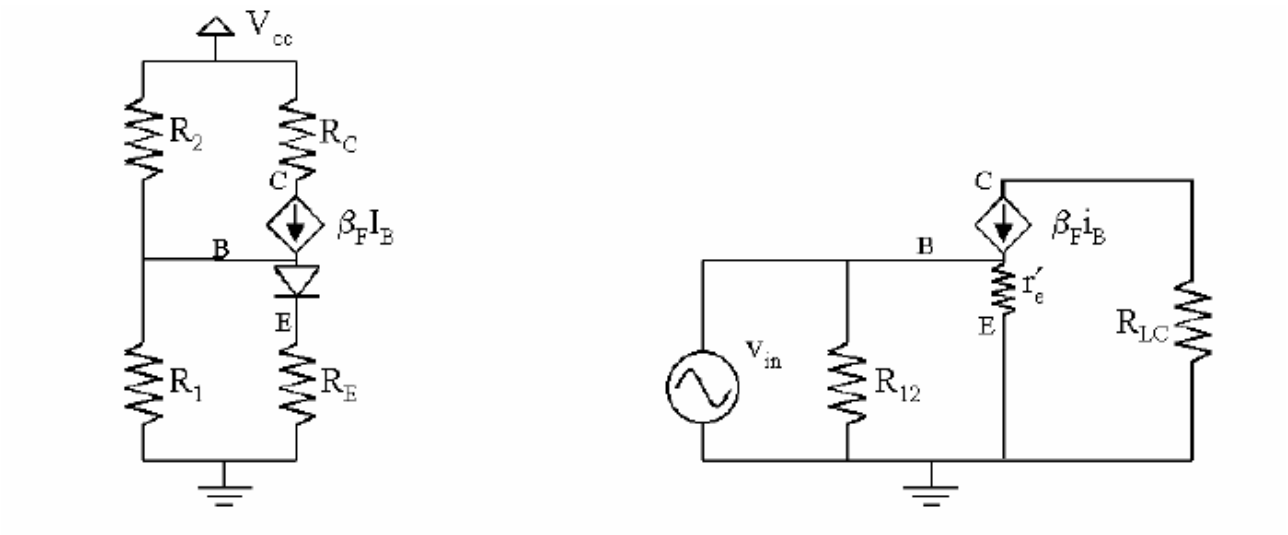



Figura 3-47. Simplificación de los esquemáticos de la Figura 3-46

Los esquemáticos de la no son simples de manejar, por ello los simplificaremos quedándonos la figura 3. En el circuito de polarización se han eliminado los elementos del circuito separados por circuitos abiertos. En el circuito de pequeña señal se han hecho más cambios, a saber:

- Se han cortocircuitado los dos puntos de tierra
- Se ha simplificado el paralelo de las resistencias $R_1$ y $R_2$ y se ha denominado la resistencia resultante como $R_{12}$.
- El paralelo entre $R_E$ y el cortocircuito en que quedo $C_E$ queda como un cortocircuito.
- Al resultar las resistencias $R_C$ y $R_L$ en paralelo se simplifica y se denomina a la resistencia resultante como $R_{CL}$.

ya tenemos los dos esquemáticos que representan el equivalente para excitaciones continuas y para pequeña señal

### 3.12.3 Circuito de polarización

Supongamos que el transistor está en zona activa directa, ello supone admitir que

- $V_{BEQ}\approx 0.7V$
- $V_{CEQ}>0.2V$
- $I_{CQ}=\beta_F I_{BQ}$

además aceptaremos que

- $\beta_F >> 1 \Rightarrow I_{CQ} \approx I_{EQ}$
- $I_{BQ} << I_R \Rightarrow V_{CC}R_1/(R_1+R_2)$

Ahora podemos preguntarnos ¿para qué valores de $V_{BQ}$ está el transistor en la zona activa directa?, vamos a responder a esta pregunta por última vez de dos formas matemáticamente y gráficamente

### 3.12.3.1 Matemáticamente

Veamos en la Figura 3-48 los cálculos que nos permiten ver el límite inferior de

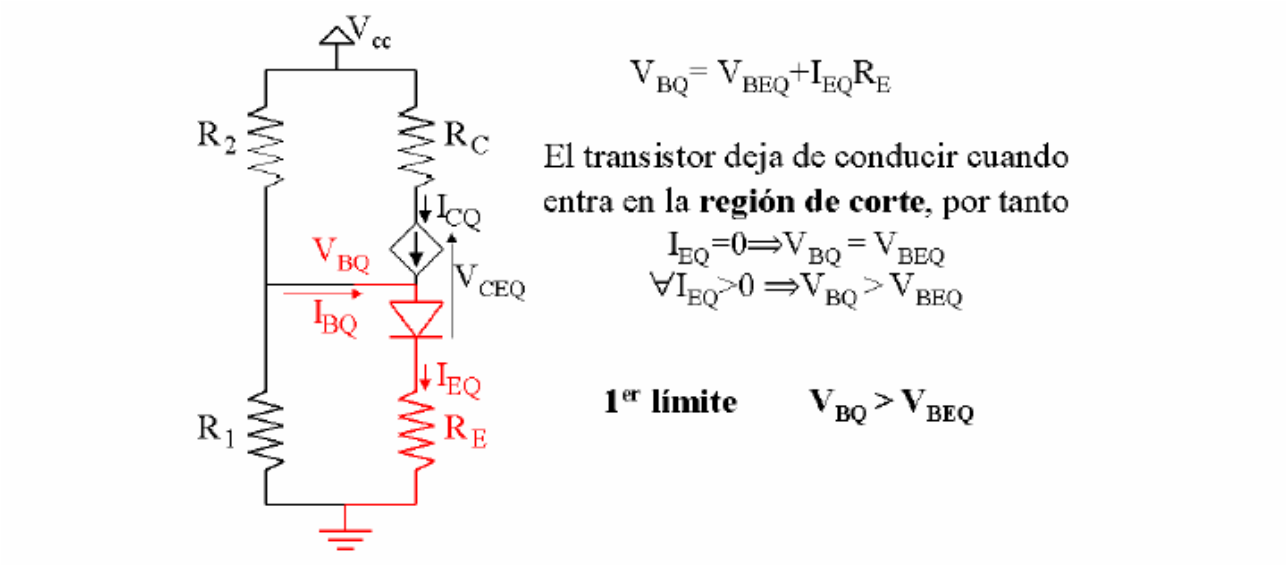



Figura 3-48. Cálculo del límite entre zona activa directa y región de corte

$V_{BQ}$, en este punto el transistor pasaría a estar en corte, el límite superior será cuando el transistor pase a zona de saturación que es cuando $V_{CEQ} \leq 0.2V$, el cálculo lo tenemos en la Figura 3-49.

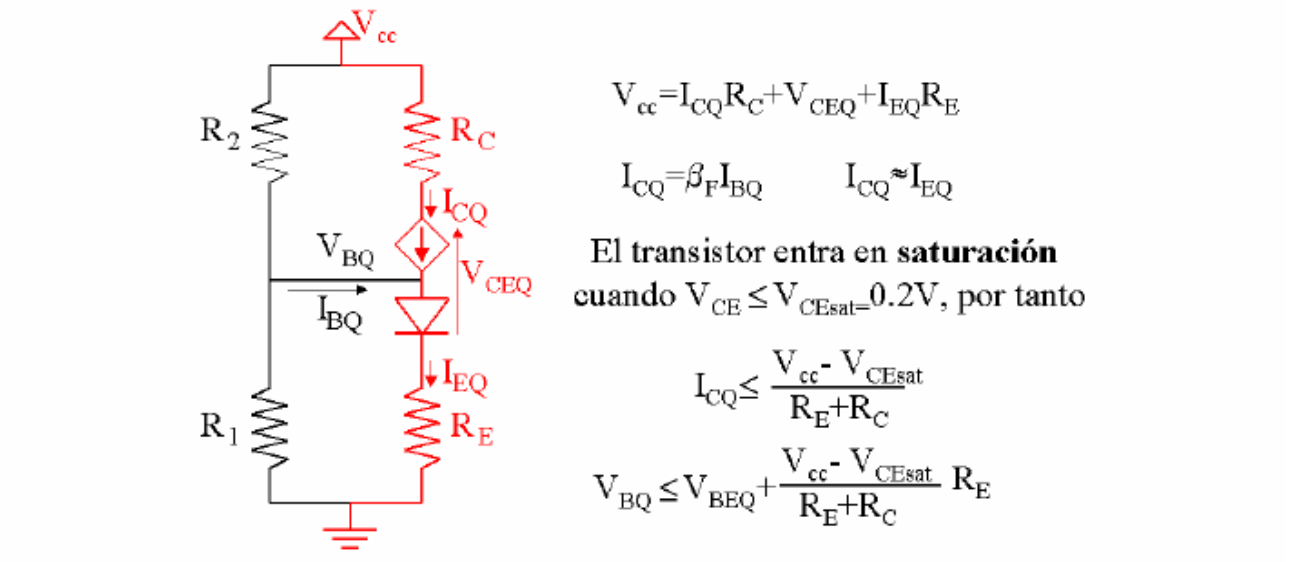



Figura 3-49.Punto de paso de zona activa directa a región de corte

Los márgenes entre los que se puede mover $V_{BQ}$ son por tanto

$$V_{BEQ} + \frac{V_{CC} - V_{CEsat}}{R_E + R_C} R_E \geq V_{BQ} \geq V_{BEQ}$$

### 3.12.3.2 Gráficamente

Para hacernos una idea de magnitudes supongamos que $\beta_F+1=100$ y que $R_E=1K$,, en la Figura 3-50 vemos los puntos de trabajo que tenemos para cada corriente de base (gráfica izquierda),

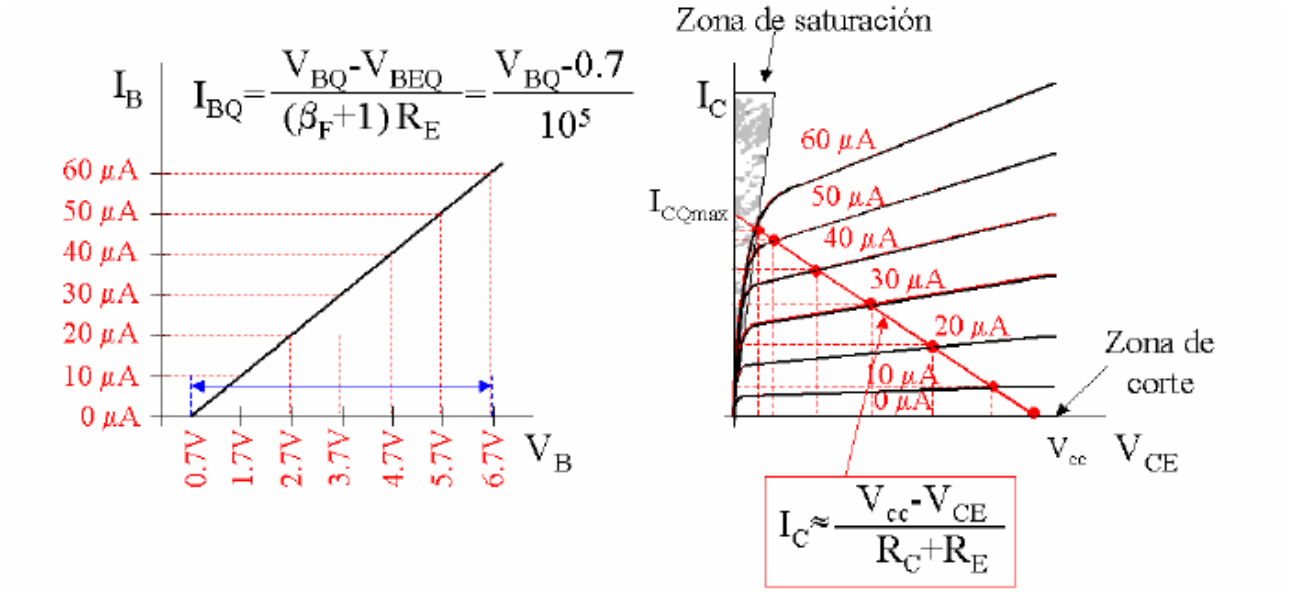



Figura 3-50. Representación gráfica de los valores de zona activa

que se corresponde según la gráfica de la derecha en esta figura con un determinado valor de $V_{BQ}$. Los valores de $V_{BQ}$ que permiten trabajar en zona activa directa son los representados con una línea con dos flechas, ya que las $I_B$ extremas (0µA y 60µA, se corresponden con corte y saturación respectivamente. Tenemos por tanto que los márgenes de $V_{BQ}$ para funcionamiento del transistor en zona activa directa serían entre 0.7V y 6.7V.

Estos resultados no son válidos para el cálculo del margen dinámico ya que hemos utilizado el esquemático del circuito de polarización, pero recordemos (por última vez) que el punto de trabajo es imprescindible para el cálculo de los valores del modelo de pequeña señal del transistor bipolar. Ahora volveremos a ver el desplazamiento de la señal en el interior de las curvas características del transistor pero teniendo en cuenta el punto de reposo y la señal variable

### 3.12.4 Corrientes en pequeña señal

El esquemático de nuestro amplificador en pequeña señal lo tenemos en la Figura 3-47, el nuevo componente que nos aparece es $r'_e$ que recordemos tiene un valor de $Vt/I_{CQ}$. Las ecuaciones que nos relacionan las corrientes y tensiones de pequeña señal son

$$i_B = \frac{v_B}{(b_F + 1) r_e'}$$

$$i_C = \frac{-v_{CE}}{R_{LC}}$$

ahora en las curvas del transistor los ejes ya no se corresponden con las tensiones y corrientes del punto de trabajo sino con las totales nos queda entonces lo representado en la Figura 3-51, donde la $I_C$ y la $V_{CE}$ vienen dadas por las ecuaciones allí representadas. Estas nuevas ecuaciones implican que no va a cambiar el punto de trabajo ya que si los valores de pequeña señal se anulan nos queda el punto de reposo, pero que lo que va a modificarse son la relación entre $I_B$ y $V_B$ y la recta de carga que pasará a ser la dinámica. La recta de carga dinámica será de mayor pendiente que la estática y

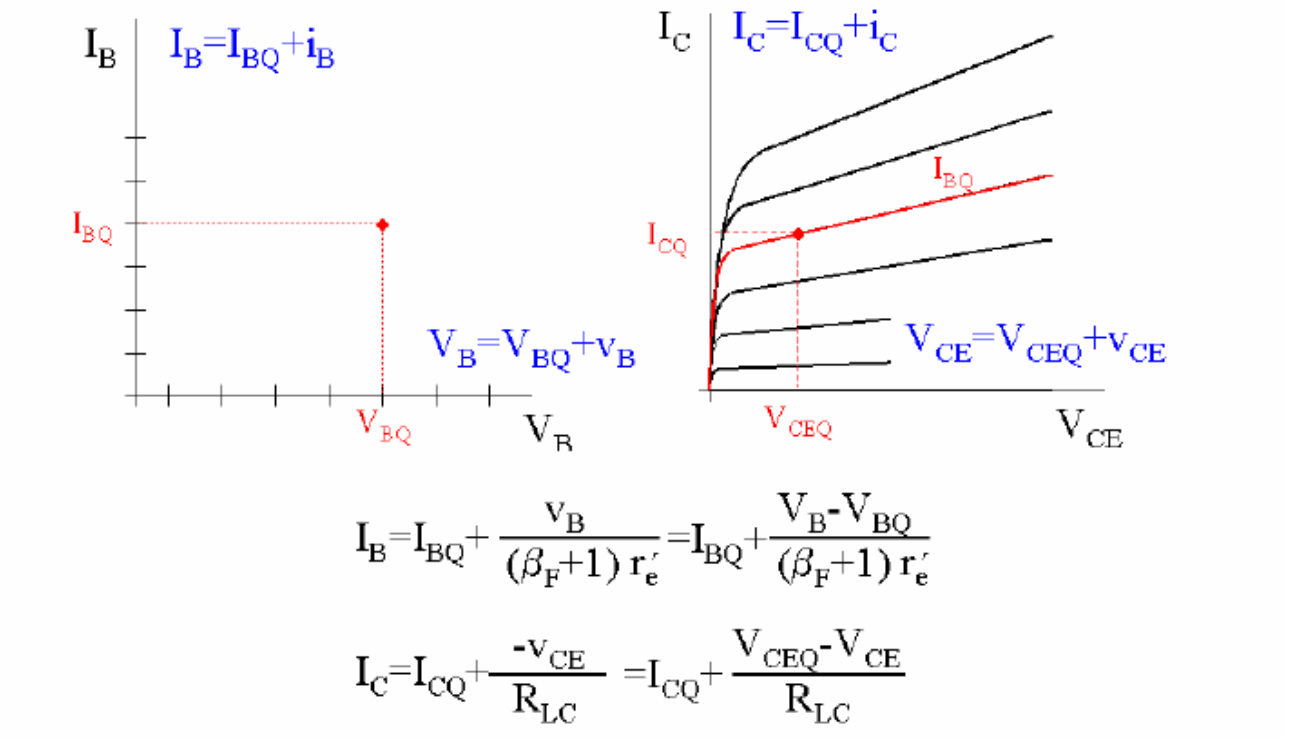



Figura 3-51. Nuevos contenidos de los ejes de datos

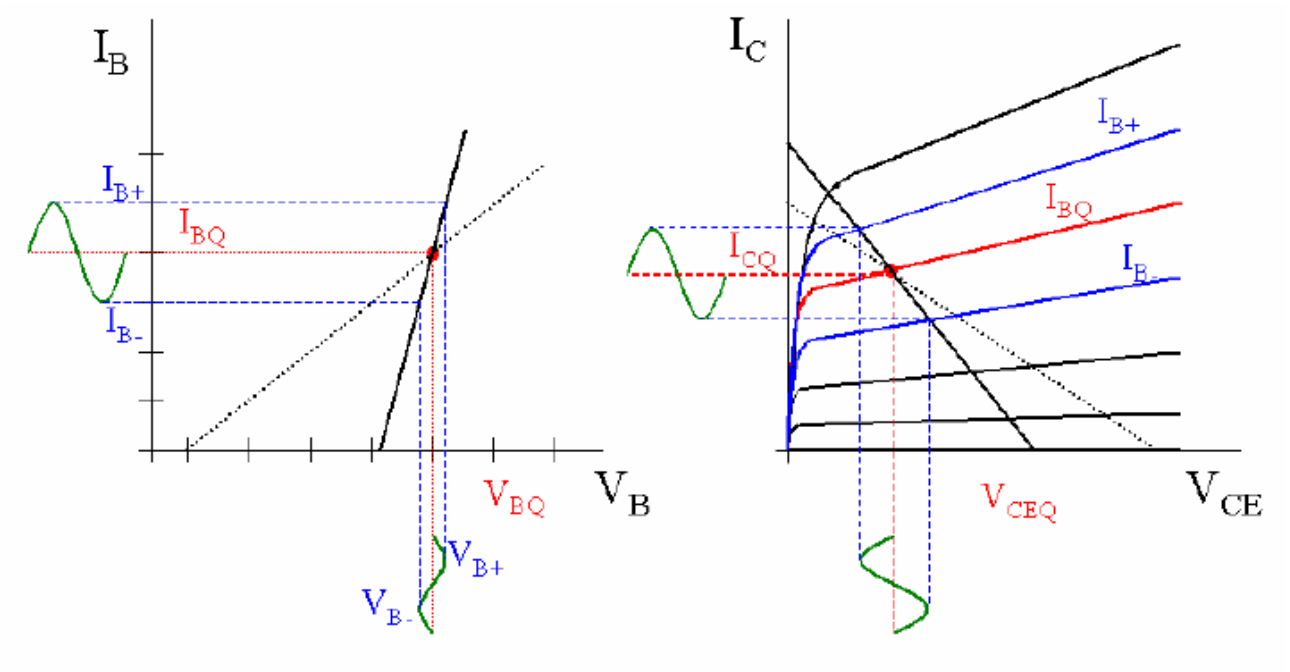



Figura 3-52. Cálculo gráfico de las señales de salida a partir de $V_B$

lo mismo pasará para la recta de carga entre $I_B$ y $V_B$, esto es debido a que las resistencias han disminuido, $r'_e$ es menor que $R_E$ y $R_{LC}$ es menor que $R_C + R_E$. En la Figura 3-52 podemos ver las rectas estáticas como líneas punteadas y las dinámicas como líneas enteras. En esta misma figura se

ha representado como una tensión de pequeña señal a la entrada (con un máximo $V_{B+}$ y un mínimo $V_{B-}$) se transforma en una corriente de base de pequeña señal, en esta $I_B$ se han marcado el máximo y el mínimo. Estos valores se han resaltado en las curvas características de salida del transistor y a partir de la intersección de estas con la recta dinámica se han extraído la $I_C$ e $V_{CE}$ resultantes.

### 3.12.5 Distorsión

Las señales de salida en la Figura 3-52 reproducen fielmente la de la entrada pero con una mayor magnitud, es decir no hay distorsión y por tanto no hemos superado los márgenes dinámicos. Si incrementamos la amplitud de la señal de entrada incrementaremos las de salida y se este incremento es excesivo llegará un momento en que el transistor entrará en corte o en saturación, produciéndose la distorsión. Veamos dos ejemplos, el primero en la Figura 3-53. Podemos ver como un incremento de la amplitud de la señal de salida produce que la corriente de colector supere la permitida y la $V_{CE}$ es menor que la mínima permitida, estamos en saturación. Esto implica que como se intenta alcanzar valores fuera de la zona activa directa y el amplificador no puede alcanzarlos la señal de salida reproduce fielmente la de la entrada en todos los puntos excepto lo ahora comentados. Las señales ideales son las representadas en verde mientras que las reales son las de color rojo, tenemos distorsión por saturación, hemos superado el margen dinámico.

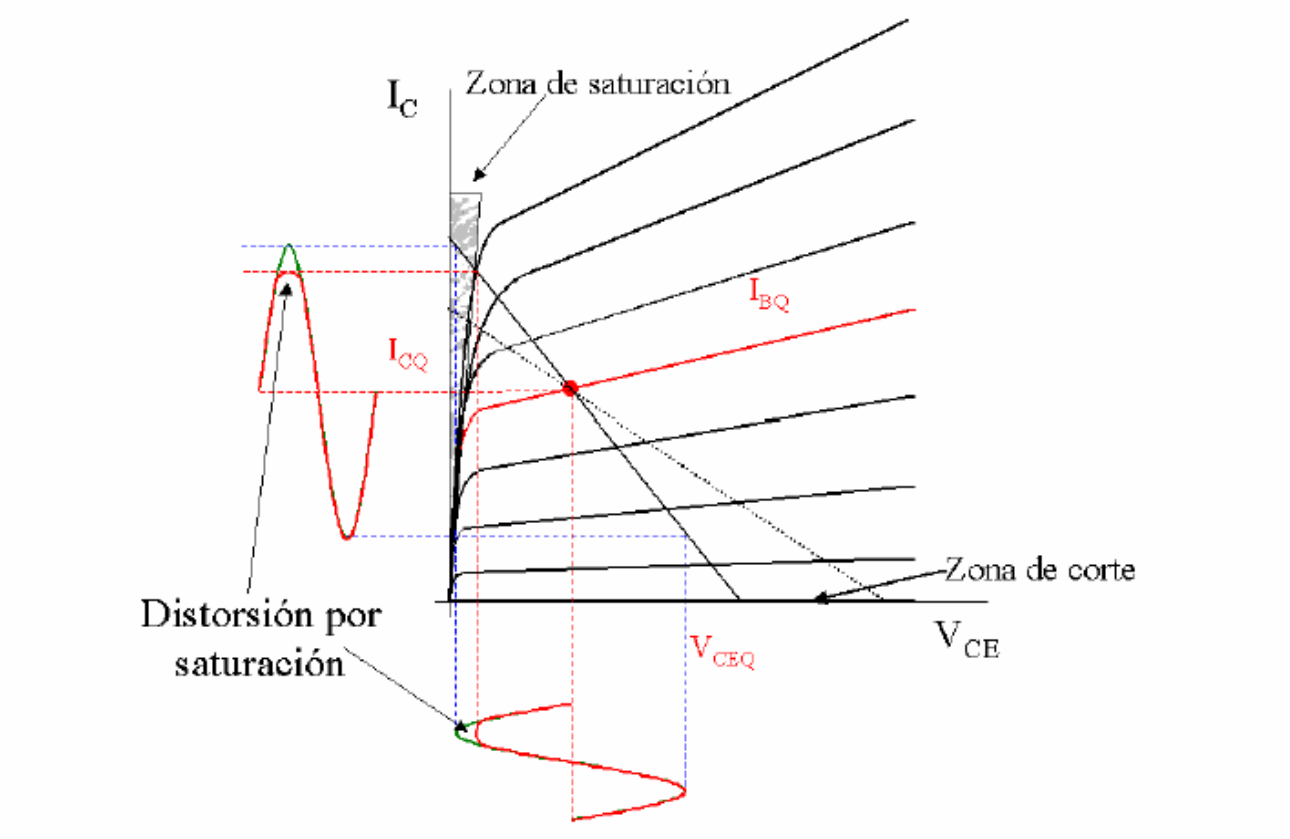



Figura 3-53. Distorsión por saturación

Algo similar ocurre con la Figura 3-54, salvo que ahora la señal alcanza la zona de corte y por tanto también supera el margen dinámico produciéndose distorsión en este caso por corte.

¿Qué conclusiones podemos extraer?

- Cuando se supera el margen dinámico la salida se distorsiona, por corte o por saturación
- El margen dinámico será pues la máxima amplitud de señal que se produce antes de aparezca distorsión, y se calcula como el mínimo de la amplitud necesaria para llegar a corte y a saturación
- El mayor margen dinámico se conseguirá cuando el punto de trabajo esté equidistante de la zona de saturación y de la de corte

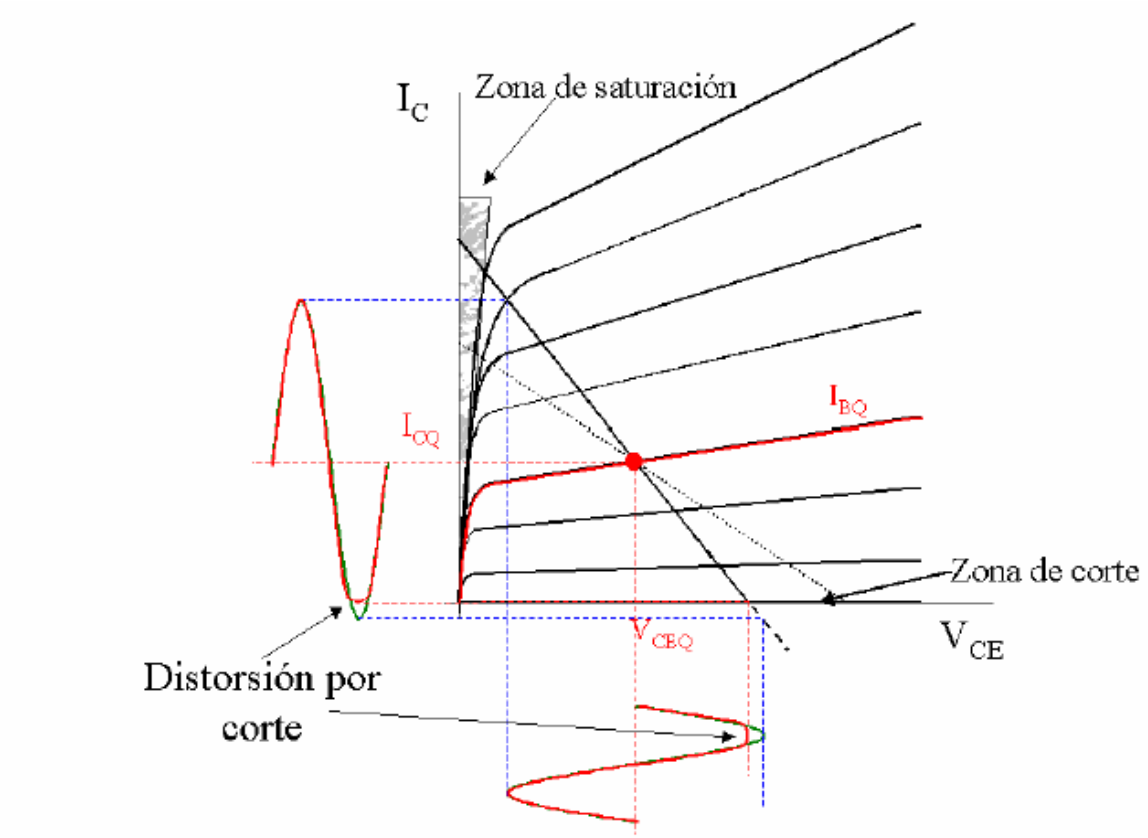



Figura 3-54. Distorsión por corte

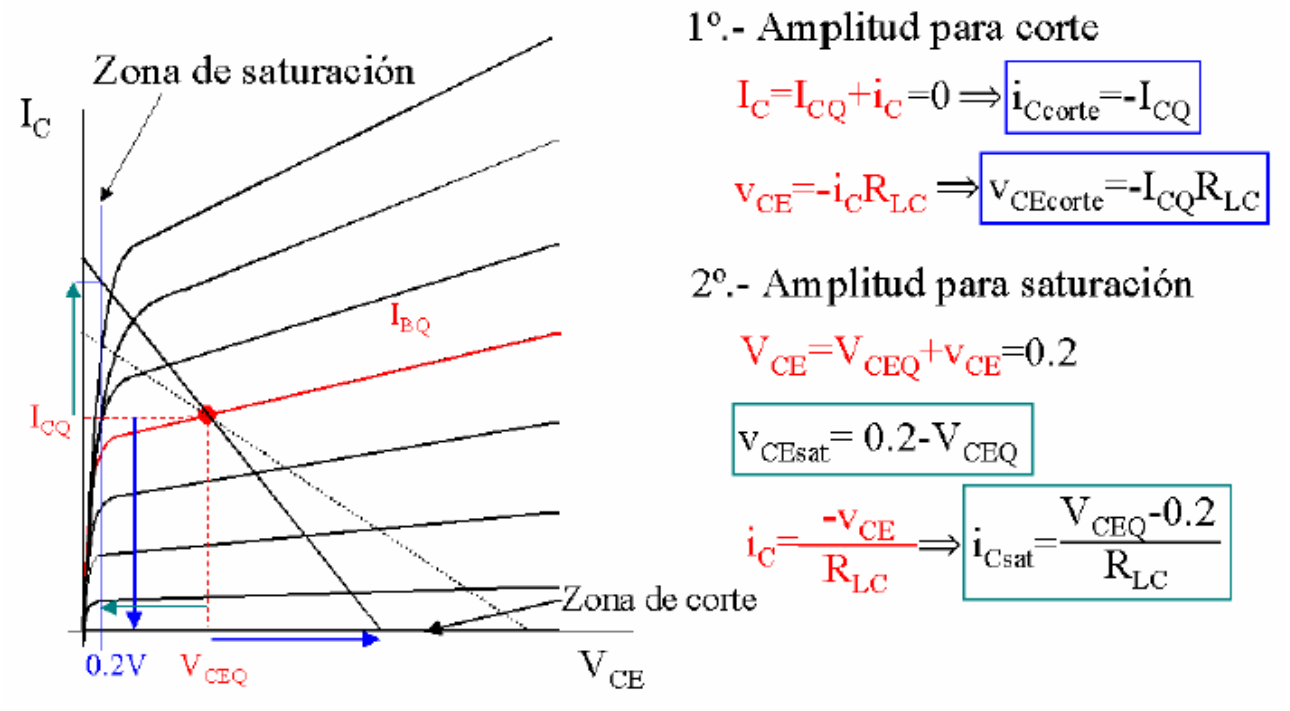



Figura 3-55. Cálculo de los márgenes dinámicos de $i_C$ y $v_{CD}$ para corte y saturación

### 3.12.6 Cálculo del margen dinámico

Vamos a calcular el margen dinámico para $v_{CE}$ e $i_C$, empecemos con la amplitud de las señales para llegar a distorsión por corte, la región de corte viene definida como aquella en que no circula corriente por el transistor, o sea $I_C$=0 y por tanto es simple calcular la $i_{Ccorte}$, para calcular $v_{CEcorte}$ se parte del valor anterior y se aplica la ecuación que las relaciona $v_{CE}=-i_C R_{LC}$ (para los cálculos ver Figura 3-55). Respecto al margen a saturación la condición es $V_{CE}$=0.2V y por tanto es más simple empezar por el margen en tensiones y a partir del resultado calcular $i_{Csat}$ (ver Figura 3-55).

### 3.12.7 ¿Cómo polarizar el amplificador para obtener el mayor margen dinámico?

El principal dato a tener en cuenta es que la recta de carga dinámica depende del punto de polarización, lo único que permanece constante es su pendiente, veamos la Figura 3-56 para entender lo mejor, en ella podemos ver como para dos puntos de trabajo distintos las rectas de carga son paralelas pero distintas.

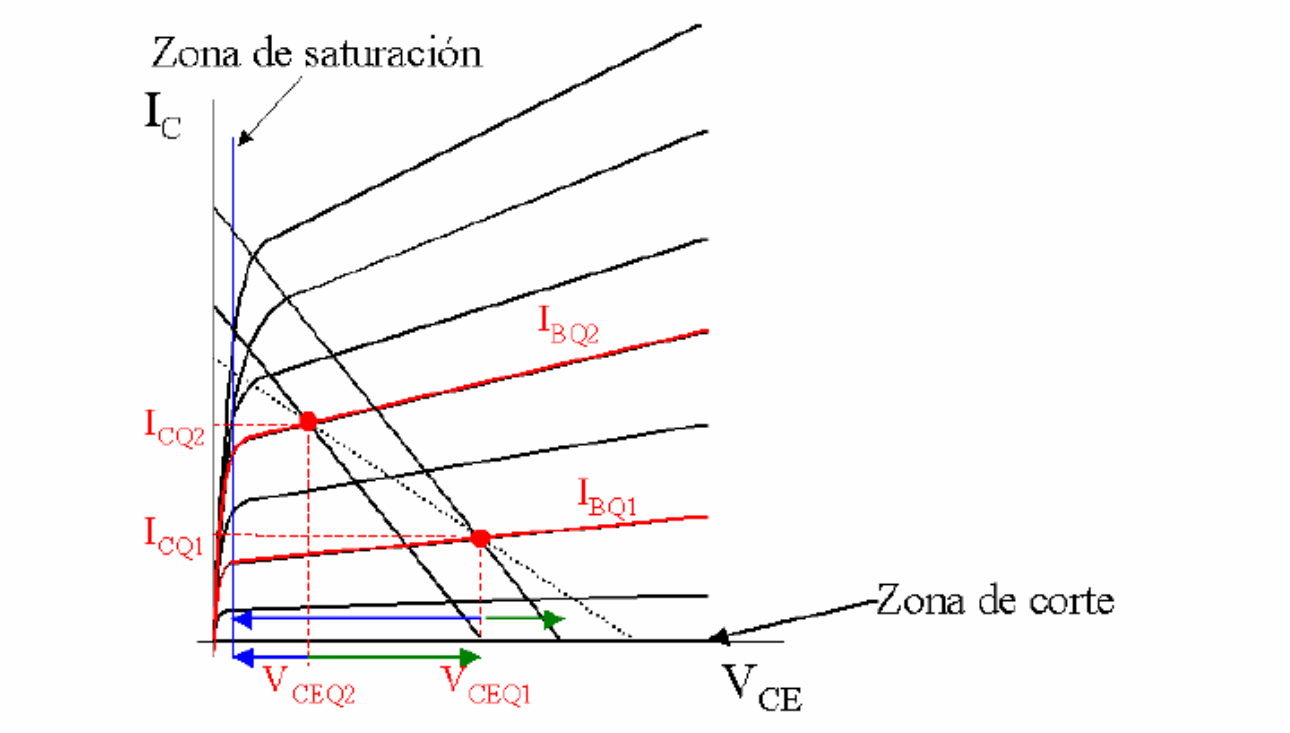



Figura 3-56. Rectas dinámicas y márgenes dinámicos a saturación y a corte para dos puntos de reposo

En la figura aparecen con subíndice 1 y 2 dos puntos de reposo distintos, asociados a ellos dos rectas dinámicas y los márgenes dinámicos correspondientes, los que están por debajo del eje de abcisas corresponden al punto 2 y los que están por encima al punto 1, las flechas verdes son el margen a corte y las azules el margen a saturación. Como se puede apreciar el margen dinámico del punto 1 está limitado por el margen a corte, mientras que el del punto 2 está limitado por el margen a saturación, habrá pues un punto intermedio en el que ambos sean iguales.

El punto de polarización de máximo margen dinámico deberá cumplir que

$$\left|v_{CEsat}\right| = \left|v_{CEcorte}\right| \Rightarrow I_{CQ} R_{LC} = V_{CEQ} - 0.2$$

como en esta ecuación tenemos dos incógnitas necesitamos una segunda ecuación que será

$$I_{CQ}\left(R_C + R_E\right) \approx V_{CC} - V_{CEQ} \Rightarrow I_{CQ} = \frac{V_{CC} - V_{CEQ}}{R_C + R_E}$$

si sustituimos y despejamos VCEQ nos queda

$$V_{CEQ} = \frac{V_{CC} R_{LC} + 0.2\left(R_C + R_E\right)}{R_C + R_E + R_{LC}}$$

una vez que conocemos cual es el punto de polarización ideal para obtener el margen dinámico deberemos aplicar nuestro conocimientos de diseño de redes de polarización para que el amplificador nos proporciona el máximo rendimiento.

El cálculo del punto de trabajo ideal es para esta configuración concreta, si deseamos extenderlo para un caso más general tendremos en cuenta lo siguiente.

- RLC es la carga dinámica Rdin
- (RC+RE) es la carga estática Rest
- 0.2 es una aproximación para VCEsat

Si sustituimos estas equivalencias en la ecuación anterior obtendremos que

$$V_{CEQ} = \frac{V_{CC} R_{din} + V_{CEsat} R_{est}}{R_{est} + R_{din}}$$

## 3.13 Las hojas de datos de los fabricantes

En el anexo I se puede ver la información que ofrece un fabricante de un transistor bipolar. Este es un buen momento de echar un vistazo a esa hoja. Dedicar unos minutos a repasar su contenido es, sin duda, un excelente ejercicio.

Es importante saber extraer la información de un componente de hojas como esa. Dicha información es variada: se dan datos sobre el empaquetamiento del transistor, sobre los valores máximos de las tensiones y corrientes (que no deben superarse), sobre el funcionamiento del transistor en gran señal y pequeña señal. Algunos parámetros de los que se pueden leer en la hoja no nos son conocidos: no nos debemos preocupar por ello porque pronto lo serán. Mucha de la información viene dada en gráficas que son verdaderamente útiles.

## 3.14 Problemas propuestos

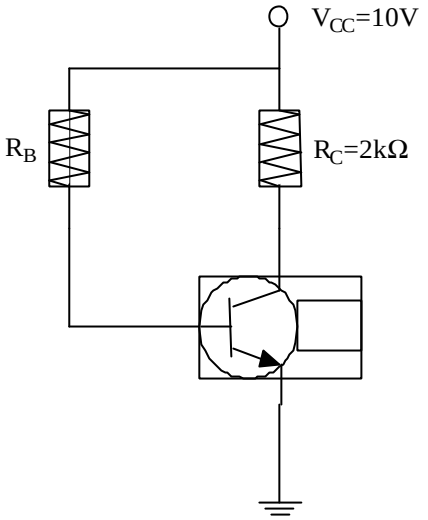
Problema 1

Determinar la región de funcionamiento y los valores de $I_B$, $I_C$ y $V_{CE}$ en el circuito de la figura, siendo $R_B$ igual a:

a) 300kΩ

b) 150kΩ

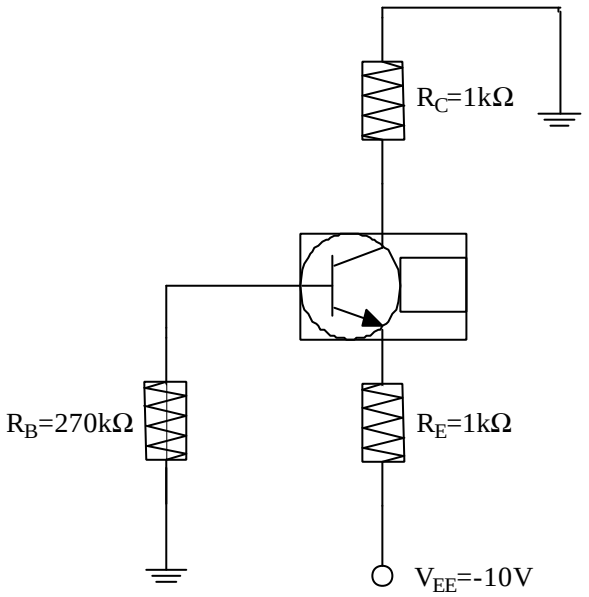
El transistor empleado tiene $\beta_F$=100 y una $V_{Cesat}$=0.2V. Prescindir de las corrientes de saturación inversas.




Problema 2

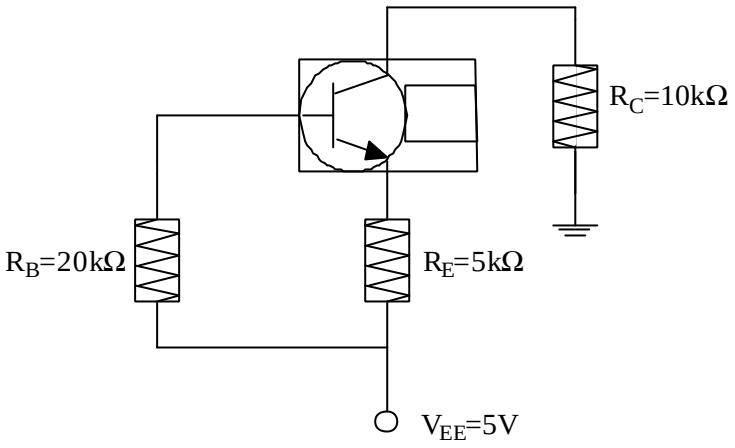
a) Determinar los valores de $I_C$ y VCE en el circuito de la figura. El transistor tiene $\beta$F=100.

b) ¿Cuál es el mínimo valor de $R_C$ para que el transistor esté justamente saturado?




Problema 3

Determinar los valores de $I_C$ y $V_{CE}$ en el circuito de la figura. El transistor tiene $\beta_F$=125 y $\beta_R$=2.

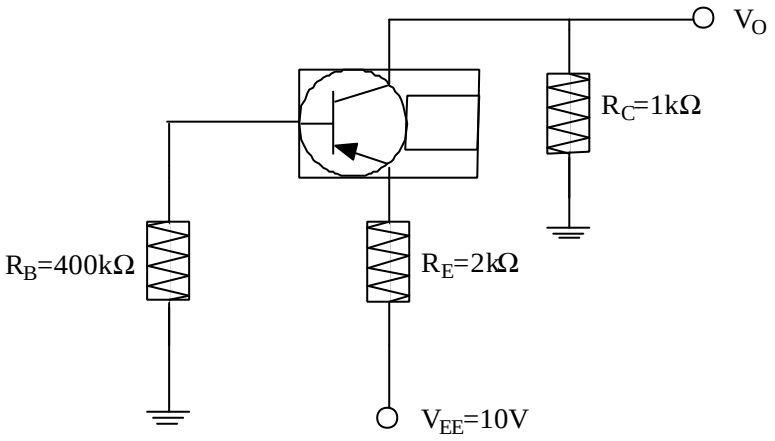



Problema 4

El transistor empleado en el circuito representado tiene $\beta_F$=150 y una corriente inversa de saturación despreciable.

a) Determinar los valores de $I_C$ y $V_{EC}$.

b) Repetir a) con $\beta_F$=50.

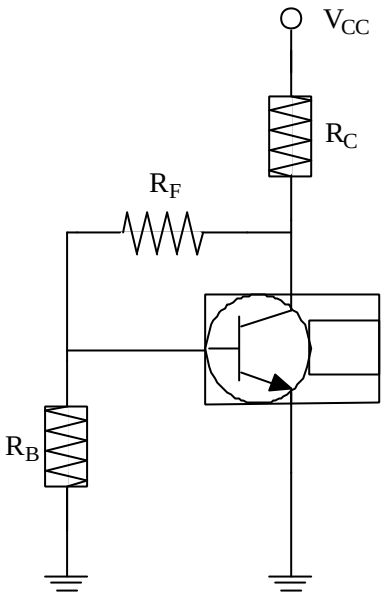



Problema 5

En el circuito representado se emplea un transistor con βF=99 y corriente inversa de saturación despreciable. Los valores son VCC=10V, RC=2.7kΩ y RF=180kΩ, estando RB en circuito abierto.

a) Calcular los valores de IC y VCE.

b) Repetir a) con $\beta_F$=199.


$V_{CC}$
$R_C$
$R_F$
$R_B$

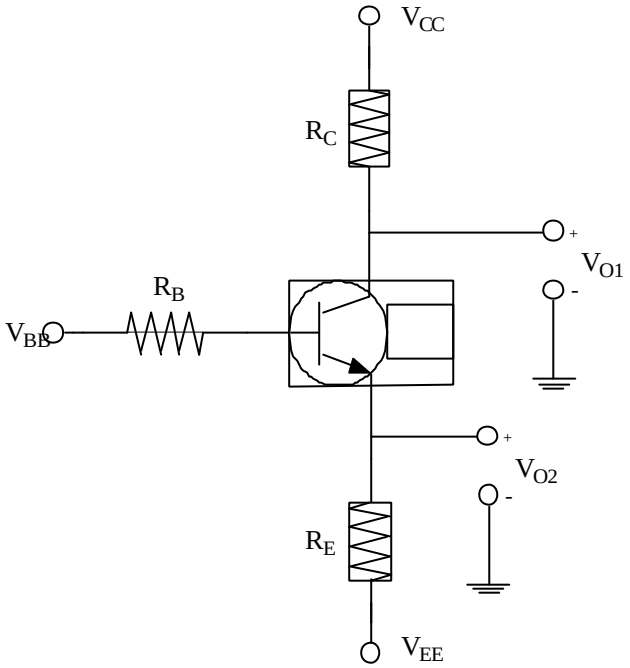
Problema 6

El circuito representado emplea un transistor con βF=100 y los parámetros VCC=15V, VEE=-15V, VBB=0V, RC=0.5kΩ, RE=1kΩ, y RB=44kΩ.

Determinar VO1 y VO2.

¿Qué nuevo valor de RC hace que VO1=0?

¿Qué nuevo valor de RE hace que VO2=0?

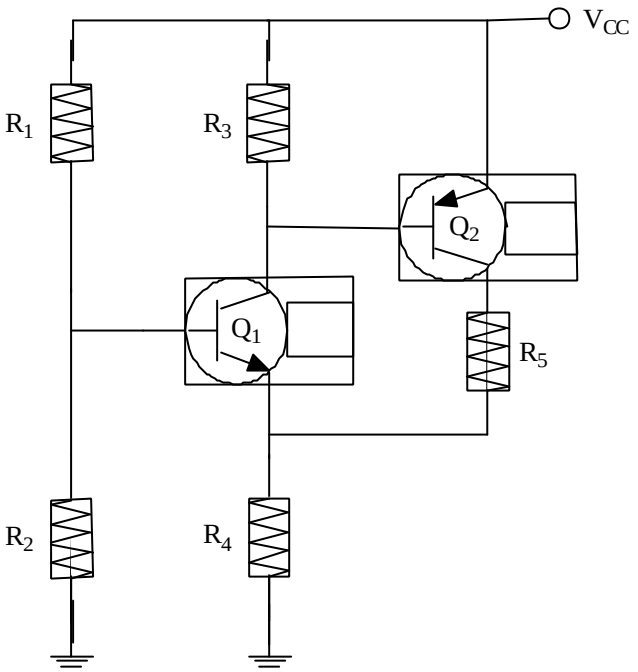



Problema 7

Determinar el valor de VBB en el circuito de la figura anterior con el que justamente se satura el transistor.

Problema 8

Determinar el punto de trabajo de los transistores Q1 y Q2 en el circuito de la figura, con los valores VCC=10V, R1=R2=22kΩ, R3=R4=R5=1.2kΩ, β1=β2=100 y |VBE|=0.6V

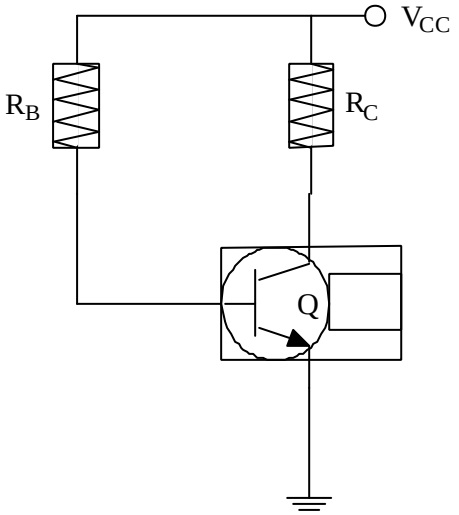



Problema 9

En el circuito con transistor de la figura, con los valores VCC=10V, RB=680kΩ, RC=1.8kΩ, βF=200 y |VBE|=0.65V determinar:

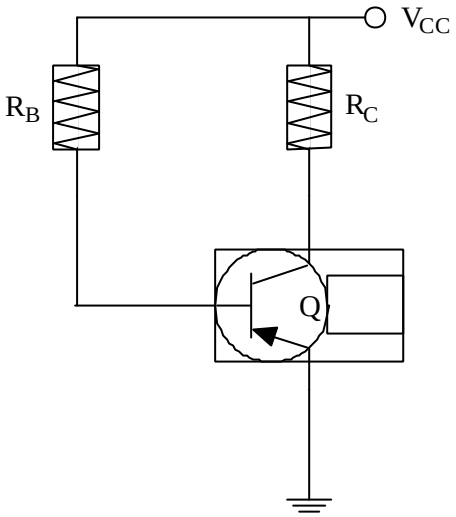
a) El punto de trabajo del transistor Q.

b) Representar el punto de trabajo sobre las curvas características de salida IC=f(VCE, IB).



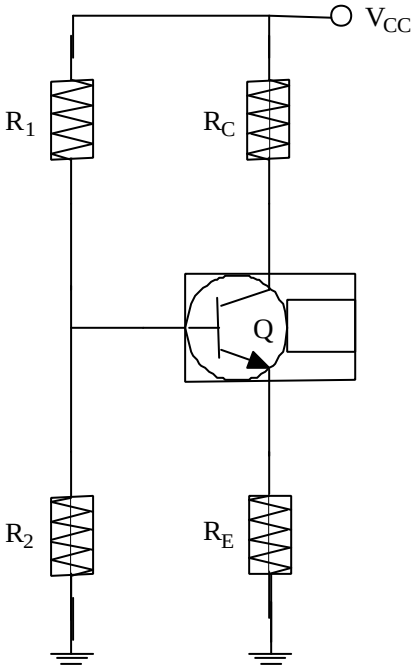
Problema 10

En el circuito de la figura, con los valores VCC=-10V, RC=1.8kΩ y VBE=-0.65V, hallar el valor necesario de RB para que el transistor Q esté situado en zona activa directa con IC ≥ 2mA para 50 ≤ βF ≤ 100.



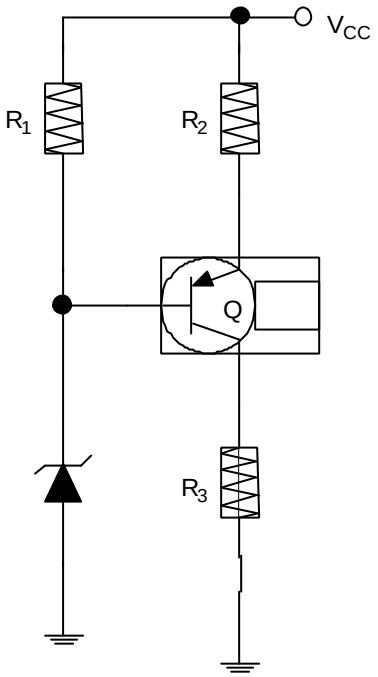

Problema 11

Determinar los valores de R1, R2 y RE para que el transistor Q de la figura con los valores VCC=12V, RC=3.3kΩ, βF=62, VBE=0.6V e ICB0=1μA, esté situado en el punto de trabajo VCEQ=5V, ICQ=1.6mA. El factor de estabilidad frente a variaciones de $I_{CB0}$ es $S^{IC}_{B0}$=10.



Problema 12

Determinar el valor de las resistencias R1, R2 y R3 en el circuito de la figura, con los valores VCC=20V, IR1=13.75mA, VZ=12V, RZ=22Ω, VEC=4V, IE=2,5mA, βF=99, VEB=0.7V y VCEsat=0V. ¿Qué sucede si se aumenta el valor óhmico de R3?

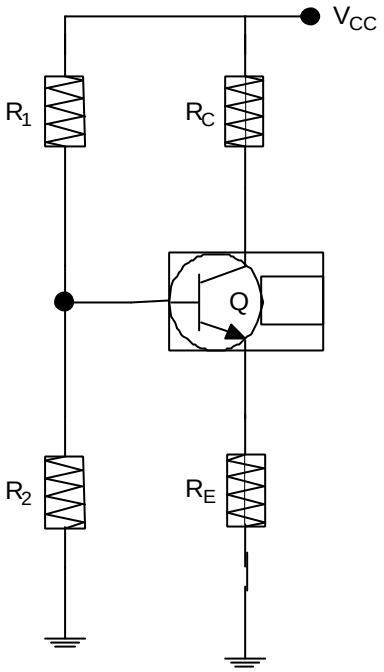



Problema 13

En el circuito que se muestra en la figura, con los valores VCC=12V, VCE=5V, IC=2mA, RE=820Ω, RT= R1 // R2=5.33kΩ, βF=290 y VBE=0.6V, determinar:

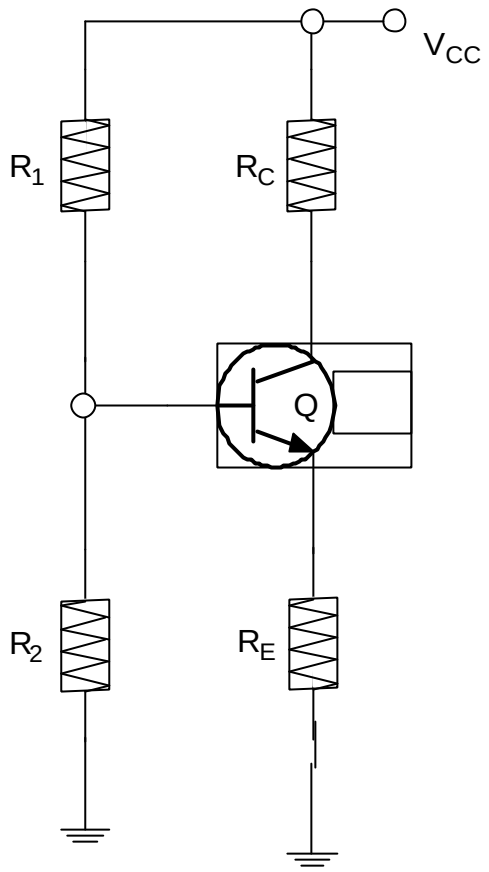
a) Valor de R1, R2 y RC si ICB0=0.

b) Representar el punto de trabajo a partir de las curvas características y de la recta de carga estática.




Problema 14

El transistor tipo 2N335, empleado en el circuito de la figura, puede tener cualquier valor de β comprendido entre 36 y 90 a la temperatura de 25ºC, y la corriente inversa de saturación ICB0 tiene efectos despreciables sobre el valor de IC a temperatura ambiente. Si VCC=20V y RC=4kΩ, determinar el valor de las resistencias R1, R2 y RE para que el transistor esté situado en el punto de trabajo VCEQ=10V, ICQ=2mA, con VBE=0.65V, y el valor de la corriente IC esté comprendido entre 1.75mA y 2,25mA cuando β varíe desde 36 a 90.




Problema 15

En el circuito autopolarizado de la figura, RE=4.7kΩ, RT= R1 // R2 =7.75kΩ. La tensión de alimentación del colector y RC se ajustan para establecer una corriente de colector de 1.5mA a 25ºC.

a) Determinar las variaciones de IC en el margen de temperaturas de –65ºC a +175ºC cuando se emplea el transistor de silicio de la Tabla 1.

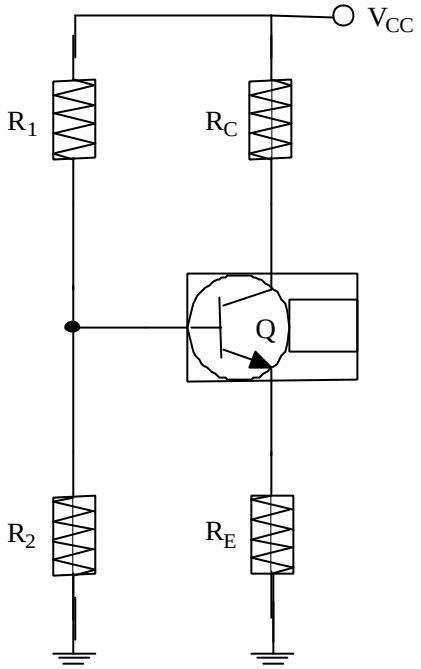
b) Repetir a) para el margen de temperaturas de –65ºC a +75ºC cuando se emplea el transistor de germanio correspondiente a la Tabla 2.

| TABLA 1 | Parámetros Transistor de Silicio | | |
|---|---|---|---|
| Tª (ºC) | -65 | +25 | +175 |

| TABLA 2 | Parámetros Transistor de Germanio | | |
|---|---|---|---|
| Tª (ºC) | -65 | +25 | +75 |

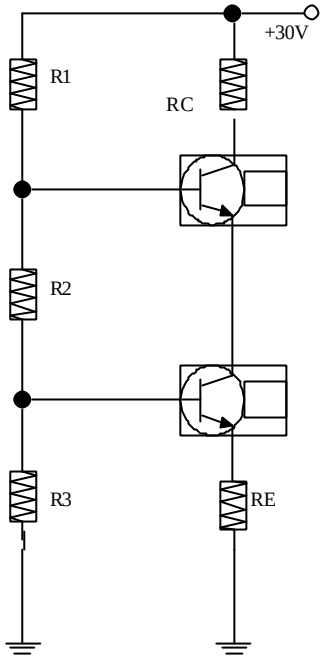
| | | | |
|---|---|---|---|
| $I_{CB0}$ (nA) | $1.95x10^{-3}$ | 1.0 | 33000 |
| β | 25 | 55 | 100 |
| $V_{BE}$ (V) | 0.78 | 0.6 | 0.225 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $I_{CB0}$ (μA) | $1.95x10^{-3}$ | 1.0 | 32 |
| β | 20 | 55 | 90 |
| $V_{BE}$ (V) | 0.38 | 0.2 | 0.1 |




Problema 16

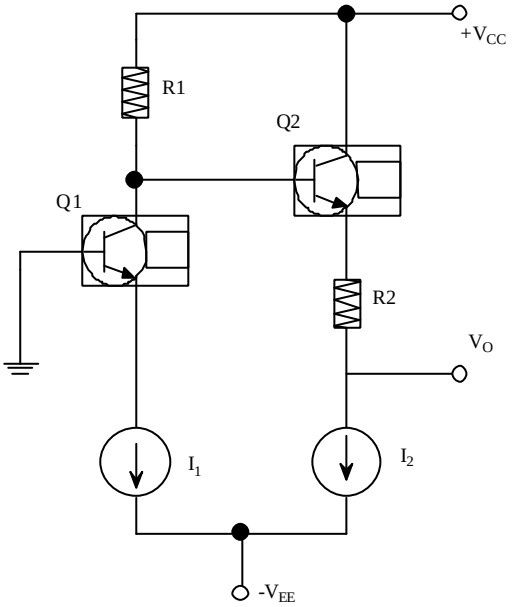
En el circuito de la figura ambos transistores son iguales y de características siguientes: $ß_F$ entre 100 y 450; $V_{BE}$=0.7V y $V_{CEsa}$t=0.2V. Se pide polarizar adecuadamente los transistores para que la IC de ambos sea de 1mA y la VCEQ=VCC/4.




Problema 17

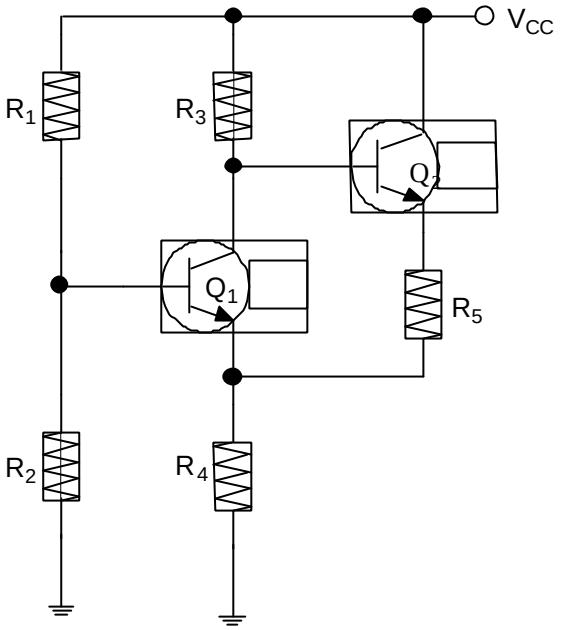
Del siguiente circuito se sabe que los dos transistores son iguales y con ßF=250 y VBE=0.6V. Se pide calcular R1 y R2 para que VCE1=7.5V y VO=0V

Datos: VCC=VEE=15V; I1=0.5mA, I2=4mA




Problema 18

Calcular las resistencias de polarización del circuito siguiente para que: IC1=IC2=0.5mA; VCE1=12V y VCE2=9V. Siendo los dos transistores exactamente iguales y con ßF=250 y VBE=0.6V

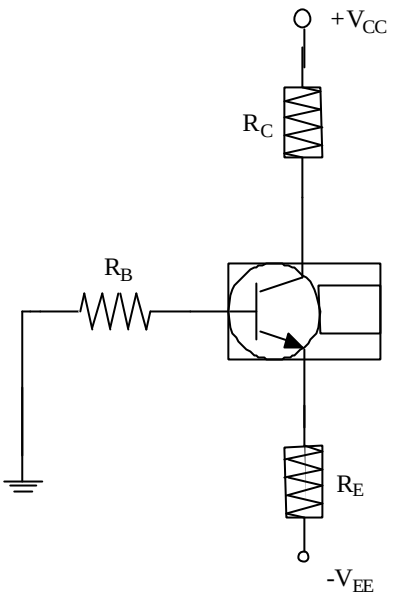



Problema 19

A partir del circuito de la figura y sabiendo que $R_C$=5.1 kΩ; $R_E$=10 kΩ: $R_B$=6.8 kΩ, $V_{BE}$=0.7 V; $V_{EE}$=15 V; VCC=15 V. Calcular:

a) Tensión en el colector, $V_C$

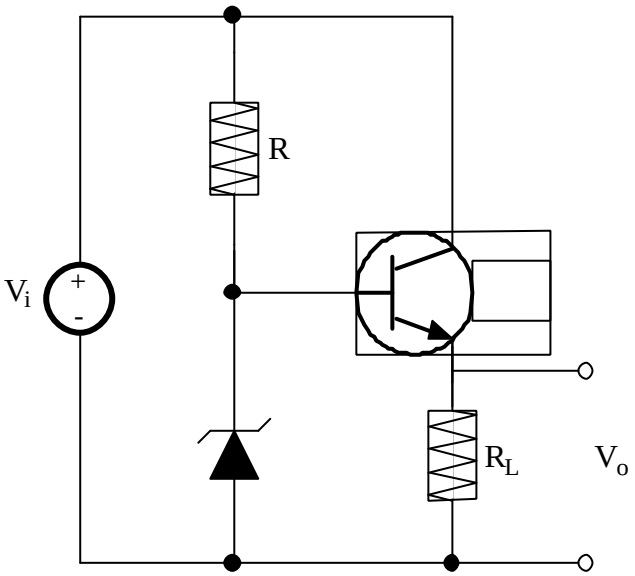
b) Resolver el ejercicio conocida ahora $\beta_F$=100




Problema 20

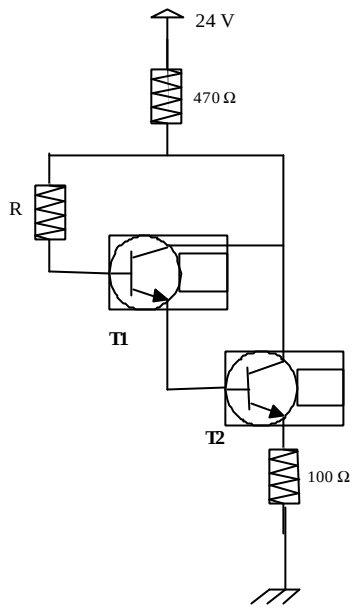
En el circuito estabilizador de la figura y para una tensión de entrada Vi=10 V, hallar la resistencia R para obtener 5 V nominales de tensión en la salida y l apotencia disipada por el zener.

Datos: $V_Z$=5.55 V; $R_Z$= 2Ω; $R_L$=10 Ω; β=19




Problema 21

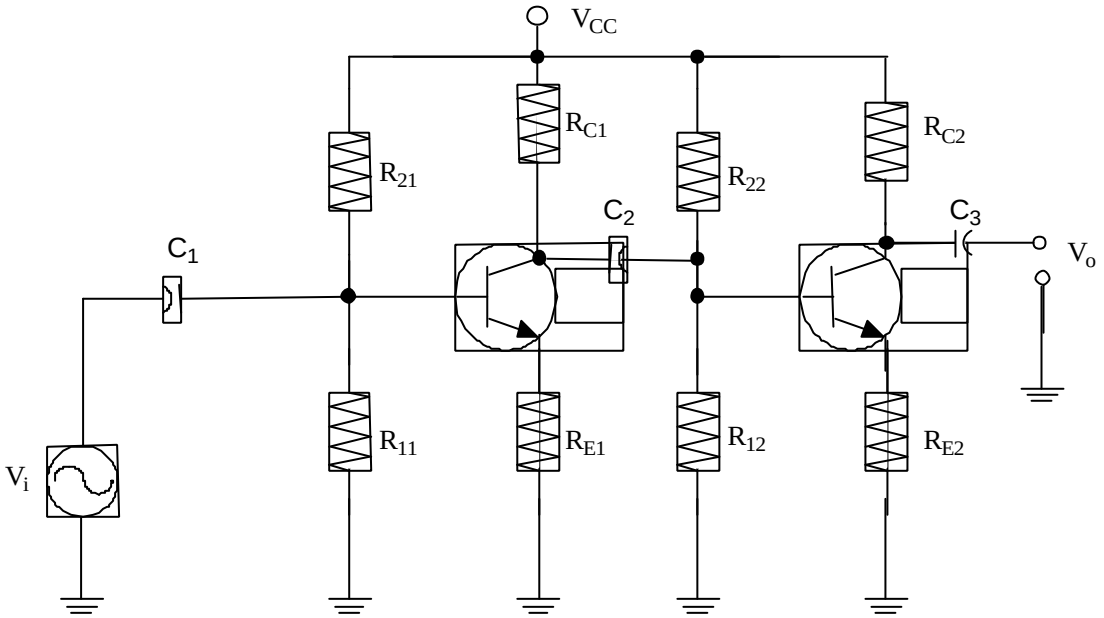
En el circuito de la figura determinar el valor de R, sabiendo que $V_{CE2}$=6V; $\beta_1$=39: $\beta_2$=24




Problema 22

La figura muestra un amplificador de dos etapas iguales. ¿Cuáles son las tensiones en continua del emisor y colector en cada etapa?

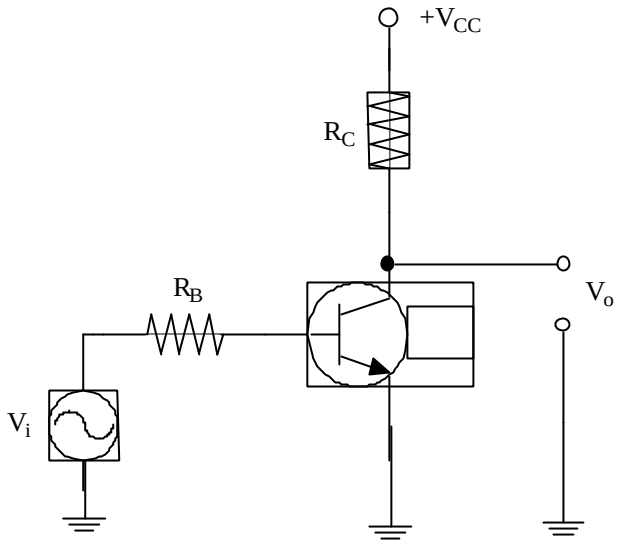
Datos: $V_{CC}$=15 V; $R_{21}$=$R_{22}$=5.6 kΩ; $R_{12}$=$R_{12}$=1 kΩ; $R_{C1}$=$R_{C2}$=470 Ω; $R_{E1}$=$R_{E2}$=120 Ω




Problema 23

¿Qué condición debe cumplir $R_C$ para que el circuito sea un inversor?

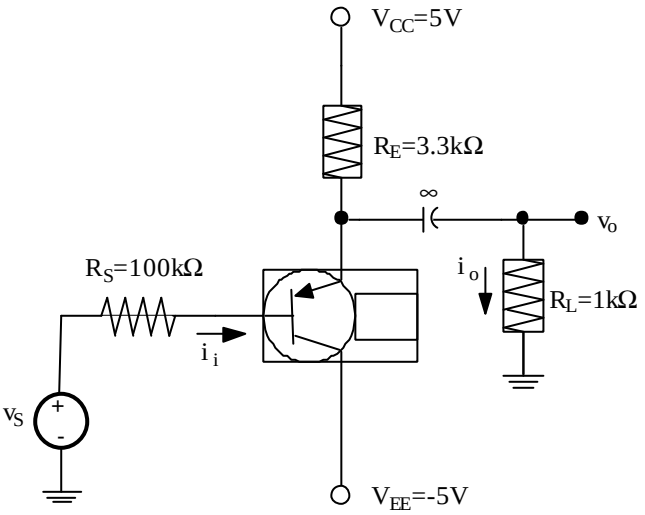
Datos: $V_{CC}$=10 V; $R_B$=10 kΩ; $V_{BE}$=0.7 V; β=100




Problema 24

En el circuito amplificador de la figura, calcular la impedancia de entrada $Z_{IN}$ y la ganancia de tensión $A_V=V_O/V_S$ expresada en dB, teniendo en cuenta que $\beta=50$.

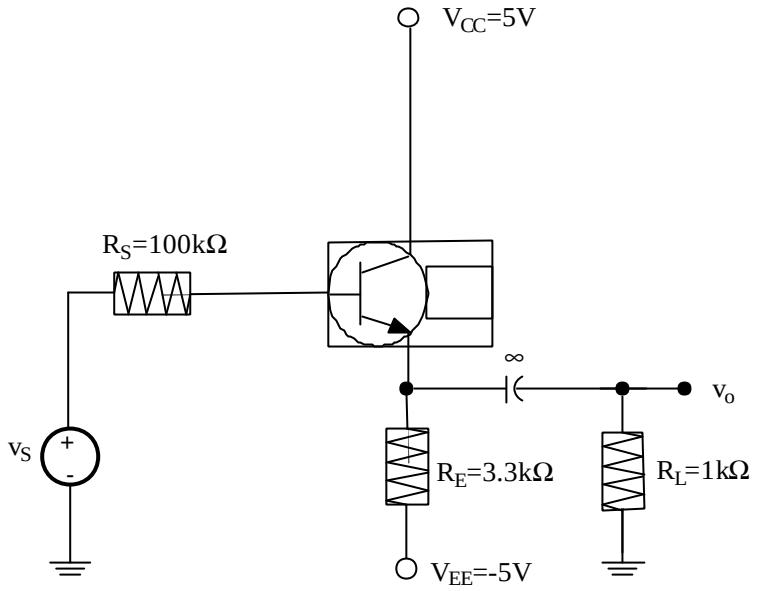
Si la amplitud máxima de la señal $v_{be}$ es de 5mV, ¿cuál es el valor máximo de señal aplicable a la entrada del amplificador?. ¿Cuál es el correspondiente valor de señal a la salida del amplificador?.




Problema 25

En el circuito amplificador de la figura, la fuente de señal $v_S$ se acopla directamente a la base del transistor. Si la componente de continua de $v_S$ es cero, hallar el valor de la corriente de emisor en continua IE, teniendo en cuenta que $\beta=120$.

Calcular la impedancia de entrada $Z_{IN}$ y la impedancia de salida $Z_{OUT}$, así como la ganancia de tensión $A_V=V_O/V_S$, expresada en dB.



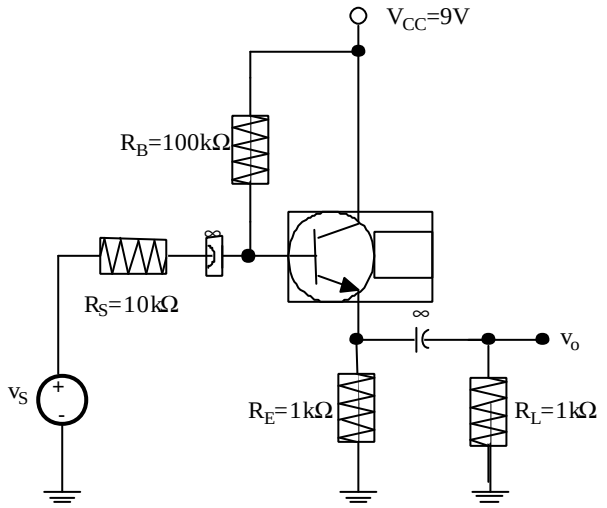

Problema 26

En el circuito amplificador de la figura, el transistor bipolar utilizado tiene un valor de β comprendido en el rango $20 \leq \beta \leq 200$. Calcular, para los valores extremos de β (β=20 y β=200):

a) El valor de $I_E$, $V_E$ y $V_B$.

b) La impedancia de entrada $Z_{IN}$.

c) La ganancia de tensión $A_V=V_O/V_S$, expresada en dB.




Problema 27

En el amplificador de la figura, calcular, bajo la condición de pequeña señal:

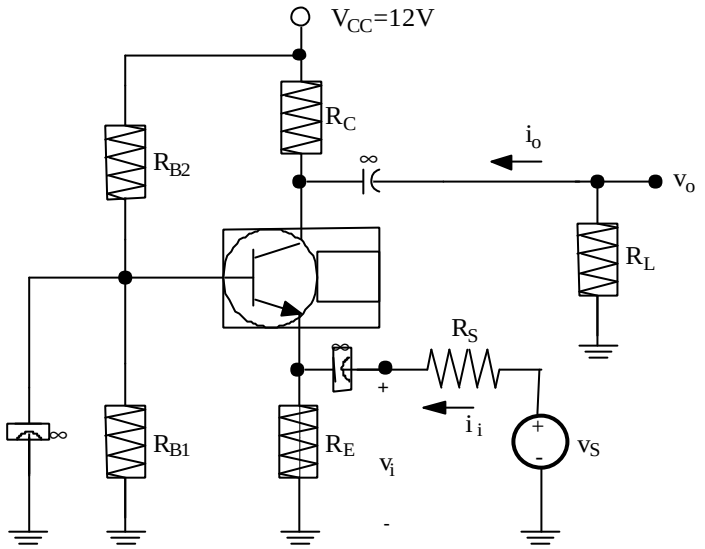
a) Ganancias de tensión $A_{V1}=V_O/V_I$ y $A_{V2}=V_O/V_S$, expresadas en dB.

b) Impedancia de entrada $Z_{IN}$.

c) Ganancia de corriente $A_I=I_O/I_I$, expresadas en dB.

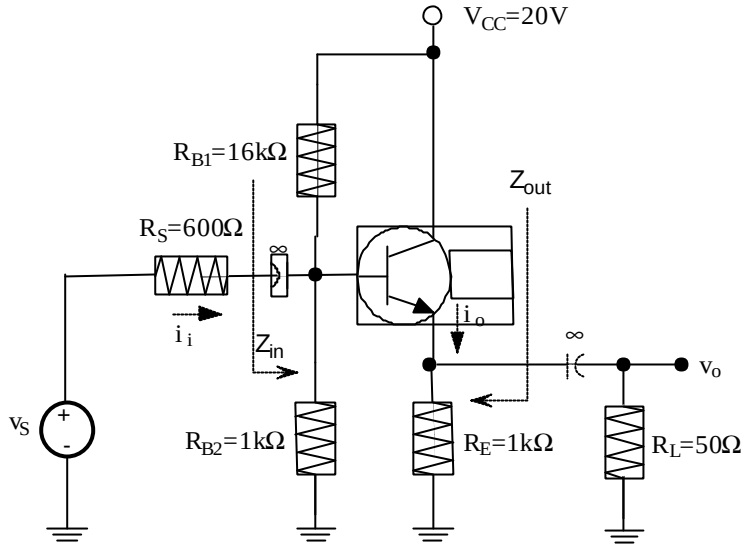
d) Impedancia de salida $Z_{OUT}$.

Considerar que $V_{CC}$=12V, $R_{B1}$=150kΩ, $R_{B2}$=39kΩ, $R_E$=1kΩ, $R_C$=2.7kΩ, $R_S$=600Ω y $R_L$=33kΩ, siendo la β del transistor bipolar utilizado de valor 222.




Problema 28

En el amplificador de la figura, calcular la impedancia de entrada $Z_{IN}$ y la impedancia de salida $Z_{OUT}$, así como la ganancia de corriente $A_I=I_O/I_I$ y la ganancia de tensión $A_V=V_O/V_S$ expresadas en dB, teniendo en cuenta que la β del transistor bipolar utilizado es 100. Explicar el porqué del valor de ganancia de tensión $A_V$ obtenido, y cómo se podría aumentar.




Problema 29

En el amplificador de la figura, calcular, bajo la condición de pequeña señal:

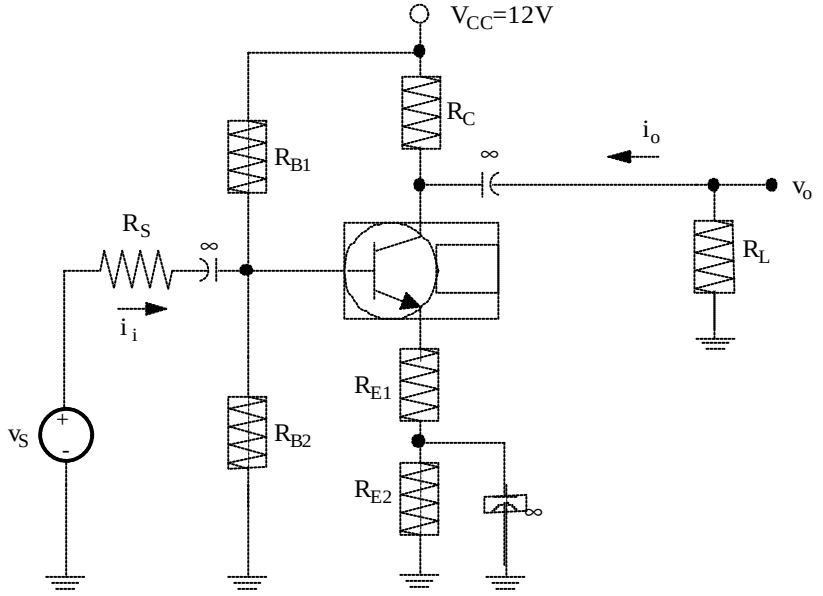
a) Ganancia de tensión $A_V=V_O/V_S$, expresada en dB.

b) Impedancia de entrada $Z_{IN}$.

c) Ganancia de corriente $A_I=I_O/I_I$, expresada en dB.

d) Impedancia de salida $Z_{OUT}$.

Considerar que $V_{CC}$=12V, $R_{B1}$=115kΩ, $R_{B2}$=27kΩ, $R_C$=1.8kΩ, $R_{E1}$=22Ω, $R_{E2}$=470Ω, $R_S$=100Ω y $R_L$=1kΩ, siendo la β del transistor bipolar utilizado 330.



Problema 30

Diseñar un amplificador de una única etapa que cumpla las siguientes especificaciones:

a) Impedancia de entrada $Z_{IN}$=25kΩ.

b) Impedancia de salida $Z_{OUT}$=600Ω.

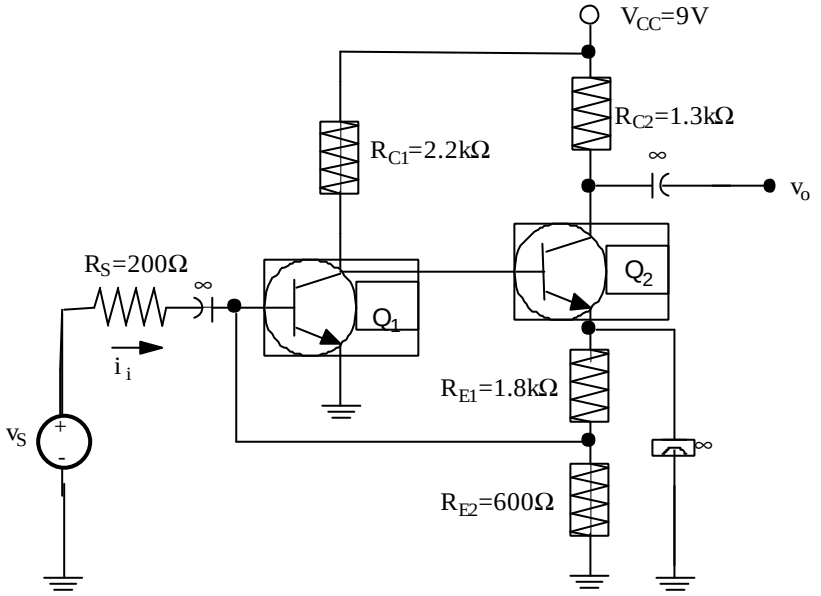
c) Módulo de la ganancia de tensión en circuito abierto $A_{V0}$=13.98dB.

d) Margen dinámico, sobre una carga $R_L$=600Ω, de $3V_p$ (limitado por el corte del transistor).

e) En el diseño del amplificador se utilizará $V_{CC}$=14V y un transistor bipolar NPN de ? =330.

Problema 31

En el circuito amplificador de la figura, calcular el punto de trabajo de cada transistor, la ganancia de tensión $A_V=V_O/V_S$ expresada en dB, y el margen dinámico, teniendo en cuenta que en ambos transistores β=100, $V_{BE}$=0.7 e $I_B$ ≈0.




Problema 32

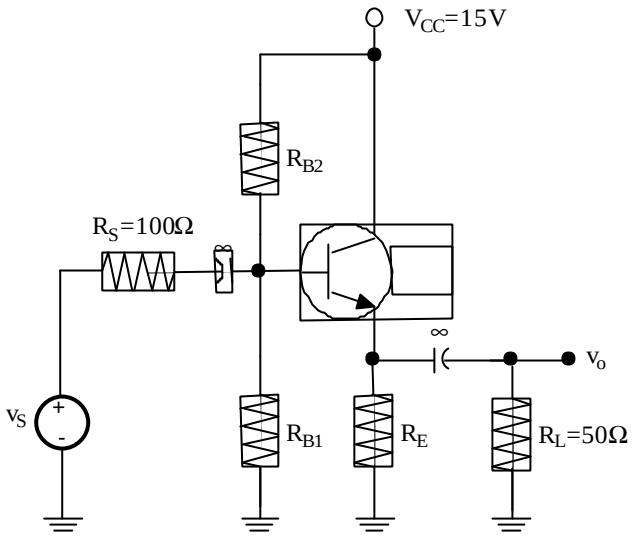
En el amplificador CASCODO de la figura, calcular, bajo la condición de pequeña señal:

a) Ganancia de tensión $A_V=V_O/V_S$, expresada en dB.

b) Impedancia de entrada $Z_{IN}$.

c) Impedancia de salida $Z_{OUT}$.

Considerar que $R_{C1}$=200Ω, $R_{C2}$=5.6kΩ, $R_E$=200Ω, $R_{B1}$=10kΩ, $R_{B2}$=30kΩ, $R_{B3}$=68kΩ, $R_S$=600Ω y $R_L$=10kΩ, siendo la β de los transistores bipolares $Q_1$ y $Q_2$ de valor 330.



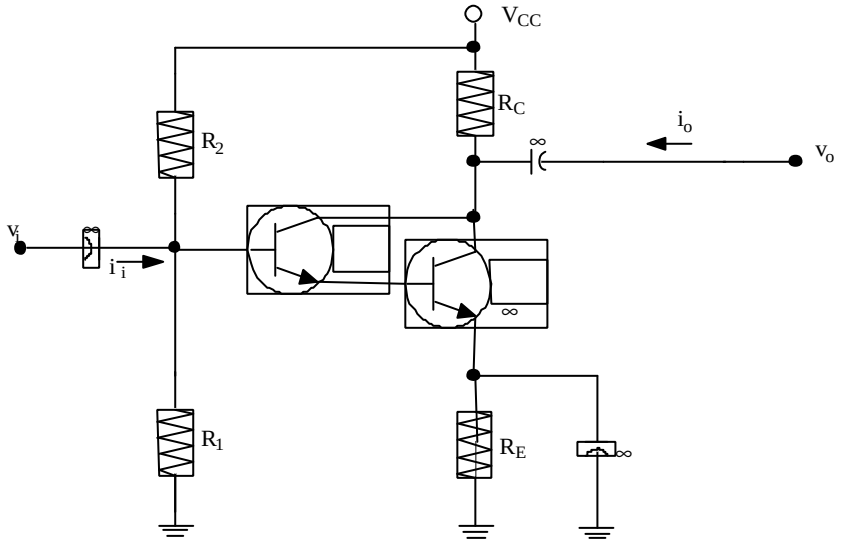

Problema 33

En el amplificador DARLINGTON de la figura, calcular, bajo la condición de pequeña señal:

a) Ganancia de tensión $AV=V_O/V_S$, expresada en dB.

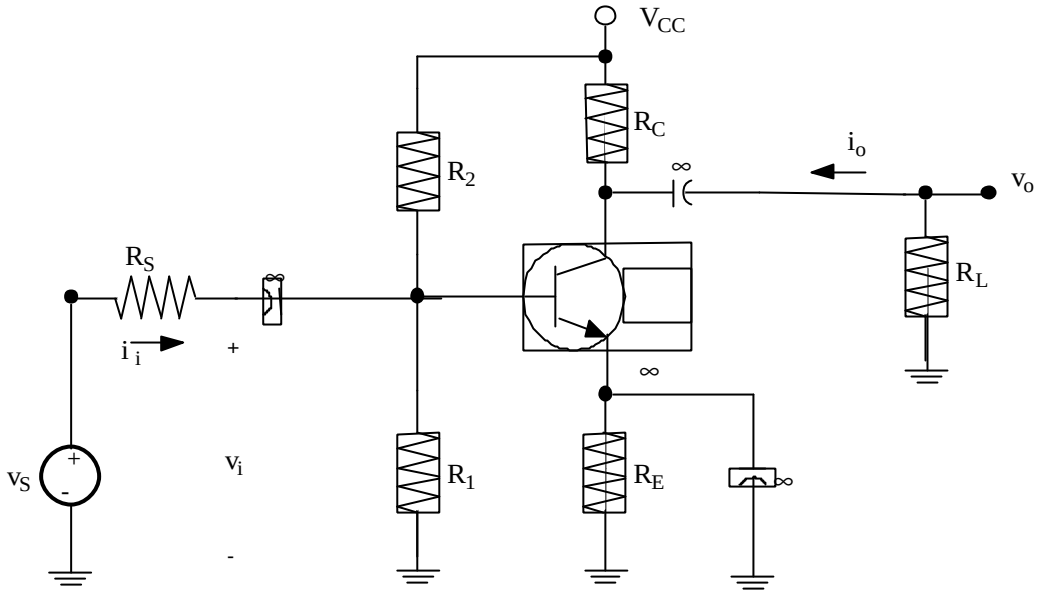
b) Impedancia de entrada $Z_{IN}$.

Considerar que $R_C$=2.2kΩ, $R_E$=1kΩ, $R_1$=100kΩ, $R_2$=270kΩ, $V_{CC}$=10V, siendo la β de los transistores bipolares $Q_1$ y $Q_2$ de valor 100 y $V_{BE1}=V_{BE2}$=0.6.



Problema 34

Hallar el circuito equivalente del amplificador de la figura.




Problema 35

Sea la etapa en colector común de la figura con una resistencia de carga $R_L$=500Ω conectada a su salida y un generador de señal $V_S$ con resistencia equivalente $R_S$=1kΩ conectado a su entrada:

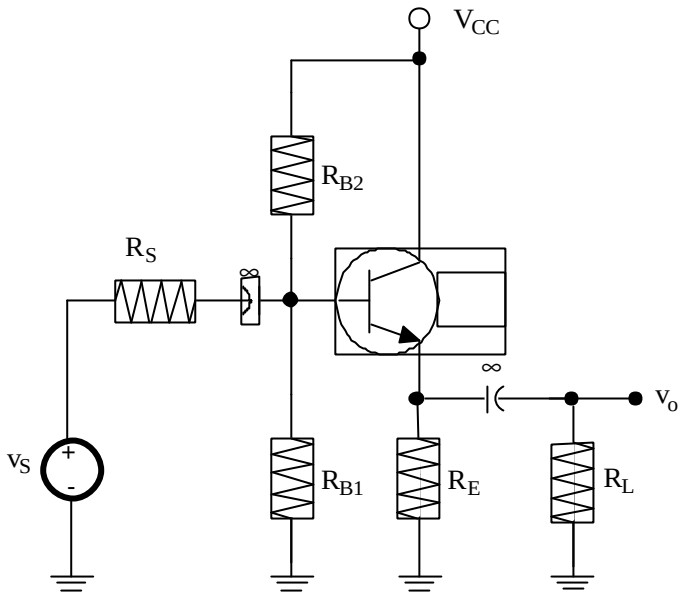
a) Determinar el punto de trabajo del circuito ($I_{CQ}$, $V_{CEQ}$, $V_{oQ}$).

b) Dibujar el modelo de pequeña señal del circuito

c) Calcular la ganancia A=Vo/VS y los márgenes dinámicos de Vo

d) Calcular la ganancia de potencia en pequeña señal

Datos: $V_{BE}$=0.7 V; $V_{CEsat}$=0.2 V; β=100; $V_{CC}$=12 V; $R_{B2}$=100 kΩ; $R_{B1}$=50 kΩ; $R_E$=10 kΩ




Problema 36

Para el amplificador en base común de la figura con un generador $v_s$-$R_s$ conectado a su entrada, se pide:

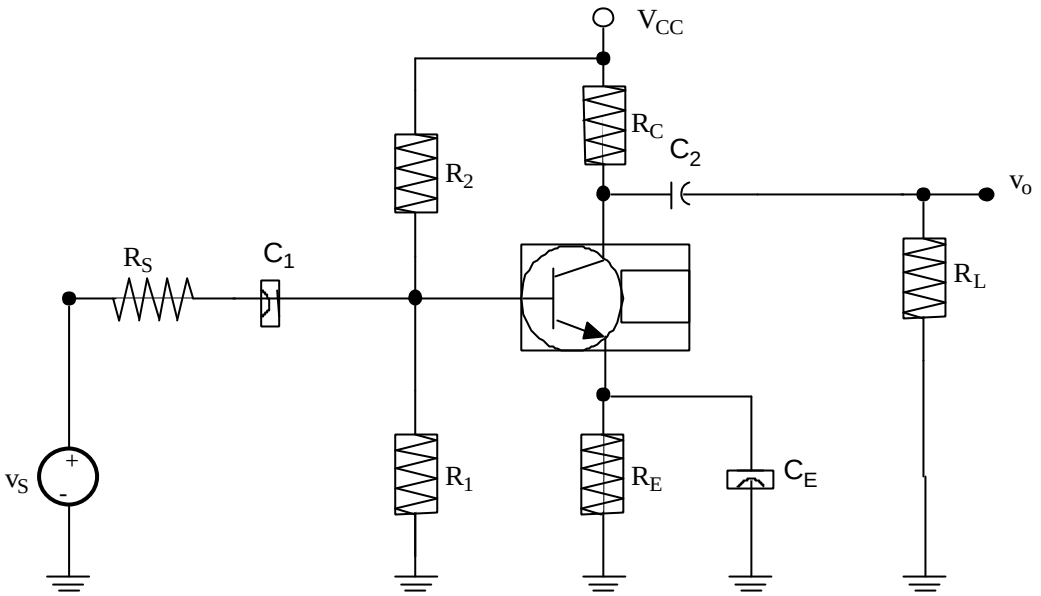
a) Hallar las expresiones de la resistencia de entrada y de salida

b) Hallar la expresión de la ganancia de tensión

c) Si $\beta$=100; $R_S$=600 Ω; $R_E$=10 kΩ y $R_L$=10 kΩ, hallar el valor de $R_i$, $R_o$ y $G_v$

Problema 37

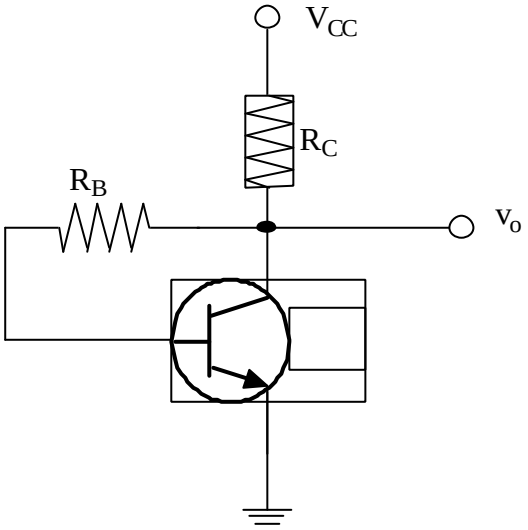
Para el circuito amplificador de la figura, calcular las magnitudes dinámicas que conozcas. Datos: $V_{CC}$=15 V; $V_{BE}$=0.7 V; $\beta_F$=200; $R_1$=30 kΩ; $R_2$=120 kΩ; $R_E$=2 kΩ; $R_C$=8 kΩ; $R_L$=12 kΩ




Problema 38

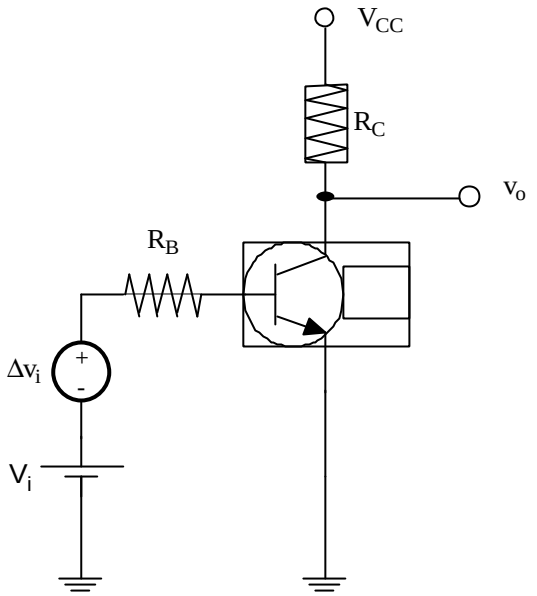
En el circuito que se muestra en la figura, con los valores $V_{CC}$=15V, $R_B$=400kΩ, $R_C$=1 kΩ, $\beta_F$=200 y $V_{BE}$=0.7V, determinar las corrientes de base y colector del transistor bipolar.

Obtener el modelo en pequeña señal del siguiente circuito utilizando el modelo híbrido en π y el modelo en T de pequeña señal.




Problema 39

Obtener el modelo en pequeña señal del siguiente circuito utilizando el modelo híbrido en π y el modelo en T de pequeña señal, siendo $V_i$=1V; β=100


$V_{CC}$
$R_C$
$v_o$
$R_B$
$\Delta v_i$
+
-
$V_i$

# 4 El transistor MOS

## 4.1 Introducción

En este capítulo estudiaremos un segundo transistor cuyo funcionamiento no se basa en uniones PN, como el BJT, sino que el movimiento de carga se produce exclusivamente por la existencia de campos eléctricos en el interior del dispositivo; los transistores de este tipo se conocen como de efecto campo, y los primeros estudios teóricos al respecto se remontan a Shockley en 1953, con la teoría del JFET.

Es a principios de los años sesenta, al producirse el relevo material del Ge al Si, y gracias al desarrollo de la tecnología planar, cuando D. Kahng y J. Atalla realizan el primer transistor de efecto campo MOS, también denominado MOSFET (siglas correspondientes a las palabras en inglés *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor*).

El MOSFET es un dispositivo de cuatro terminales: el drenador (D, *drain*), la puerta (G, *gate*), el surtidor o fuente (S, *source*) y el sustrato (B, *bulk*). La corriente en el interior del dispositivo puede ser en forma de electrones o huecos, fluye desde la fuente hasta el drenador, y es controlada por la puerta. El terminal de sustrato se utiliza para fijar la tensión umbral del transistor, mediante la aplicación de una tensión constante.

Bajo el terminal de puerta existe una capa de óxido ($SiO_2$) que impide prácticamente el paso de corriente a su través; por lo que el control de puerta se establece en forma de tensión. La calidad y estabilidad con que es posible fabricar estas finas capas de óxido es la principal causa del éxito alcanzado con este transistor, siendo actualmente el dispositivo más utilizado. Además, este transistor ocupa menos volumen que el BJT, lo que permite una mayor densidad de integración.

Como hicimos con el transistor bipolar, comenzaremos este capítulo con la estructura básica del MOSFET, seguido de sus símbolos y modelos de funcionamiento, para terminar con aplicaciones básicas.

## 4.2 Objetivos

Los objetivos a cubrir en el cuarto capítulo, en sus distintos epígrafes, son el conocimiento de:

- La estructura del transistor MOS: descripción de la geometría y las diferentes capas que conforman el transistor, así como de su funcionamiento cualitativo.

- El modelo del transistor MOS: ecuaciones que describen el comportamiento en continua del transistor, en cada una de las regiones de funcionamiento.
- Las características I-V del MOSFET: descripción de las curvas características de transferencia y de drenador del MOSFET.
- Las desviaciones del modelo: modulación de la longitud del canal en un MOSFET real.
- El análisis de circuitos con MOSFETs en estática: resolución por los métodos gráfico y analítico de circuitos con transistores MOS en continua.
- El modelo dinámico en gran señal del MOSFET: modelado de las capacidades existentes entre los terminales del MOSFET, y de los diodos parásitos entre el substrato y los contactos de fuente y drenador.
- El modelo en pequeña señal del MOSFET, así como sus parámetros en caso de frecuencias bajas.

- El funcionamiento de una etapa de amplificación: mediante un circuito ejemplo concreto se analiza una etapa de amplificación: punto de trabajo del transistor, impedancias de entrada y salida, ganancias en tensión/corriente/potencia.
- Los márgenes dinámicos: cálculo de los márgenes de corriente y tensión en un transistor MOS, para su correcta utilización en una etapa de amplificación.
- Otras aplicaciones del transistor MOS: el MOSFET como resistencia controlada por tensión, como interruptor, y como carga activa.

## 4.3 Estructura del transistor MOS

La Figura 4-1 muestra la estructura de dos transistores MOS, tipo N y P respectivamente. El dopaje del sustrato es opuesto al tipo de portador que origina la corriente. Así, para un transistor tipo N (electrones en conducción) el dopaje del sustrato es tipo P. Mientras que en el transistor tipo P (huecos en conducción) el dopaje es tipo N.

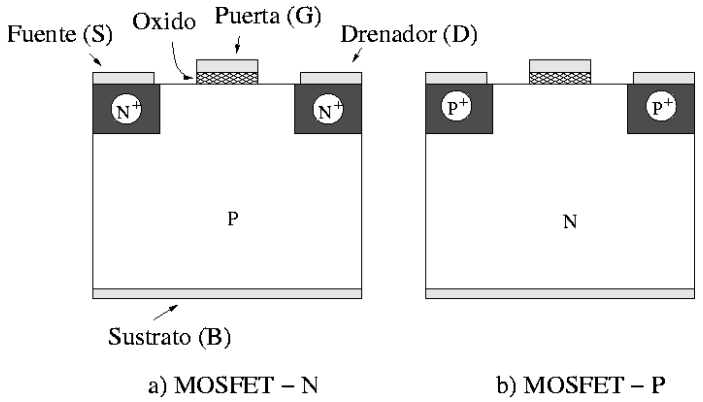



Figura 4-1: Estructura física de los transistores MOS N y P

Cuando se aplica una tensión positiva al terminal de puerta de un MOSFET tipo N, se crea un campo eléctrico bajo la capa de óxido que incide perpendicularmente sobre la superficie del semiconductor. Este campo atrae a los electrones hacia la superficie bajo el óxido, repeliendo los huecos hacia el sustrato. Si el campo eléctrico es muy intenso se logra crear en dicha superficie una región muy rica en electrones, denominada canal N, que permite el paso de corriente de la fuente al drenador; cuanto mayor sea la tensión de puerta mayor será el campo eléctrico y, por tanto, la carga en el canal. Una vez creado el canal, la corriente se origina aplicando una tensión en el drenador positiva respecto a la de la fuente.

En un MOSFET tipo P el funcionamiento es a la inversa, ya que los portadores son huecos (cargas positivas de valor el módulo de la carga del electrón). En este caso, para que exista conducción el campo eléctrico perpendicular a la superficie debe tener sentido opuesto al del MOSFET tipo N, por lo que la tensión aplicada ha de ser negativa. Ahora los huecos son atraídos hacia la superficie bajo el óxido, y los electrones repelidos hacia el sustrato. Si la superficie es muy rica en huecos se forma el canal P. Cuanto más negativa sea la tensión de puerta mayor puede ser la corriente (más huecos en el canal P), corriente que se establece al aplicar al terminal de drenador una tensión negativa respecto a la de la fuente. La corriente tiene sentido opuesto a la de un MOSFET tipo N.

A fin de facilitar la corriente a través de los terminales de fuente y drenador, bajo ellos se generan sendas regiones con dopaje elevado, del mismo tipo que los portadores del canal (regiones $N^+$ y $P^+$).

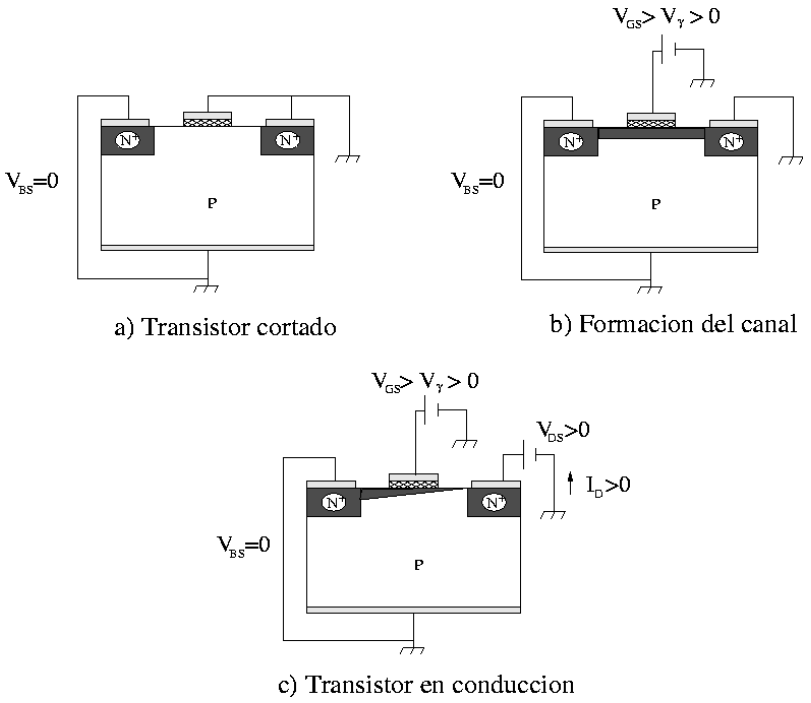



Figura 4-2: Funcionamiento de un MOSFET tipo N de enriquecimiento

Si con tensión de puerta nula no existe canal el transistor se denomina de acumulación; y de vaciamiento en caso contrario. Mientras que la tensión de puerta a partir de la cual se produce canal se conoce como tensión umbral, $V_T$. El terminal de sustrato sirve para controlar la tensión umbral del transistor, y normalmente su tensión es la misma que la de la fuente.

El transistor MOS es simétrico: los terminales de fuente y drenador son intercambiables entre sí. En el MOSFET tipo N el terminal de mayor tensión actúa de drenador (recoge los electrones), siendo el de menor tensión en el tipo P (recoge los huecos). A modo de resumen, la Figura 4-2 muestra el funcionamiento de un transistor MOS tipo N de enriquecimiento.

En la Figura 4-3 se representan los símbolos utilizados para los MOSFETs en los circuitos; también se indica el sentido de la corriente de drenador. Si los transistores son de vaciamiento se traza una línea gruesa bajo la puerta, que recuerda la existencia de canal en ausencia de tensión en dicho terminal.

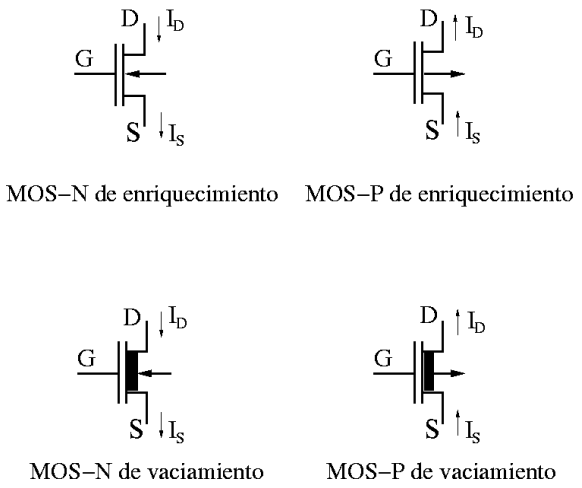



Figura 4-3: Símbolos de los MOSFET N y P, de acumulación y vaciamiento

La capa de óxido bajo la puerta impide que haya corriente a su través (esto es estrictamente cierto en continua y bajas frecuencias, situaciones que consideraremos). Así, la corriente en el terminal de fuente, $I_S$, coincide con la del drenador, $I_D$, por lo que basta con indicar una sola de ellas.

$$\begin{aligned} I_G &= 0 \\ I_D &= I_S \end{aligned} \qquad (4.1)$$

## 4.4 Modelo del transistor MOS

A diferencia del BJT, en el que la corriente de base fijaba la curva característica de salida, el MOSFET es un dispositivo controlado por tensión. Al tener los MOSFETs cuatro terminales, se necesitan tres tensiones independientes para determinar su región de funcionamiento. Normalmente se eligen las tensiones en los terminales de puerta, drenador y sustrato, respecto a la tensión en el terminal de fuente; tensiones que se denotan como $V_{GS}$, $V_{DS}$ y $V_{BS}$ respectivamente.

En continua el transistor MOS de canal N se puede modelar como en la Figura 4-4. El modelo es independiente de si el transistor es de acumulación o vaciamiento, ya que la única diferencia radica en el signo de la tensión umbral.

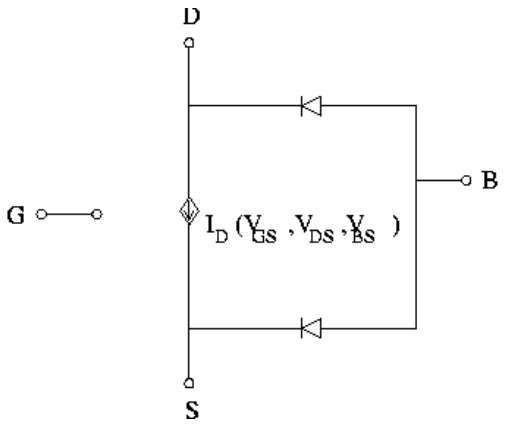



Figura 4-4: Modelo del transistor MOS de canal N

Como se observa en la estructura física del transistor (ver Figura 4-1a, existen dos uniones PN (diodos) entre el sustrato P y las regiones de contacto de fuente y drenador; diodos que quedan recogidos en el modelo, y deben estar polarizados en inversa para el correcto funcionamiento del transistor. Por otro lado, la corriente en el canal, $I_D$, viene modelada por una fuente de corriente dependiente de las tensiones, $V_{GS}$, $V_{DS}$ y $V_{BS}$; tensiones que establecen la región en la que opera el transistor. En los MOSFETs se distinguen tres regiones de funcionamiento:

a) corte,

b) lineal u óhmica,

c) saturación.

Para el MOS de canal N sus expresiones para la corriente de drenador y las condiciones en los terminales son:

$$\begin{aligned} &a)\, V_{GS} \le V_T ; V_{DS} > 0 && \rightarrow I_D = 0 \\ &b)\, V_{GS} > V_T ; 0 < V_{DS} \le V_{GS} - V_T && \rightarrow I_D = \frac{KW}{L}\left[ \left(V_{GS} - V_T\right) \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] \\ &c)\, V_{GS} > V_T ; V_{DS} > V_{GS} - V_T && \rightarrow I_D = \frac{KW}{2L}\left(V_{GS} - V_T\right)^2 \end{aligned} \qquad (4.2)$$

donde $V_T$ es la tensión umbral, $W$ y $L$ la anchura y longitud del canal respectivamente, y $K$ es el llamado parámetro de transconductancia, específico de cada transistor y cuyas dimensiones son $[K]=A \cdot V^{-2}$. Valores típicos de estos parámetros son: $V_T$ =1 V, $W$ = 2 μm, $L$ =1 μm y $K$ = 0,3 $\mu A \cdot V^{-2}$.

El transistor MOS de canal P se modela igual que el de canal N, con la salvedad de que la corriente de la fuente dependiente, así como la orientación de los diodos asociados al sustrato, tienen sentidos opuestos. Entonces se cumple que,

$$a)\, V_{GS} \geq V_T ; V_{DS} < 0 \qquad \rightarrow I_D = 0$$

$$b)\, V_{GS} < V_T ; 0 > V_{DS} \geq V_{GS} - V_T \quad \rightarrow I_D = \frac{KW}{L}\left[\left(V_{GS} - V_T\right)\cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right] \qquad (4.3)$$

$$c)\, V_{GS} < V_T ; V_{DS} < V_{GS} - V_T \qquad \rightarrow I_D = \frac{KW}{2L}\left(V_{GS} - V_T\right)^2$$

donde los parámetros tienen el mismo significado que en el MOS de canal N. Nótese que las tensiones tienen signos opuestos; y ahora la corriente sale por el terminal de drenador.

La dependencia de la corriente de drenador con la tensión del sustrato se establece de forma implícita a través de la tensión umbral, $V_T$. En el caso de un MOSFET tipo N, $V_T$ obedece la ecuación,

$$V_T = V_{TO} + \xi \cdot \left[\sqrt{-2\phi_B - V_{BS}} - \sqrt{-2\phi_B}\right] \qquad (4.4)$$

donde $V_{TO}$ es la tensión umbral si la fuente y el sustrato están cortocircuitados,

$$V_{BS} = 0 \Rightarrow V_T = V_{TO} \qquad (4.5)$$

mientras que $\xi$ y $\phi$B son parámetros que modelan la dependencia de $V_T$ con las características del sustrato.

En la mayoría de las tecnologías los terminales de fuente y sustrato están cortocircuitados. Por ello en los circuitos normalmente no se indica el terminal de sustrato. Así, las variables independientes del transistor son $V_{GS}$ y $V_{DS}$ ($V_T = V_{TO}$); con la corriente de drenador como variable dependiente.

Por último, al resolver analíticamente un circuito empleando las ecuaciones del modelo del transistor, la dependencia cuadrática que existe entre la corriente y las tensiones proporciona dos soluciones; una de las cuales carece de sentido físico (normalmente se desprecia la que conlleva a que el transistor esté cortado, o la que queda fuera del rango de tensiones permisible).

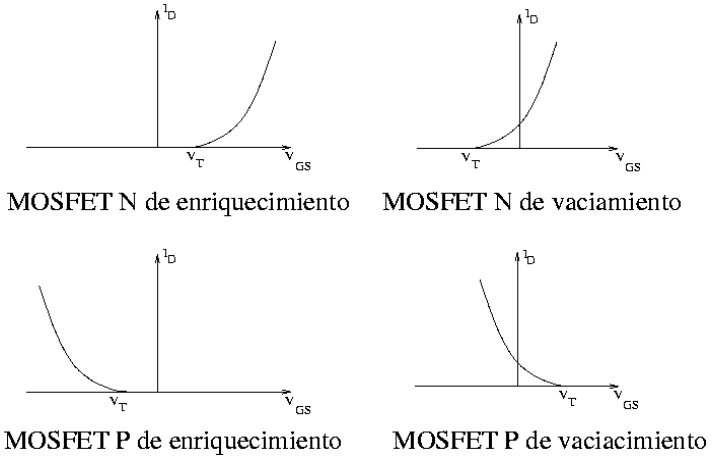



**Figura 4-5: Curva de transferencia de los MOSFETs en la región de saturación**

## 4.5 Características I-V del MOSFET

### 4.5.1 Característica de transferencia

En estas curvas se representa la corriente de drenador frente a la tensión de puerta, cuando el transistor opera en la región de saturación. En esta región (ecuaciones (4.2)-c y (4.3)-c) la corriente es independiente del voltaje de drenador; además, tiene un comportamiento parabólico con el voltaje de puerta, siempre que éste sobrepase la tensión umbral.

La Figura 4-5 muestra las curvas de transferencia posibles, dependiendo del tipo de MOSFET. En los transistores de enriquecimiento no existe canal en ausencia de tensión en la puerta, por lo que la corriente es nula si $V_{GS} = 0$. Mientras que en los de vaciamiento es necesario aplicar una tensión de puerta para eliminar el canal. Por otro lado, en los MOSFETs tipo N la corriente aumenta con la tensión de puerta; en los tipo P esto ocurre cuanto menor es el voltaje.

Cada una de las curvas mostradas representa sólo la "mitad" de la parábola del modelo. La parábola completa carece de sentido físico, ya que para tensiones de puerta "más allá" de la tensión umbral el transistor se halla cortado.

A partir de ahora (salvo que se indique lo contrario) nos referiremos exclusivamente al MOSFET tipo N. Los resultados son extrapolables a MOSFETs tipo P; basta con cambiar el signo de las tensiones y el sentido de las corrientes.

### 4.5.2 Característica de drenador

La Figura 4-6 muestra las curvas características de drenador en un MOS de canal N. Para cada tensión de puerta, $V_{GS}$, hay una curva característica que muestra la dependencia de la corriente de

drenador, $I_D$, con el voltaje entre drenador y fuente, $V_{DS}$. Debido a la simetría de los transistores las curvas también son posibles en el tercer cuadrante; aunque con el convenio adoptado de signos para las tensiones y del sentido para la corriente, el MOS tipo N opera exclusivamente en el primero (el tipo P opera en el segundo).

Nos referiremos, por tanto, a las curvas del primer cuadrante. Sabemos que si la tensión de puerta es inferior al valor umbral, el transistor está cortado; luego el eje de abscisas representa la región de corte. Para tensiones de puerta superiores la corriente crece.

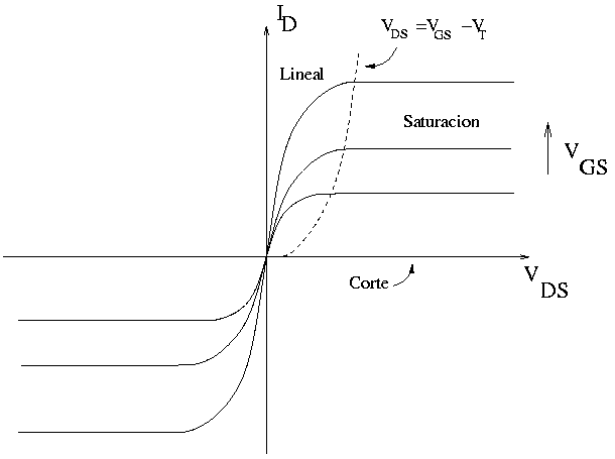



**Figura 4-6: Curvas características de drenador en un MOSFET tipo N**

Cuando la tensión de drenador es elevada el transistor funciona en la región de saturación. En esta región las curvas son rectas paralelas al eje de abscisas, ya que la corriente sólo depende del voltaje de puerta (ecuación (4.2)-c).

Mientras que para tensiones de drenador pequeñas el transistor opera en la región lineal; apreciándose entonces el comportamiento parabólico de la corriente con la tensión de drenador (ecuación (4.2)-b). De nuevo se ha pintado sólo la mitad de la rama parabólica, ya que la otra carece de sentido físico.

La transición entre las regiones lineal y de saturación se produce cuando la tensión de drenador vale (se cumplen simultáneamente las condiciones (4.2)-b y (4.2)-c)

$$V_{DS} = V_{GS} - V_T \quad (4.6)$$

valor que depende de la tensión aplicada a la puerta. Sustituyendo esta expresión en (4.2)-c, se obtiene para la corriente de drenador:

$$I_D = \frac{KW}{2L} \cdot V_{DS}^2 \qquad (4.7)$$

Esta curva se incluye mediante una línea a trazos en la Figura 4-6. Obsérvese que para cada tensión de puerta, el máximo de la parábola en la región lineal coincide con el valor constante de la región de saturación.

## 4.6 Desviaciones del modelo

El modelo recogido en las ecuaciones (4.2) y (4.3) no coincide exactamente con las curvas experimentales de los MOSFETs. En realidad, cuando el transistor opera en la región de saturación, la corriente de drenador no es independiente del voltaje entre el drenador y la fuente: a medida que aumenta $V_{DS}$ la corriente crece ligeramente. Este efecto se denomina modulación de la longitud del canal, y su explicación física queda fuera de los objetivos de la asignatura.

En la Figura 4-7 se representa este efecto.

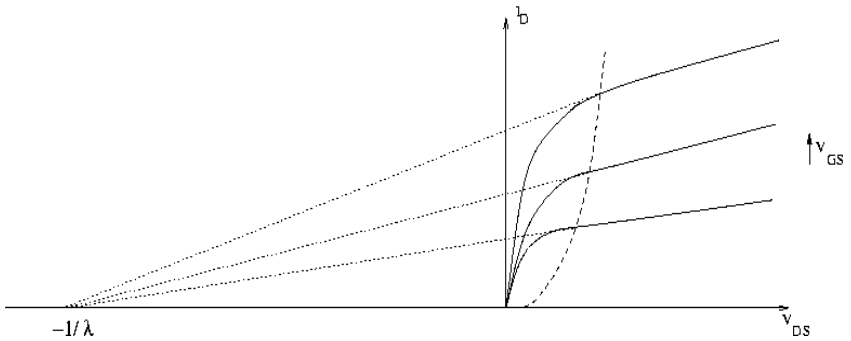



**Figura 4-7: Efecto de la modulación de la longitud del canal**

La magnitud $\lambda$ se denomina parámetro de modulación de la longitud del canal (nótese la similitud con el efecto Early del BJT). Para tener en cuenta esta discrepancia con el modelo ideal, basta con multiplicar las ecuaciones (4.2) y (4.3) por el factor $(1+\lambda \cdot V_{DS})$. En el caso de un MOS tipo N las expresiones para las tres regiones, a) corte, b) lineal u óhmica, y c) saturación, quedan entonces,

$$
\begin{aligned}
&a)\ I_D = 0 \\
&b)\ I_D = \frac{KW}{L}\left[\left(V_{GS}-V_T\right)\cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]\cdot\left(1+\lambda\cdot V_{DS}\right) \qquad (4.8) \\
&c)\ I_D = \frac{KW}{2L}\left(V_{GS}-V_T\right)^2\cdot\left(1+\lambda\cdot V_{DS}\right)
\end{aligned}
$$

donde las condiciones para cada región son las mismas que en el modelo ideal (4.2).

## 4.7 Análisis de circuitos con MOSFETs en estática

La resolución de circuitos que contengan transistores MOS se efectúa de manera análoga a como vimos con el transistor bipolar. Es decir, utilizando las leyes de Kirchoff, junto a las ecuaciones constitutivas del transistor (modelo) y del resto de los elementos.

El circuito se puede resolver por el método gráfico, si se dispone de las curvas características del transistor, o analítico. En este último caso, de nuevo se ha de suponer que el transistor opera en una determinada región; con la ecuación de la corriente de drenador correspondiente se resuelve el sistema de ecuaciones del circuito; tras su resolución, se comprueba la validez de la región de hipótesis de partida.

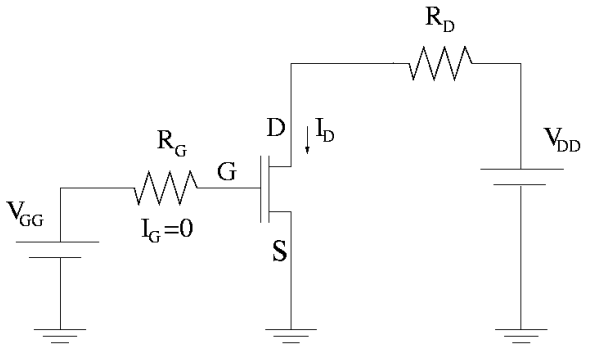



**Figura 4-8: Circuito con transistor MOS**

A modo de ejemplo resolveremos el circuito inversor con resistencia de carga (Figura 4-8) por ambos métodos; donde los parámetros del transistor son

$$V_T = 0{,}8\,V, W/L = 3, K = 25 \cdot 10^{-6}\ A \cdot V^{-2}$$

con

$$V_{DD} = 6\,V, V_{GG} = 4\,V, R_G = 1\,K\Omega\ y\ R_G = 15\,K\Omega$$

El terminal de sustrato no se ha dibujado, por lo que se supone cortocircuitado con el de la fuente, y el transistor es un MOS tipo N (mientras no se indique lo contrario).

\layout Subsection

### 4.7.1 Método analítico

Hemos de resolver el sistema de ecuaciones derivado del análisis de las mallas de entrada y salida, y la ecuación constitutiva del transistor.

## Malla de entrada

Es la formada por $V_{GG}$, $R_G$ y la tensión entre la puerta y la fuente, $V_{GS}$. La ley de Kirchoff de las tensiones nos permite escribir

$$V_{GS} = I_G \cdot R_G + V_{GS} \qquad (4.9)$$

Sabemos que la corriente a través de la puerta de un MOSFET es nula en continua y bajas frecuencias; por tanto, no existe caída de tensión en la resistencia $R_G$[2], y la tensión entre la puerta y la fuente es igual a $V_{GG}$.

$$V_{GS} = V_{GG} = 4\,V \qquad (4.10)$$

## Malla de salida

Es la constituida por $V_{DD}$, $R_D$ y la tensión entre el drenador y la fuente, $V_{DS}$. Teniendo en cuenta la ley de Kirchoff de las tensiones

$$V_{DD} = I_D \cdot R_D + V_{DS} \qquad (4.11)$$

Esta ecuación se conoce como la recta de carga del circuito en continua; sustituyendo valores se llega a la siguiente relación entre $I_D$ y $V_{DS}$,

$$6 = I_D \cdot 15000 + V_{DS} \qquad (4.12)$$

## Ecuación constitutiva

Hemos de suponer una región de operación para el transistor. Al ser $V_{GS}$ mayor que la tensión umbral del transistor, éste está en conducción; operando en la región lineal o de saturación.

$$V_{GS} = 4\,V > V_T = 0{,}8\,V \Rightarrow Transistorenconcucción$$

Para operar en la región de saturación la tensión entre el drenador y la fuente debe cumplir (4.2)

$$V_{DS} > V_{GS} - V_T = 4 - 0{,}8 = 3{,}2\,V \qquad (4.13)$$

---

[2] En la práctica $V_{GG}$ y $R_G$ forman el equivalente Thevenin del circuito de polarización "visto" desde la puerta; circuito que condiciona $V_{GS}$. En la sección dedicada a la amplificación lo estudiaremos con más detalle.

Al ser la fuente de alimentación $V_{DD}$=5 $V$, es posible que esta condición se cumpla. Supongamos pues que el transistor opera en saturación. Como no conocemos el parámetro de modulación de la longitud del canal, la corriente de drenador viene dada por (4.2)-c

$$I_D = \frac{KW}{2L} \cdot \left(V_{GS} - V_T\right)^2 \qquad (4.14)$$

sustituyendo valores

$$I_D = \frac{25 \cdot 10^6}{2} \cdot 3 \cdot \left(4 - 0{,}8\right)^2 = 0{,}38\, mA$$

Una vez conocida la corriente de drenador, la tensión $V_{DS}$ se calcula a partir de la recta de carga (4.12)

$$V_{DS} = 6 - I_D \cdot 15000 = 6 \cdot 0{,}38 \cdot 10^{-3} \cdot 15000 = 0{,}3\, V$$

Con lo que la hipótesis de saturación (4.13) no se cumple.

Supongamos ahora que el transistor opera en régimen lineal. La condición y ecuación correspondientes (4.2)-b son

$$0 < V_{DS} < V_{GS} - V_T \Rightarrow 0 < V_{DS} < 3{,}2$$
$$I_D = \frac{KW}{L} \cdot \left[\left(V_{GS} - V_T\right) \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right] = 75 \cdot 10^{-6} \cdot \left(3{,}2 \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right) \qquad (4.15)$$

Sustituyendo la corriente en (4.12), resulta:

$$V_{DS} = 6 - I_D \cdot 15000 = 1{,}125 \cdot \left(3{,}2 \cdot V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right)$$

y operando se llega a la siguiente ecuación de segundo grado

$$V_{DS}^2 - 8{,}17 \cdot V_{DS} + 10{,}66 = 0$$

cuyas soluciones son

$$V_{DS} = \begin{cases} 1{,}63\, V \\ 6{,}54\, V \end{cases}$$

La solución 6,54 $V$ carece de sentido, ya que la máxima tensión aplicada al circuito son 6 $V$. Por tanto $V_{DS}$=1.63 $V$, y se cumple la hipótesis de región lineal (4.15).

### 4.7.2 Método Gráfico

La solución se obtiene representando en un mismo sistema de referencia las curvas características de drenador, aportadas por el fabricante, y la recta de carga en continua (4.11); el resultado se muestra en la Figura 4-9.

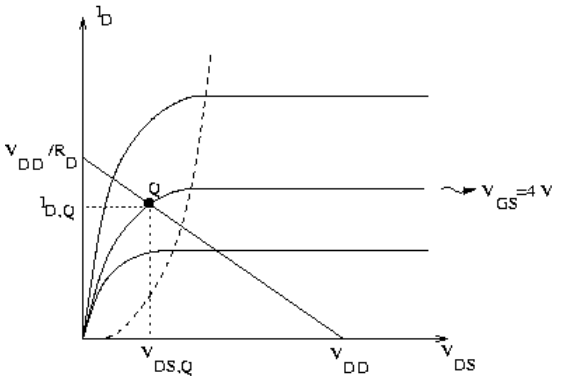



**Figura 4-9: Solución del circuito por el método gráfico**

La recta de carga corta al eje de abscisas en $V_{DD}$ =6 $V$, y al de ordenadas en $V_{DD}/R_D$ = 0.4 $mA$. La solución se obtiene entonces como el punto de intersección entre la recta de carga y la curva característica del transistor, correspondiente a la tensión de puerta $V_{GS}$ = 4 $V$ de nuestro circuito (Figura 4-8).

Al igual que en el BJT, con el subíndice Q se indica que las magnitudes son solución del circuito en régimen continuo: definen el punto de operación del transistor, conocido como punto Q o punto de operación del transistor.

La localización del punto Q indica que el transistor opera en la región lineal. Su proyección sobre los ejes, $V_{DS,Q}$ e $I_{D,Q}$, han de coincidir con los valores obtenidos por el método analítico: 1,63$V$ y 0.15 $mA$ respectivamente.

## 4.8 Modelo dinámico en gran señal del MOSFET

Hasta ahora sólo hemos analizado el funcionamiento del transistor MOS en continua. Cuando las señales varían en el tiempo hemos de tener en cuenta las corrientes de fuga que se producen en el dispositivo. Ya sabemos que estas corrientes se incorporan al modelo mediante capacitores, cuyas capacidades asociadas dependen de las tensiones aplicadas a los terminales del transistor.

Por un lado hay que añadir la capacidad asociada a los diodos, entre el sustrato y las regiones de contacto de fuente y drenador, $C_{BS}$ y $C_{BD}$ (ver Figura 4-4). Estas capacidades vienen dadas por (ver capítulo 2):

$$C_{BD} = \tau_t \frac{I_S}{\eta V_t} e^{\frac{V_{BD}}{\eta V_t}} + \frac{C_{jo}}{\left(1 - \frac{V_{BD}}{V_t}\right)}$$
$$C_{BS} = \tau_t \frac{I_S}{\eta V_t} e^{\frac{V_{BS}}{\eta V_t}} + \frac{C_{jo}}{\left(1 - \frac{V_{BS}}{V_t}\right)} \qquad (4.16)$$

valores que difieren tan sólo en las tensiones aplicadas a los terminales debido a la simetría del transistor.

También se producen efectos capacitivos debidos a la capa de óxido, desde el terminal de puerta hacia el resto de los terminales; estas capacidades las llamaremos $C_{GD}$, $C_{GB}$ y $C_{GS}$ respectivamente, y se modelan como la suma de dos términos:

$$C_{GS} = C_{GS,b} + C_{ox} \cdot p_1$$
$$C_{GD} = C_{GD,b} + C_{ox} \cdot p_2 \qquad (4.17)$$
$$C_{GB} = C_{GB,b} + C_{ox} \cdot p_3$$

siendo la capacidad de puerta asociada a un condensador plano:

$$C_{ox} = \frac{\varepsilon_{ox}}{t_{ox}} \cdot W \cdot L \qquad (4.18)$$

donde $\varepsilon_{ox}$ y $t_{ox}$ son la constante dieléctrica y el espesor del óxido; $W$ y $L$ la anchura y longitud de puerta del transistor respectivamente.

Las capacidades $C_{GS,b}$ , $C_{GD,b}$ y $C_{GB,b}$ tienen en cuenta los efectos capacitivos de los bordes de la puerta, y dependen exclusivamente de la geometría de cada transistor. Mientras que los factores de peso $p_1$, $p_2$ y $p_3$ modelan la contribución de $C_{ox}$ a la capacidad total, dependiendo de la región de funcionamiento; sus valores se pueden aproximar a los indicados en la tabla 4.1.

| | Corte | Lineal | Saturación |
|---|---|---|---|
| $p_1$ | 0 | 0,5 | 0,7 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $P_2$ | 0 | 0,5 | 0 |
| $p_3$ | 0,7 | 0 | 0 |

Tabla 4.1: Factores capacitivos en las diferentes regiones de operación

Teniendo en cuenta todos los efectos capacitivos, el modelo en gran señal correspondiente a un MOSFET tipo N se representa en la Figura 4-10. Si las señales varían lentamente en el tiempo, las corrientes a través de las capacidades son mucho menores que la de la fuente dependiente, $I_D(V_{GS},V_{DS},V_{BS})$; en este caso los condensadores se pueden suponer circuitos abiertos.

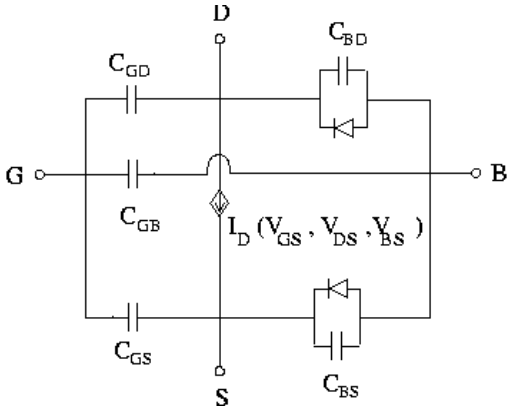



**Figura 4-10: Modelo dinámico en gran señal del MOSFET tipo N**

## 4.9 Circuito incremental

Consideremos en el circuito inversor una fuente de señal variable en el tiempo, $v_s(t)$, superpuesta a la fuente de polarización a la entrada del transistor ($V_{GG}$ de la Figura 4-8). El circuito resultante se representa en la Figura 4-11.

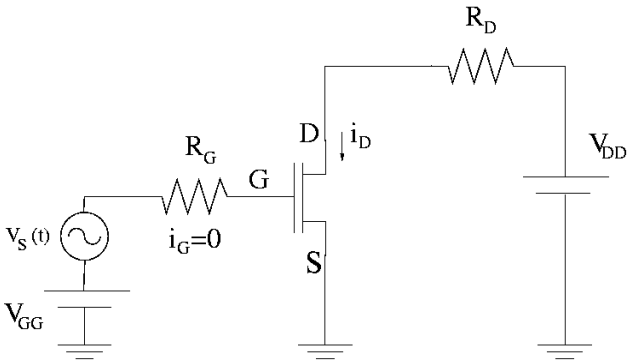



**Figura 4-11: Circuito con transistor MOS excitado por una fuente de señal**

Las ecuaciones de las mallas de entrada y salida ahora son

$$i_G = 0 \Rightarrow V_{GG} + v_s = v_{GS}$$
$$V_{DD} = i_D \cdot R_D + v_{DS} \qquad (4.19)$$

Las corrientes y tensiones del circuito ahora pueden variar en el tiempo. Como se hizo con el BJT, desglosamos cada variable en una parte continua, correspondiente al punto Q de operación del circuito cuando no existe la señal, y otra parte temporal debida a $v_s(t)$, que se denota con $\Delta$. Así,

$$v_{GS} = V_{GSQ} + \Delta v_{GS}$$
$$i_D = I_{DQ} + \Delta i_D \qquad (4.20)$$
$$v_{DS} = V_{DSQ} + \Delta v_{DS}$$

donde no se considera la corriente de puerta, ya que siempre la supondremos nula. Los incrementos representan, por tanto, las variaciones de las magnitudes respecto a su valor en continua.

Vimos que en continua se cumple (ecuaciones (4.10) y (4.11)),

$$V_{GG} = V_{GSQ}$$
$$V_{DD} = I_{DQ} \cdot R_D + V_{DSQ} \qquad (4.21)$$

Sustituyendo (4.20) en (4.19), y teniendo en cuenta (4.21), se llega a las ecuaciones que describen el circuito incremental:

$$v_s = \Delta v_{GS}$$
$$0 = \Delta i_D \cdot R_D + \Delta v_{DS} \qquad (4.22)$$

cuyo esquemático se representa en la Figura 4-12 (nótese que el circuito incremental también se deduce del original, anulando las fuentes independientes constantes). La caja representa el circuito incremental correspondiente al transistor; para obtenerlo habremos de suponer pequeña señal.

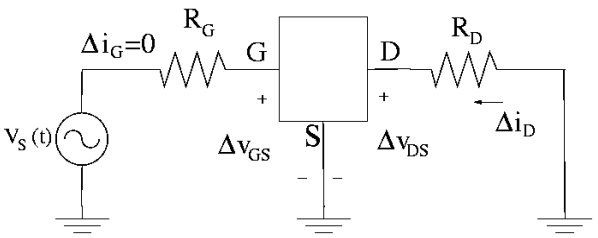



**Figura 4-12: Versión incremental del circuito de la figura 4.11**

### 4.9.1 Modelo en pequeña señal del MOSFET tipo N

El circuito incremental del MOSFET se obtiene mediante el desarrollo en serie de Taylor del modelo en gran señal, en torno al punto Q de trabajo.

Partamos pues del modelo en gran señal de la Figura 4-10. En general, la corriente de la fuente dependiente varía con las tensiones aplicadas a los terminales. Esta corriente es una función del tipo

$$i_D = f\left(v_{GS}, v_{DS}, v_{BS}\right) \quad (4.23)$$

que desarrollando en serie de Taylor en torno al punto Q, da lugar a la expresión (ver capítulo anterior)

$$i_D = I_{DQ} + \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}}\right|_Q \cdot \left(v_{GS} - V_{GSQ}\right) + \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}}\right|_Q \cdot \left(v_{DS} - V_{DSQ}\right) + \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{BS}}\right|_Q \cdot \left(v_{BS} - V_{BSQ}\right) + .... \quad (4.24)$$

Si se desprecian los términos de orden superior, representados como puntos suspensivos, es posible conseguir un modelo lineal del transistor. Esto ocurre cuando las variaciones de las tensiones y corrientes, respecto a sus valores en el punto Q de continua, son muy pequeñas. Así pues, incluyendo la notación incremental, el modelo en pequeña señal para los MOSFETs obedece la expresión

$$\Delta i_D \approx \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}}\right|_Q \cdot \Delta v_{GS} + \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}}\right|_Q \cdot \Delta v_{DS} + \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{BS}}\right|_Q \cdot \Delta v_{BS} \quad (4.25)$$

Definiendo los parámetros de pequeña señal

$$g_m = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}}\right|_Q$$

$$\frac{1}{r_{ds}} = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}}\right|_Q \quad (4.26)$$

$$g_{mb} = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{BS}}\right|_Q$$

se llega a que

$$\Delta i_D = g_m \cdot \Delta v_{GS} + \frac{1}{r_{ds}} \cdot \Delta v_{DS} + g_{mb} \cdot \Delta v_{BS} \quad (4.27)$$

Con respecto a las capacidades del modelo, $C_{GS}$, $C_{GD}$, $C_{GB}$, $C_{BD}$ y $C_{BS}$, al considerar pequeña señal, éstas se aproximan por sus valores en continua. Por tanto,

$$C_{GS} \approx C_{GSQ};\ C_{GD} \approx C_{GDQ};\ C_{GB} \approx C_{GBQ}$$
$$C_{BD} \approx C_{BDQ};\ C_{BS} \approx C_{BSQ} \quad (4.28)$$

Finalmente, para que la mayor parte de la corriente en el interior del transistor fluya en el canal bajo la puerta, los diodos de la región de sustrato deben estar polarizados en inversa; éstos se comportan prácticamente como circuitos abiertos, y sus capacidades asociadas se aproximan por los valores en continua.

Así, el circuito incremental en pequeña señal del transistor MOS es el mostrado en la Figura 4-13.

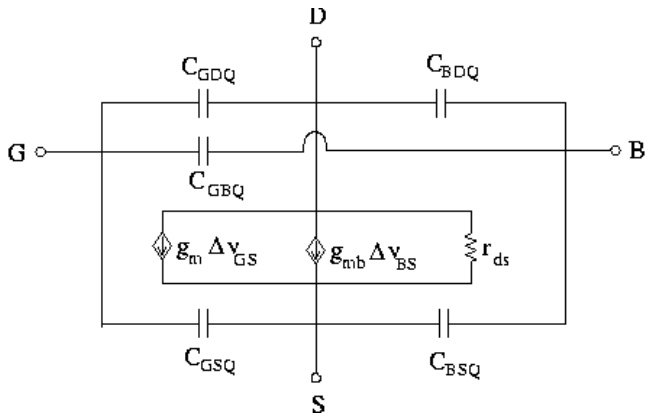



**Figura 4-13: Modelo en pequeña señal del MOSFET**

## 4.9.2 Modelo en pequeña señal a frecuencias bajas en la región de saturación

Cuando la frecuencia de la señal variable en el tiempo es suficientemente baja se pueden despreciar los efectos capacitivos del transistor; éstos se comportan como circuitos abiertos. Entonces la corriente de drenador se debe exclusivamente a la fuente dependiente, y el circuito incremental del MOSFET es el mostrado en la Figura 4-14. Tan sólo resta por conocer los valores de los parámetros en pequeña señal $g_m$, $g_{mb}$ y $r_{ds}$.

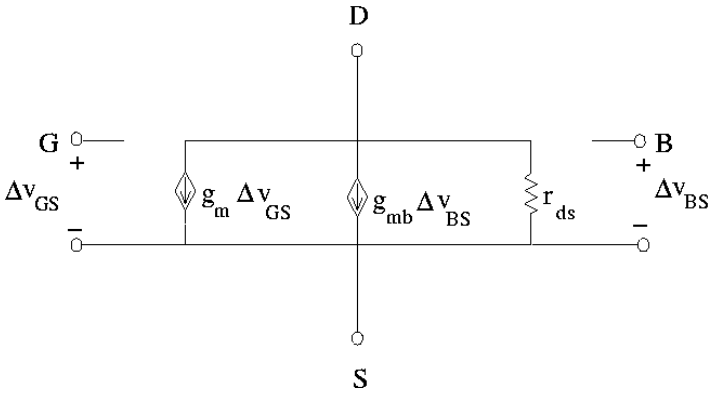



**Figura 4-14: Modelo en pequeña señal para bajas frecuencias**

Los MOSFETs son capaces de amplificar señales cuando operan en la región de saturación (siguiente sección); por lo que esta región es la de principal interés en electrónica analógica. La

corriente de drenador a desarrollar en serie de Taylor es la de saturación. Si además tenemos en cuenta el efecto de la modulación del canal, se debe emplear la corriente dada por (4.8)-c.

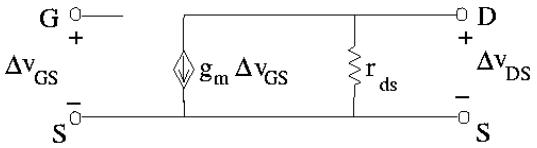
Los parámetros en pequeña señal se obtienen al evaluar las derivadas de la corriente de saturación en el punto Q. Estos son:

$$g_m = \sqrt{2K\frac{W}{L}I_{DQ}}$$
$$g_{mb} = \frac{\xi}{2\sqrt{-2\phi_B - V_{BSQ}}} \cdot g_m \qquad (4.29)$$
$$r_{ds} = \frac{1}{\lambda I_{DQ}}$$

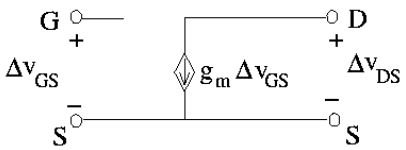
Normalmente los terminales de sustrato y fuente se hayan cortocircuitados ($V_{BS}$ = 0). Al no existir variación de tensión entre ellos, la fuente de corriente de valor $g_m \cdot \Delta v_{BS}$ se anula.

$$v_{BS} = 0 \Rightarrow \Delta v_{BS} = 0 \Rightarrow g_m \cdot \Delta v_{BS} = 0$$

La resistencia $r_{ds}$ refleja el efecto de la modulación de la longitud del canal. Caso de no tenerse en cuenta este efecto ($\lambda$ = 0), o que entre el drenador y la fuente exista otra resistencia en paralelo mucho más pequeña, $r_{ds}$ se podrá despreciar en el circuito incremental, simplificándose éste aún más. En la Figura 4-15 se muestran los dos modelos a emplear del transistor MOS en pequeña señal y bajas frecuencias, cuando el sustrato y la fuente se hayan cortocircuitados.




a) Con modulación de la longitud del canal




b) Sin modulación de la longitud del canal

**Figura 4-15: Modelos simplificados del transistor MOS en pequeña señal con el sustrato y la fuente cortocircuitados**

## 4.10 Amplificación

De forma análoga al BJT, el MOSFET puede ser utilizado para amplificar una señal, ya sea en voltaje, corriente o potencia. La metodología es la misma que la empleada con el transistor bipolar: mediante una red de polarización se consigue que el transistor opere en la región apropiada para amplificar (punto Q de continua o punto de trabajo del transistor), y posteriormente se añade a la entrada del circuito una pequeña señal variable en el tiempo, que será la señal a amplificar.

En cuanto al funcionamiento del transistor existen algunas diferencias básicas respecto al BJT. Primeramente, hemos visto que a frecuencias bajas la corriente a través del terminal de puerta es despreciable; con lo que la corriente que fluye por los terminales de fuente y drenador coincide. Sin embargo esto simplifica el cálculo del punto Q sólo en parte, ya que en los MOSFETs las ecuaciones de la corriente son cuadráticas, obteniéndose dos soluciones; una de ellas se descarta por absurda.

Por otro lado, la región apropiada para que el transistor amplifique es distinta: el BJT opera en zona activa directa; la distorsión se produce cuando el transistor funciona en las regiones de corte o saturación. Sin embargo, el MOSFET es capaz de amplificar sólo si opera en la región de saturación; ahora la distorsión ocurrirá cuando el transistor se corta o trabaja en la región lineal.

En el apartado anterior vimos que cuando el MOSFET opera en saturación, con pequeñas señales y bajas frecuencias, tiene un comportamiento lineal; y se dedujeron diversos modelos posibles del transistor para el análisis de circuitos.

A continuación estudiaremos una etapa de amplificación empleando un transistor MOS, donde quedarán reflejadas las similitudes y diferencias con el BJT. Aunque el estudio lo hacemos para un circuito en particular, el método empleado, así como las magnitudes de interés que se calculan son generalizables a cualquier circuito de amplificación en pequeña señal con transistores MOS.

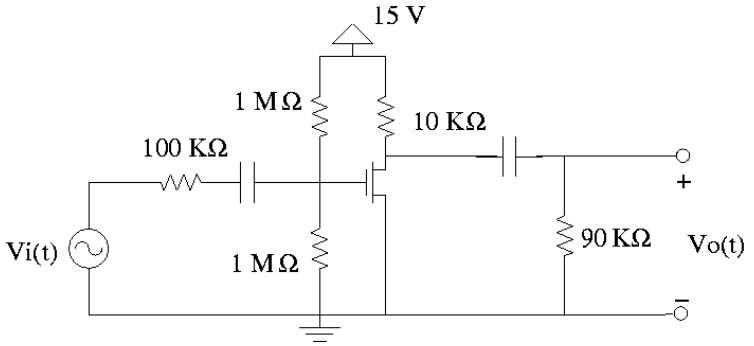



**Figura 4-16: Circuito de amplificación con transistor MOS**

El ejemplo considerado se representa en la Figura 4-16, donde los parámetros del transistor son:

$$V_T = 1V, W/L = 1, K = 20 \cdot 10^{-6}\ A \cdot V^{-2}, \lambda = 0{,}01\,V^{-1}$$

### 4.10.1 Análisis en continua

Primero hemos de hacer el análisis en continua, pues los parámetros del modelo en pequeña señal del transistor dependen del punto de trabajo Q. En continua los condensadores actúan como circuitos abiertos; sirven para aislar la etapa de polarización del MOSFET del resto del circuito, y transmitir exclusivamente la señal variable en el tiempo. La etapa de polarización resultante se muestra en la Figura 4-17.

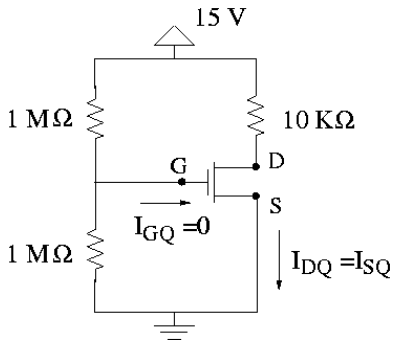



**Figura 4-17: Circuito de polarización**

Como ocurre con el BJT, la solución se puede calcular por el método gráfico o analítico. Empleemos el analítico:

En la malla de entrada la corriente de puerta es nula, con lo que la tensión en la puerta vale (divisor de tensión)

$$V_{GQ} = 15 \cdot \frac{10^6}{10^6 + 10^6} = 7{,}5\,V$$

Al estar el terminal de fuente cortocircuitado a tierra,

$$V_{GSQ} = V_{GQ} = 7{,}5\,V > 1V \rightarrow conduce$$

La tensión entre la puerta y la fuente es superior a la tensión umbral; por tanto el transistor conduce, bien en la región lineal o en la de saturación. Sabemos que para que el MOSFET amplifique debe operar en la región de saturación; supongámoslo así. Como conocemos el parámetro de modulación de la longitud del canal, λ, podemos utilizar para la corriente de saturación la expresión (4.8)-c[3]:

[3] En caso de no conocer λ, se procedería de forma análoga con la corriente de saturación (4.2)-c

$$I_{DQ} = \frac{KW}{2L} \cdot \left(V_{GSQ} - V_T\right)^2 \cdot \left(1 + \lambda V_{DSQ}\right)$$

sustituyendo valores,

$$I_{DQ} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{2} \cdot 1 \cdot \left(7{,}5 - 1\right)^2 \cdot \left(1 + 0{,}01 \cdot V_{DSQ}\right) = 0{,}42 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1 + 0{,}01 \cdot V_{DSQ}\right) \quad (4.30)$$

A partir de la malla de salida se obtiene la recta de carga en continua del transistor:

$$15 = I_{DQ} \cdot 10^4 + V_{DSQ} \quad (4.31)$$

Resolviendo (4.30) y (4.31) se llega a que el punto Q viene dado por,

$$V_{DSQ} = 10{,}4\,V;\, I_{DQ} = 0{,}46\ mA$$

Por último, no hay que olvidar comprobar que el transistor opera realmente en la región de saturación (condición (4.2)-c):

$$V_{DSQ} = 10{,}4\,V > V_{GSQ} - V_T = 7{,}5 - 1 = 6{,}5V \Rightarrow regióndesaturación$$

### 4.10.2 Parámetros del transistor en pequeña señal

Una vez conocido el punto Q de continua, podemos determinar los parámetros del MOSFET en pequeña señal, necesarios para el análisis temporal. En primer lugar hemos de elegir el modelo en pequeña señal del transistor, que emplearemos en el circuito incremental. Al no indicar el terminal de sustrato en el circuito (Figura 4-16), éste se supone cortocircuitado con la fuente. Además, al conocer $\lambda$, podemos utilizar el modelo simplificado que considera la modulación de la longitud del canal (Figura 4-15a). Para este modelo los parámetros en pequeña señal son:

$$g_m = \sqrt{2K\frac{W}{L}I_{DQ}} = 1{,}29 \cdot 10^{-4}\ S$$

$$r_{ds} = \frac{1}{\lambda I_{DQ}} = 238\ k\Omega$$

### 4.10.3 Circuito incremental

Una vez determinado el modelo en pequeña señal del transistor, estamos en disposición de representar el circuito incremental de la etapa de amplificación: basta con anular la fuente de tensión independiente (cortocircuito), suponer que a la frecuencia de operación las capacidades de desacoplo son suficientemente grandes para considerarlas cortocircuitos, sustituir el transistor por

su modelo en pequeña señal (Figura 4-15a), y usar la notación incremental. El circuito resultante es el representado en la Figura 4-18a); donde por simplificar se incluye otro circuito, Figura 4-18b), en el que las resistencias de 1 $M\Omega$ se han asociado en paralelo, así como las de 10 $\Omega$ y 90 $k\Omega$.

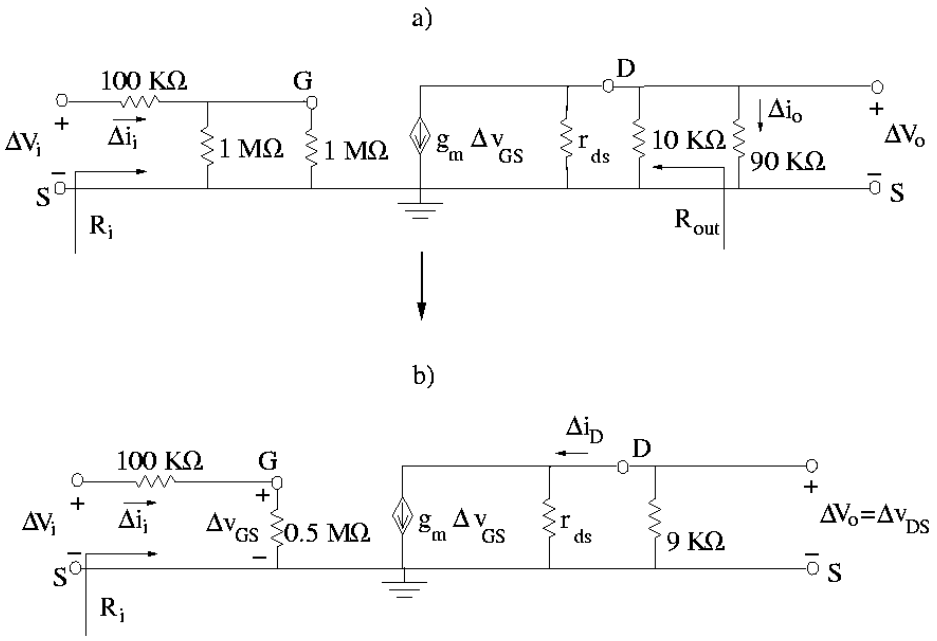



**Figura 4-18: Circuito incremental correspondiente a la etapa de amplificación**

### 4.10.4 Ganancias

Las etapas de amplificación se utilizan para obtener a la salida una señal proporcional a la de la entrada, sin distorsión. En electrónica, las magnitudes que pueden ser amplificadas son: tensión, corriente y potencia. Calculemos pues sus ganancias respectivas en el circuito bajo estudio.

## Ganancia en tensión

La ganancia en tensión es la relación entre las tensiones incrementales a la salida y entrada del circuito.

$$G_v = \frac{\Delta V_o}{\Delta V_i} \qquad (4.32)$$

En nuestro caso, al estar las resistencias $r_{ds}$ y 9 $k\Omega$ en paralelo (Figura 4-18b),

$$\Delta V_o = -g_m \cdot \Delta v_{GS} \cdot \left(r_{ds} \| 9 \cdot 10^3\right) = -1{,}29 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta v_{GS} \cdot \frac{238 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 10^3}{238 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^3} = -1{,}12 \cdot \Delta v_{GS} \quad (4.33)$$

Por otro lado, teniendo en cuenta la expresión del divisor de tensión para la malla de entrada en el mismo circuito:

$$\Delta v_{GS} = \Delta V_i \cdot \frac{0{,}5 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^3 + 0{,}5 \cdot 10^6} = 0{,}83 \cdot \Delta V_i$$

que sustituyendo en (4.33), se obtiene para la ganancia en tensión:

$$\Delta V_o = -1{,}12 \cdot 0{,}83 \cdot \Delta V_i \Rightarrow G_v \approx -0{,}9$$

En nuestro circuito la tensión de salida es ligeramente inferior a la de entrada; el signo menos indica que el circuito invierte la señal de salida (la desfasa 180$^o$). La Figura 4-19 representa la señal salida con líneas a trazos, para una señal de entrada sinusoidal.

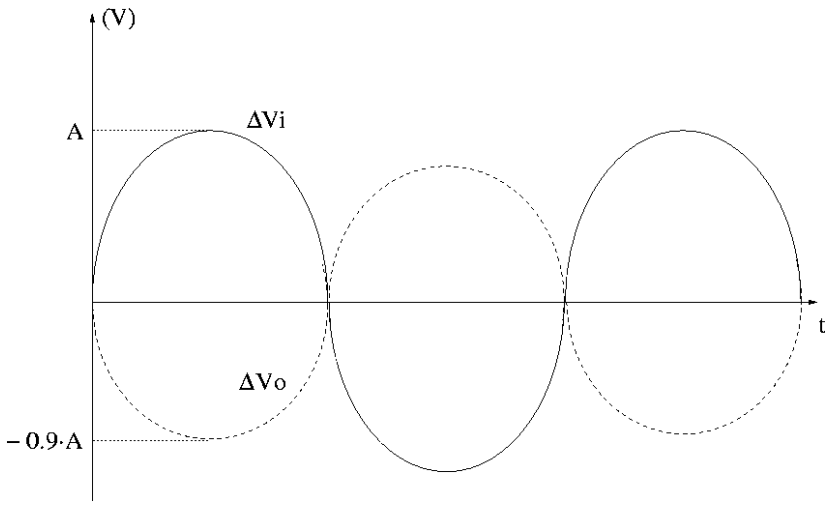



**Figura 4-19: Ganancia en tensión del amplificador**

## Ganancia en corriente

La ganancia en corriente se define como la relación entre las corrientes incrementales del circuito a la salida $\Delta i_o$, y la entrada, $\Delta i_i$.

$$G_i = \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} \qquad (4.34)$$

La corriente de salida incremental circula por la resistencia de carga, 90 $k\Omega$, conectada a la salida del circuito (ver Figura 4-18a). Se cumple entonces que

$$\Delta V_o = 90 \cdot 10^3 \cdot \Delta i_o \Rightarrow \Delta i_o = \frac{\Delta V_o}{9 \cdot 10^4}$$

La corriente de entrada incremental es la proporcionada por la fuente $\Delta V_i$; teniendo en cuenta la ley de Kirchoff de las tensiónes y la ley de Ohm en la malla de entrada del circuito Figura 4-18b), podemos escribir

$$\Delta V_i = \Delta i_i \cdot 100 \cdot 10^3 + \Delta i_i \cdot 0{,}5 \cdot 10^6 \Rightarrow \Delta i_i = \frac{\Delta V_i}{600 \cdot 10^3}$$

Así, sustituyendo en (4.34), la ganancia en corriente se puede expresar en función de la ganancia en tensión, y vale

$$G_i = \frac{\dfrac{\Delta V_o}{9 \cdot 10^4}}{\dfrac{\Delta V_i}{600 \cdot 10^3}} = 6{,}6 \cdot G_v \approx -6$$

Por tanto, este circuito amplifica corriente; la corriente a la salida es seis veces superior a la de la entrada.

## Ganancia en potencia

La ganancia en potencia se define como la relación entre las potencias a la salida y entrada del circuito. Expresando las potencias como productos "tensión por corriente", su cálculo es inmediato una vez obtenidas $G_v$ y $G_i$:

$$G_P = \frac{\Delta P_o}{\Delta P_i} = \frac{\Delta V_o}{\Delta V_i} \cdot \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} = G_v \cdot G_i \approx 5{,}4$$

Con lo que nuestro circuito también amplifica en potencia.

### 4.10.5 Impedancias

En amplificación las impedancias de interés son las que condicionan la propagación de las señales a lo largo del circuito. Estas impedancias se calculan a partir del circuito incremental.

A continuación vamos a calcular las impedancias de entrada y salida de nuestra etapa de amplificación. Una vez conocidas, el amplificador queda completamente caracterizado cuando forma parte de otro circuito.

## Impedancia de entrada

Es la resistencia que "ve" el generador que proporciona la señal de entrada, $\Delta V_i$. En nuestro caso no se ha considerado ninguna resistencia interna, con lo que la impedancia de entrada es la formada por las resistencias en serie 100 $k\Omega$ y 0,5 $M\Omega$ (Figura 4-18b).

$$R_{in} = 100 \cdot 10^3 + 0,5 \cdot 10^6 = 600\, k\Omega$$

## Impedancia de salida

Es la impedancia "vista" desde la resistencia de carga, 90 $k\Omega$, conectada a la salida del circuito (ver Figura 4-18a). Para su cálculo hemos de anular las fuentes independientes, que en el circuito incremental tan sólo es $\Delta V_i$. Al cortocircuitar $\Delta V_i$ no hay caída de tensión entre los terminales de puerta y fuente, con lo que la corriente de la fuente dependiente es nula[4] (circuito abierto). Por tanto, la impedancia de salida es la resistencia equivalente de las resistencias $r_{ds}$ y 10 $k\Omega$ en paralelo.

$$R_{out} = r_{ds} \| \left(10 \cdot 10^3\right) = \frac{238 \cdot 10^3 \cdot 10^4}{238 \cdot 10^3 + 10^4} = 9,6\, k\Omega$$

## 4.11 Márgenes dinámicos

Cuando estudiamos el BJT se definió el margen dinámico: máxima amplitud de la señal de salida sin que exista distorsión; y se calculó a partir de las curvas características de salida y la recta de carga dinámica.

De forma análoga, en los MOSFETs el margen dinámico se obtiene a partir de las curvas características de drenador y la recta de carga dinámica del circuito en cuestión, representadas en la Figura 4-20. En dicha figura se muestra también, mediante una línea a trazos, la curva que delimita las regiones lineal y de saturación (ecuación (4.7)).

[4] En este ejemplo la fuente dependiente no influye; recordemos que en caso contrario habría sido necesario añadir una fuente de tensión a la salida, y calcular la relación entre dicha tensión y la corriente que proporciona al circuito.

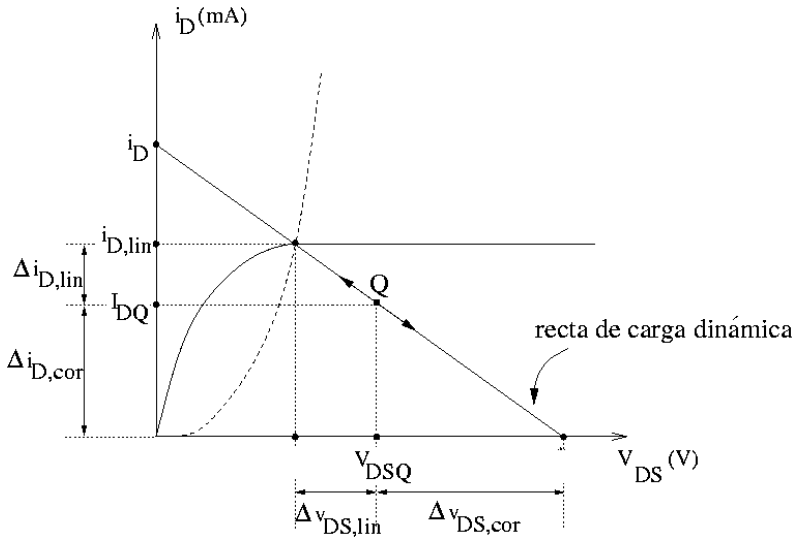



**Figura 4-20: Márgenes dinámicos en un transistor MOS**

La principal diferencia con el BJT es la región en que debe operar el transistor para que exista amplificación. Vemos que en el caso de los MOSFETs la región apropiada es la de saturación; el circuito de polarización ha de ser diseñado para que el punto Q se sitúe en dicha región. Posteriormente, al aplicar a la entrada del circuito una pequeña señal variable en el tiempo, el punto Q se desplaza sobre la recta de carga dinámica. Sólo entonces el transistor tiene un comportamiento lineal, descrito por su modelo en pequeña señal, capaz de proporcionar a la salida una señal amplificada sin distorsionar.

La distorsión de la señal de salida puede ocurrir por dos motivos: por un lado, como en el BJT, cuando el punto Q alcanza la región de corte (distorsión por corte). Por otro lado, cuando el punto Q alcanza la región lineal u óhmica (distorsión óhmica).

Para poder calcular los márgenes dinámicos de la corriente de drenador, $\Delta i_D$, y de la tensión entre el drenador y la fuente, $\Delta v_{DS}$, es necesario obtener la recta de carga dinámica. A partir del circuito incremental (Figura 4-18b), ésta viene dada por

$$\Delta v_{DS} = -\Delta i_D \cdot 9 \cdot 10^3$$

Desarrollando la notación incremental,

$$v_{DS} - V_{DSQ} = \left(i_D - I_{DQ}\right) \cdot 9 \cdot 10^3 \Rightarrow v_{DS} - 10{,}4 = \left(i_D - 0{,}46 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 9 \cdot 10^3 \qquad (4.35)$$

recta, cuyos puntos de corte con los ejes de abscisas y ordenadas respectivamente son:

$$v_{DS}^{*} = 10{,}4 + 0{,}46 \cdot 10^{3} \cdot 9 \cdot 10^{3} = 14{,}5V$$
$$i_{D}^{*} = \frac{10{,}4}{9 \cdot 10^{3}} + 0{,}46 \cdot 10^{-3} = 1{,}61\ mA$$

También necesitamos saber cuando el transistor deja de operar en la región de saturación, para hacerlo en la región lineal. En la Figura 4-20 podemos apreciar que esto ocurre cuando el punto Q alcanza la intersección entre la recta de carga dinámica y la curva que delimita ambas regiones; para esta curva se obtuvo la expresión (4.7)[5]

$$i_{D} = \frac{KW}{2L} \cdot v_{DS}^{2} = 10^{-5} \cdot v_{DS}^{2} \qquad (4.36)$$

Sustituyendo la corriente (4.36) en la recta de carga dinámica (4.35) se llega a la ecuación

$$v_{DS} - 10{,}4 = -\left(10^{5} \cdot v_{DS}^{2} - 0{,}46 \cdot 10^{3}\right) \cdot 9 \cdot 10^{3} \Rightarrow v_{DS}^{2} + 20 \cdot v_{DS} - 254 = 0$$

cuyas soluciones son 8.3 *V* y -19.4 *V*. Al ser el MOSFET tipo N, y tener que estar en conducción, la tensión entre el drenador y la fuente ha de ser positiva. Por tanto, la solución correcta es

$$v_{DS,lin} = 8{,}3\,V$$

La corriente asociada se calcula sustituyendo en (4.35) o (4.36)

$$i_{D,lin} = 0{,}69\ mA$$

Ya conocemos todos los puntos necesarios para calcular los márgenes dinámicos a partir de la Figura 4-20. Para evitar la distorsión por corte, los márgenes de la corriente de drenador y de la tensión entre el drenador y la fuente son:

$$\Delta i_{D,cor} = I_{DQ} = 0{,}46\ mA$$
$$\Delta v_{DS,cor} = v_{DS}^{*} - V_{DSQ} = 14{,}5 - 10{,}4 = 4{,}1\,V$$

Mientras que los márgenes dinámicos por distorsión óhmica son respectivamente,

$$\Delta i_{D,lin} = i_{D,lin} - I_{DQ} = 0{,}69 - 0{,}46 = 0{,}23\ mA$$
$$\Delta v_{DS,lin} = V_{DSQ} - v_{DS,lin} = 10{,}4 - 8{,}3 = 2{,}1\,V$$

Una vez encontrados los márgenes dinámicos de la corriente y tensión entre el drenador y la fuente, los márgenes dinámicos de la tensión de salida se calculan a partir del circuito incremental. Para

[5] En este caso no se tiene en cuenta la modulación de la longitud del canal, ya que daría lugar a una ecuación de tercer grado, cuya resolución puede no ser inmediata.

ello, debemos relacionar $\Delta V_o$ con $\Delta v_{DS}$ o $\Delta i_D$. En nuestro caso (Figura 4-18) es muy sencillo, ya que $\Delta V_o$ y $\Delta v_{DS}$ coinciden

$$\Delta V_o = \Delta v_{DS}$$

Con lo que los márgenes dinámicos de la tensión de salida son:

$$\Delta V_{o\text{¿}or} = 4{,}1V; \Delta V_{o\text{¡}in} = 2{,}1V$$

La máxima amplitud de la señal de salida sin que se produzca distorsión es el menor de estos dos márgenes. El margen dinámico de la etapa de amplificación es por tanto,

$$\textit{Margen dinámico del circuito} \equiv \textit{mín}\left\{\Delta V_{o\text{¿}or}, \Delta V_{o\text{¡}in}\right\} = 2{,}1V$$

## 4.12 Otras aplicaciones del transistor MOS

A continuación estudiaremos algunas aplicaciones de los transistores MOS, gracias a sus características particulares de funcionamiento.

### 4.12.1 El MOSFET como resistencia controlada por tensión

Cuando el transistor MOS opera en la región lineal puede comportarse como una resistencia variable. Para ello, basta que la tensión de drenador sea lo suficientemente pequeña para poder el despreciar el término $V_{DS}^2$ en la ecuación de la corriente de drenador. Así, despreciando el efecto de la modulación de la longitud del canal (ecuación (4.2)-b),

$$\left.\begin{array}{l} I_D = \dfrac{KW}{L}\cdot\left[\left(V_{GS}-V_T\right)\cdot V_{DS} - \dfrac{V_{DS}^2}{2}\right] \\ V_{DS}\downarrow \Rightarrow \left(V_{GS}-V_T\right)\cdot V_{DS} \gg \dfrac{V_{DS}^2}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow I_D \approx \frac{KW}{L}\cdot\left(V_{GS}-V_T\right)\cdot V_{DS}$$

Con lo que entre los terminales de fuente y drenador (en el canal del transistor), existe una resistencia, $R_{DS}$, de valor

$$R_{DS} = \frac{\partial V_{DS}}{\partial I_D} = \frac{1}{\dfrac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}} = \frac{1}{\dfrac{KW}{L}\cdot\left(V_{GS}-V_T\right)}$$

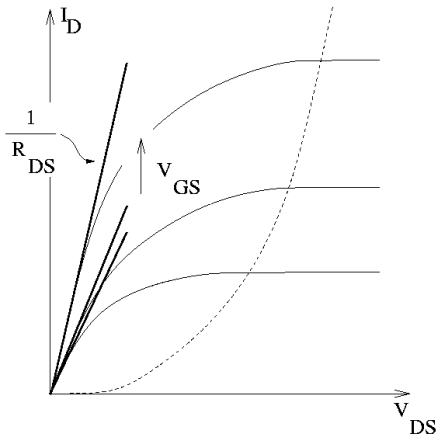



**Figura 4-21: Transistor MOS como resistencia controlada por la tensión de puerta**

El transistor MOS se comporta entonces como una resistencia variable, cuyo valor depende de la tensión aplicada a la puerta, $V_{GS}$. A medida que $V_{GS}$ aumenta la resistencia disminuye (hay más portadores de carga en el canal); esto se aprecia en el incremento de la pendiente de las curvas características de drenador en la región lineal, cuando $V_{DS} \approx 0$ (Figura 4-21).

### 4.12.2 El MOSFET como interruptor

Sabemos que si en un MOSFET la tensión entre la puerta y la fuente es menor que la tensión umbral, $V_{GS} < V_T$, el transistor está cortado; entre los terminales de fuente y drenador existe un circuito abierto, ya que la corriente a través de ellos es nula. Sin embargo, cuando $V_{GS}$ es mayor que $V_T$ se crea el canal, y el transistor puede conducir. Cuanto mayor es la tensión de puerta menor es la resistencia del canal, y ésta puede llegar a aproximarse a un cortocircuito. Así, el MOSFET es capaz de funcionar como un interruptor. Esta propiedad se representa en la Figura 4-22 para el caso de un MOS tipo N.

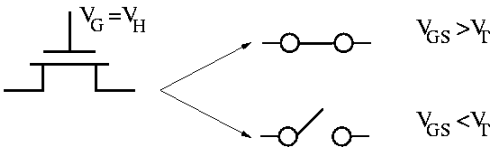



**Figura 4-22: Transistor MOS tipo N como interruptor**

El MOSFET como interruptor se emplea con frecuencia en electrónica digital, para transmitir o no los “ceros” y “unos” lógicos a través de un circuito. Existe, sin embargo, una pequeña dificultad: cuando el MOS tipo N actúa como cortocircuito es capaz de transmitir las tensiones bajas; sin embargo las tensiones altas se ven disminuidas en una cantidad igual al valor de la tensión umbral. Esta característica se representa en la Figura 4-23, donde $V_H$ y $V_L$ son los valores de tensión alto y

bajo en un circuito digital. Para que exista el canal bajo la puerta, la tensión en ésta ha de ser $V_H$ ($V_H > V_T$). Al transmitir $V_H$, el terminal de la izquierda actúa como drenador, ya que está a una tensión más alta, y el de la derecha como fuente. A medida que la tensión en el terminal de fuente aumenta, la tensión entre la puerta y la fuente, $V_{GS}$, disminuye. Todo esto ocurre hasta que la tensión de la fuente alcanza el valor $V_H$ -$V_T$, momento en que $V_{GS}$ iguala la tensión umbral y el transistor deja de conducir.

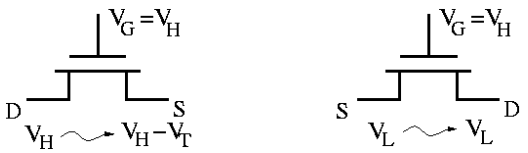



**Figura 4-23: Inconveniente del MOS tipo N como interruptor**

En cambio, al transmitir la tensión $V_L$ el terminal de la izquierda actúa como fuente y el de la derecha como drenador. La tensión entre la puerta y la fuente permanece en todo momento constante, a igual a $V_H$ -$V_L$ (valor que debe ser superior a la tensión umbral), por lo que en el drenador se llega a alcanzar $V_L$.

De forma similar, el MOS tipo P transmite correctamente las tensiones altas, y falla en las bajas.

Para evitar estos inconvenientes se conectan en paralelo dos transistores MOS, uno N y otro P, como indica la Figura 4-24. Así, las tensiones bajas son transmitidas sin error por el MOS tipo N, mientras que las altas lo son por el tipo P. Esta configuración se denomina puerta de paso. Para su funcionamiento, las tensiones en las puertas han de ser complementarias (cuando una es alta la otra es baja, y viceversa); esto se indica añadiendo un círculo a una de las puertas, o una barra sobre una de las tensiones.

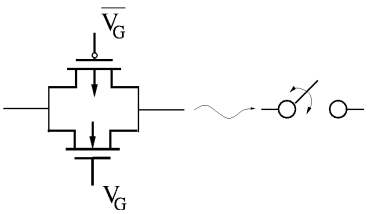



**Figura 4-24: Puerta de paso**

### 4.12.3 El MOSFET como carga activa

En un circuito integrado el área de oblea que necesitan las resistencias encarece mucho la producción. Por ello, se sustituyen las resistencias por transistores. Ya hemos visto como se puede obtener una resistencia variable controlada por tensión con MOSFETs. A continuación veremos dos

configuraciones que, aunque no se comportan como una resistencia ideal, son utilizadas como cargas en los circuitos; las llamaremos cargas activas.

La primera de ellas consiste en cortocircuitar en un transistor MOS tipo N de enriquecimiento ($V_T > 0$) la puerta y el drenador (Figura 4-25). Con ello, si el transistor conduce siempre se cumple la condición de saturación, ya que

$$V_{GS} = V_{DS} \Rightarrow V_{GS} > V_{GS} - V_T = V_{DS} - V_T$$

Cuando la tensión entre el drenador y la fuente supera la tensión umbral ($V_{DS} = V_{GS} > V_T$) el transistor conduce en la región de saturación; en caso contrario estará cortado. Despreciado el efecto de la modulación de la longitud del canal, podemos escribir que

$$V_{DS} < V_T \Rightarrow I_D = 0$$
$$V_{DS} > V_T \Rightarrow I_D = \frac{KW}{2L} \cdot \left(V_{GS} - V_T\right)^2$$

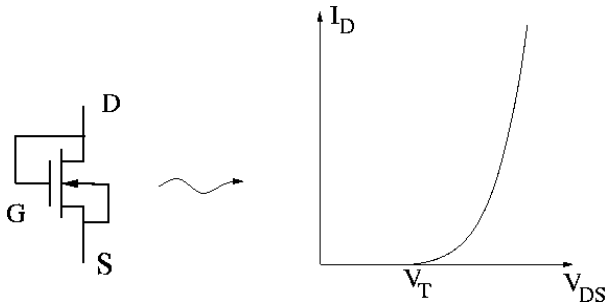



**Figura 4-25: Carga saturada**

En la Figura 4-25 también se muestra la curva característica de salida de esta configuración; configuración que llamaremos de carga saturada.

La segunda carga activa que estudiamos consiste en cortocircuitar en un transistor MOS tipo N de vaciamiento ($V_T < 0$) la puerta y la fuente. Con ello el transistor siempre podrá conducir, ya que

$$V_{GS} = 0 > V_T$$

y su curva de salida es la de la característica de drenador del transistor, correspondiente a una tensión nula entre la puerta y la fuente. El esquema de la configuración, que llamaremos de carga de vaciamiento, y su curva característica de salida se muestran en la Figura 4-26.

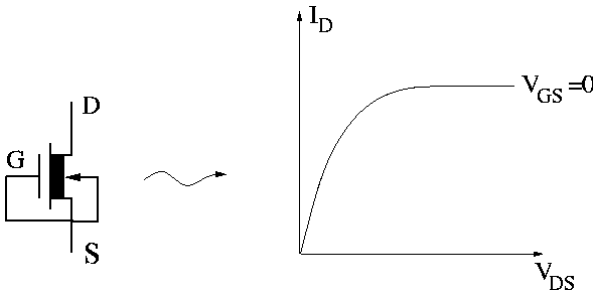



**Figura 4-26: Carga de vaciamiento.**

De forma similar se obtienen cargas activas con MOSFETs tipo P, que dejamos al alumno como ejercicio.

## 4.13 Problemas propuestos

**Problema 1**

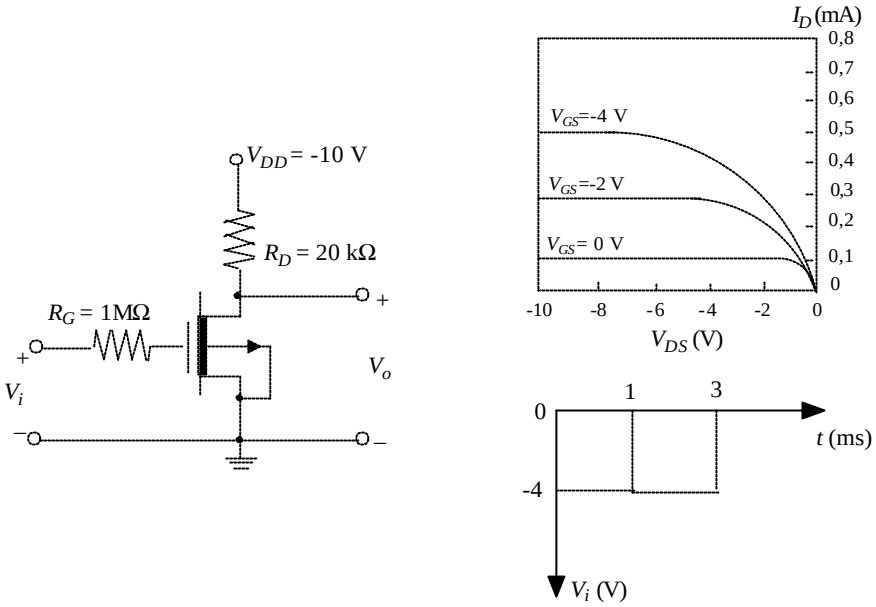
Determinar para un transistor NMOS, con $V_T = 2\,\text{V}$ y $K \cdot (W/L) = 30\,\mu\text{A/V}^2$, el valor de la corriente $I_D$ en los siguientes casos: a) $V_{GS} = 10\,\text{V}$ y $V_{DS} = 3\,\text{V}$ b) $V_{GS} = 10\,\text{V}$ y $V_{DS} = 10\,\text{V}$ c) $V_{GS} = 1\,\text{V}$ y $V_{DS} = 10\,\text{V}$.

**Problema 2**

Calcular para un determinado transistor NMOS, el valor del parámetro $\gamma$ que modela el efecto substrato si cuando $V_{BS} = -1{,}5\,\text{V}$, la tensión umbral es un 72% mayor de lo que era cuando $V_{BS} = 0\,\text{V}$. Datos $V_{DS} = 10\,\text{V}$, $V_{TO} = 1\,\text{V}$, $\phi_B = -0{,}25\,\text{V}$.

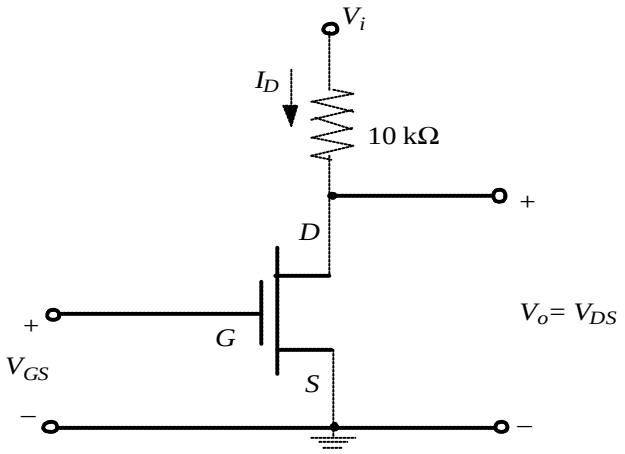
**Problema 3**

Dado el circuito de la figura, realizado con un transistor PMOS, y las curvas características del transistor que se indican, calcular y representar la respuesta del circuito a la señal de la figura. Supóngase despreciable el efecto de todas las capacidades.

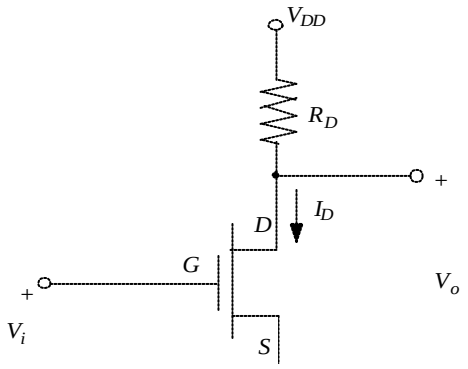



**Problema 4**

En el circuito de la figura, si Vi es muy pequeña, el transistor NMOS actúa como una resistencia cuyo valor puede aproximarse mediante el inverso de la pendiente en el origen de la característica $I_D(V_{GS})$. Determinar el valor que ha de tener VGS para que $V_o = V_i/4$. Datos: $V_T = 1\,\text{V}$, $K = 25\,\mu\text{A/V}^2$ y $W/L = 2$.



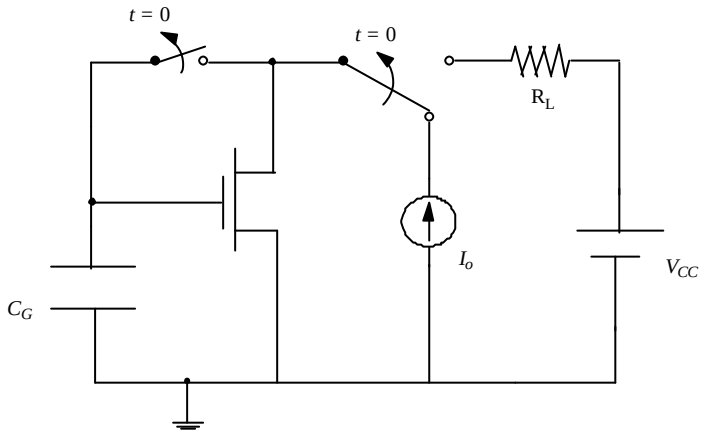

**Problema 5**



En el inversor de la figura, compuesto por un transistor NMOS y una resistencia, a) determinar el valor mínimo de RD que haga que el nivel bajo a la salida sea inferior a 2 V cuando $V_i = 5\ \text{V}$. b) Dibujar la característica de transferencia $V_o(V_i)$ para este valor de RD, indicando en ella en qué región de trabajo se halla el transistor para cada valor de Vi. Datos: $V_{DD} = 5\ \text{V}$, $V_T = 1\ \text{V}$, $K = 20\ \mu\text{A/V}^2$ y $W/L = 2$.

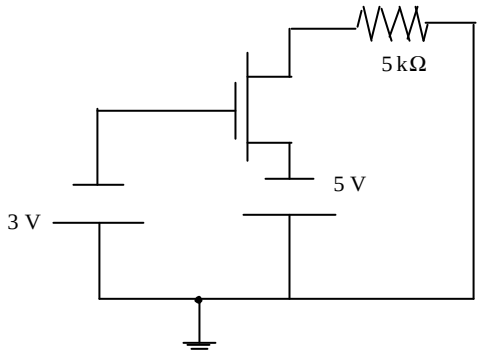
## Problema 6

El circuito de la figura, basado en un transistor NMOS, se denomina copiador de corriente. Mientras $t<0$, almacena la información de la corriente Io generada por la fuente de corriente, para hacer pasar esta misma corriente, Io, a través de RL cuando $t>0$. b) Determinar asimismo la tensión VGS que se alcanzará en el condensador CG, en régimen permanente, en el mismo intervalo. c) Determinar qué restricciones debe tener RL para que la corriente que circule por ella sea Io, cuando $t>0$. Datos: $W/L=2$, $K=20\,\mu\text{A/V}^2$, $V_T=0,8\,\text{V}$, $V_{CC}=10\,\text{V}$ y $I_o=0,1\text{mA}$.



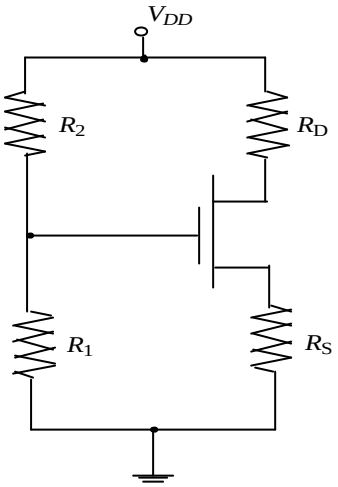

## Problema 7

Hallar el punto Q del transistor MOS en el siguiente circuito, si $K\cdot(W/L)=2\text{mA/V}^2$ y $V_T=1\,\text{V}$.



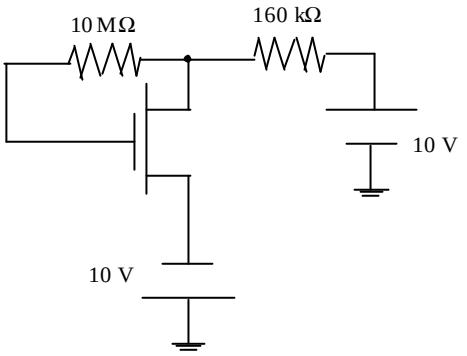
**Problema 8**

Dado el circuito de polarización de la figura, calcular el punto de trabajo del transistor, IDQ, VDSQ. Datos: $R_2 = 800\,\text{k}\Omega$, $R_1 = 400\,\text{k}\Omega$, $R_S = 200\,\Omega$, $R_D = 200\,\text{k}\Omega$, $V_{DD} = 10\,\text{V}$, $W/L = 1$, $K = 20\,\mu\text{A/V}^2$ y $V_T = 2\,\text{V}$.

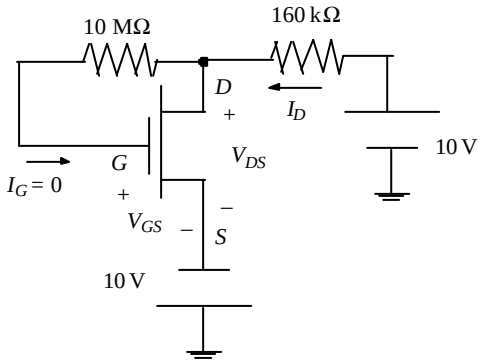



**Problema 9**

Hallar el punto Q del transistor MOS en el siguiente circuito, si $K \cdot (W/L) = 50\,\mu\text{A/V}^2$ y $V_T = 2\,\text{V}$.

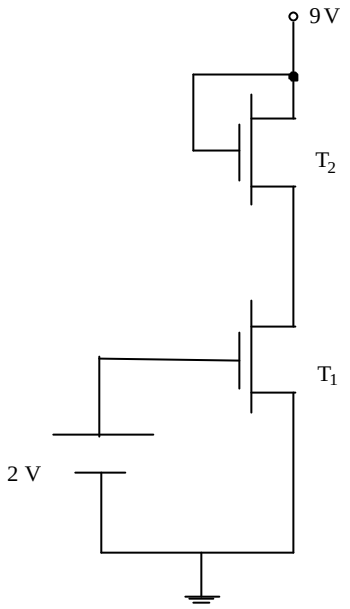



Indicando los terminales del transistor, así como las corrientes y tensiones en ellos, el circuito de la figura queda de la siguiente forma,



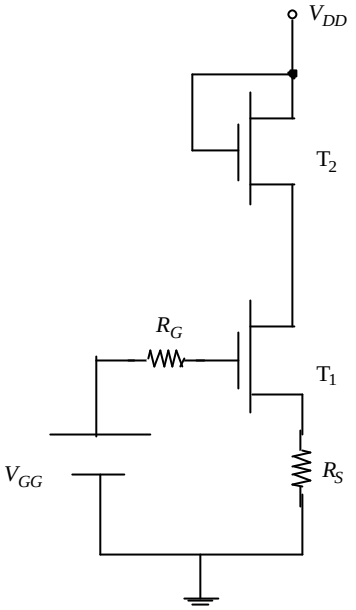
**Problema 10**

Hallar el punto Q de los transistores MOS en el siguiente circuito, si $K_1 \cdot (W_1 / L_1) = 9\ \text{mA/V}^2$, $V_{T,1} = 1\ \text{V}$, $K_2 \cdot (W_2 / L_2) = 4\ \text{mA/V}^2$ y $V_{T,2} = 2\ \text{V}$.



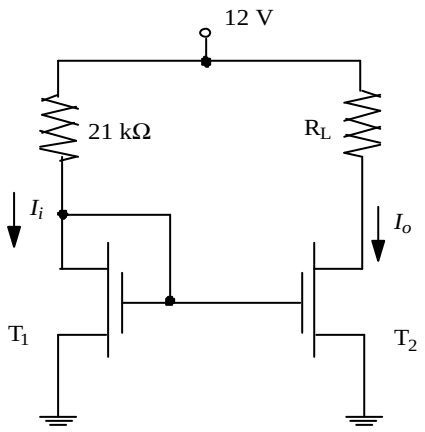

**Problema 11**

Hallar el punto Q de los transistores MOS en el siguiente circuito, si $K_2 \cdot (W_2 / L_2) = 0{,}16\text{mA/V}^2$, $V_{T,2} = 2{,}5\ \text{V}$, $K_1 \cdot (W_1 / L_1) = 0{,}25\text{mA/V}^2$, $V_{T,1} = 3\ \text{V}$, $V_{DD} = 16\ \text{V}$, $V_{GG} = 11\ \text{V}$, $R_G = 1\ \text{M}\Omega$ y $R_S = 2\ \text{k}\Omega$.



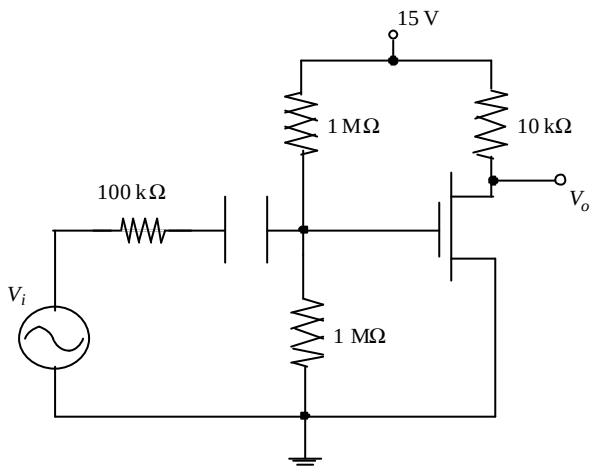

**Problema 12**

El circuito de la figura se denomina espejo de corriente. a) Teniendo en cuenta que tanto T1 como T2 son transistores NMOS, determine la zona de funcionamiento de T1. b) Suponiendo T1 y T2 idénticos, con parámetros $K \cdot (W/L) = 4\text{mA/V}^2$ y $V_T = 1\,\text{V}$, calcular el valor de Ii e Io suponiendo ambos en la misma región de operación. c) Hallar los valores límite de la carga RL para que ambos transistores se hallen en la misma región de operación. d) Hallar el valor de Io si T2 posee una relación W/L doble de la que tiene T1. e) Hallar el circuito equivalente de pequeña señal visto desde RL, si los dos transistores son iguales, con $\lambda = 0{,}02\,\text{V}^{-1}$, y ambos están en la misma región de operación.



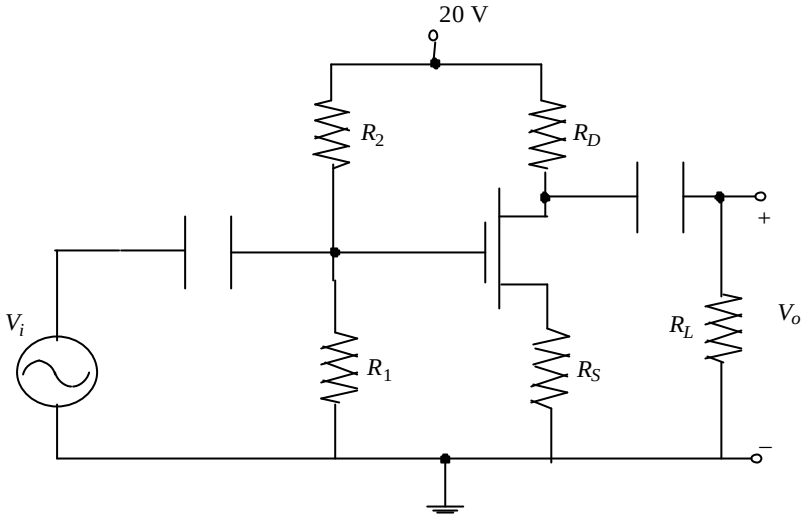
**Problema 13**

Considérese el circuito amplificador de la figura. Se pide: a) Calcular el punto de reposo del circuito. b) Calcular gm y rds del modelo de pequeña señal del transistor. c) Calcular los márgenes dinámicos de la tensión de salida Vo. d) Calcular los siguientes parámetros del amplificador: ganancias en tensión, corriente y potencia, resistencia de entrada y resistencia de salida. Datos: $V_T = 1\,\text{V}$, $K = 20\,\mu\text{A/V}^2$, $W/L = 1$ y $\lambda = 0{,}01\,\text{V}^{-1}$.




**Problema 14**

Diseñar los valores de R1, R2, RD y RS de una etapa de amplificación basada en el circuito de la figura, de modo que cumpla las siguientes especificaciones: $A_V = -1$, $Z_{in} = 15\,\text{k}\Omega$, para una resistencia de carga $R_L = 1\,\text{k}\Omega$. Como información adicional sabemos que el punto de trabajo es: $V_{GSQ} = 3\,\text{V}$, $I_{DQ} = 7\,\text{mA}$, $V_{DSQ} = 10\,\text{V}$, y que el parámetro gm para esta polarización vale 2300 μΩ-1. Calcular también los parámetros $V_T$ y $K \cdot (W/L)$ del transistor, así como la impedancia de salida y los márgenes dinámicos de la corriente de drenador, de la tensión entre el drenador y la fuente, y de la tensión de salida, Vo.




**Problema 15**

Un determinado transistor MOSFET de enriquecimiento para el que VT = 1 V y KW/L = 0,25 mA/V2, se va a utilizar polarizado en su región de saturación. Si la corriente de drenador, ID, debe ser de 4mA, hallar el valor de VGS y el valor mínimo necesario de VDS. Repetir el apartado anterior si la corriente de drenador debe ser de ID =16mA.

**Problema 16**

Un transistor de enriquecimiento NMOS con una tensión umbral, VT, de 2 V y un factor de transconductancia KW/L = 0,1mA/V2, se utiliza como una resistencia lineal controlada por tensión. Hallar el rango de valores de VGS para el que se obtiene una resistencia comprendida entre 0,5 kΩ y 5 kΩ.

**Problema 17**

Un transistor MOSFET de deplexión, canal n, con IDSS = 9 mA, KW/L= 1 mA/V2 y VT = -3 V tiene sus terminales de puerta y fuente conectados a tierra. Hallar la región de funcionamiento del transistor y la corriente de drenador, ID, cuando:

VD = 0,1 V. b) VD = 1 V. c) VD = 3 V. d) VD = 5 V.

**Problema 18**

Un transistor NMOS de deplexión con IDSS = 9 mA, KW/L = 1 mA/V2 y VT = -3 V, tiene su terminal de puerta conectado a tierra y una fuente de 1V conectada al terminal de fuente. Hallar el mínimo valor de drenador VD necesario para que el dispositivo esté trabajando en saturación. ¿Cuál es el valor de la corriente de drenador que se obtiene para el valor de tensión VD determinado?

**Problema 19**

Un transistor MOSFET de deplexión, canal n, trabajando en la región óhmica con VDS = 0,1 V, conduce una corriente de drenador de valor ID = 1 mA, cuando VGS = - 1V, y de valor ID = 3mA, cuando VGS = 1 V. Hallar el valor de KW/L y la tensión umbral VT.

**Problema 20**

Un transistor MOSFET de deplexión, canal n, trabajando en saturación con VDS = 5 V, conduce una corriente de drenador de valor ID = 5 mA, cuando VGS = - 1 V, y de valor ID = 45mA, cuando VGS = 1 V. Hallar el valor de IDSS y la tensión de pinch-off, VT.

**Problema 21**

A partir de la expresión de la corriente de drenador, ID, en saturación, de un MOSFET de enriquecimiento de canal n, hallar una expresión que represente la variación porcentual (%) del valor de la corriente de drenador por ºC, en función de la variación porcentual del valor de KW/L por ºC, del coeficiente de temperatura de VT en V/ºC, de VGS y de VT.

**Problema 22**

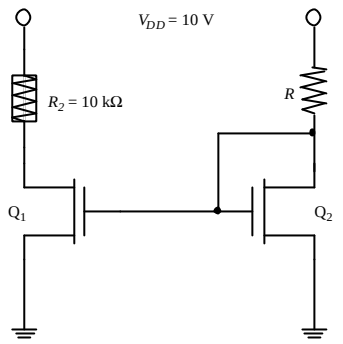
Si el valor de la tensión umbral, VT, disminuye 2mV cada ºC de aumento de la temperatura, hallar el coeficiente de temperatura de K que hace que el valor de la corriente de drenador ID disminuya un (0,2%)/ºC, cuando el transistor NMOS está polarizado con VGS = 5 V, y el valor de la tensión umbral es VT = 1V.

**Problema 23**

Considerar el circuito de la figura, en el que los valores de los parámetros característicos de los transistores Q1 y Q2 son: VT,1 = VT,2 = 2 V, K1 = K2 = 20 μA/V2, L1 = L2 = 10 μm, y W1 = 50 μm.

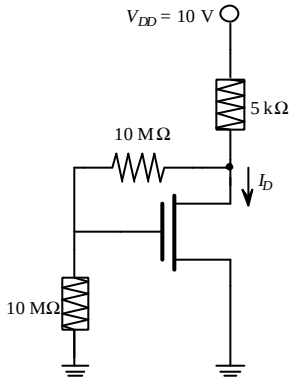
Hallar el valor de R para el que se establece una corriente de drenador ID,1 = 0,4 mA en el transistor Q1.

Hallar el valor de W2 (ancho de la puerta del transistor Q2) para el que Q2 trabaja en la saturación con una corriente ID,2 = 0,6mA.



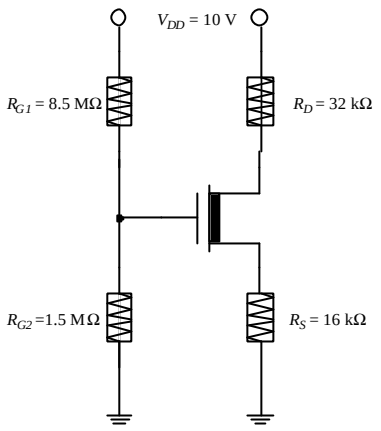

**Problema 24**

Analizar el circuito de la figura para determinar el valor de la corriente de drenador ID y la tensión de drenador VD, teniendo en cuenta que los parámetros característicos del transistor NMOS son VT = 1 V y KW/L= 0,5 mA/V2.



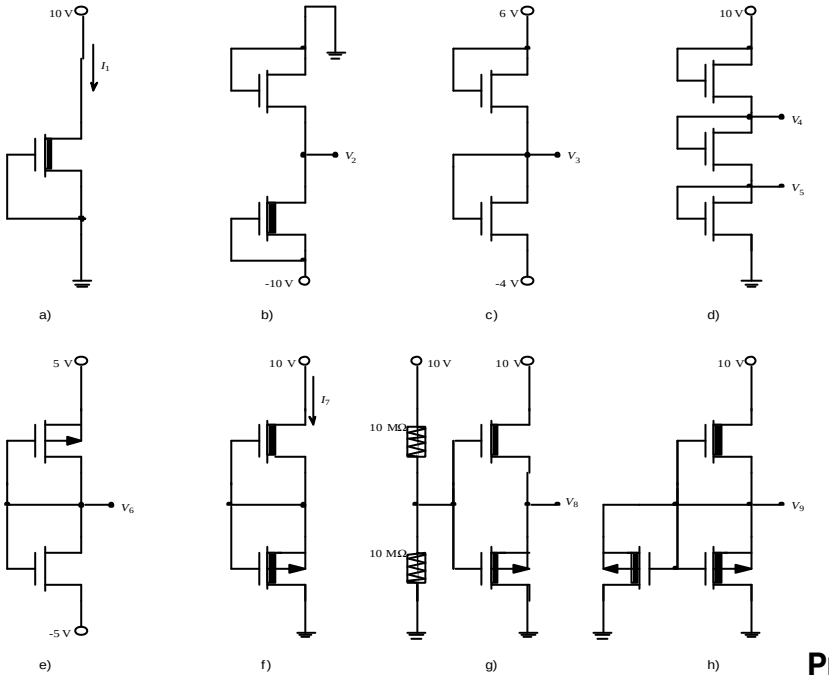

**Problema 25**

Analizar el circuito de la figura para determinar el valor de la corriente de drenador ID y la tensión de drenador VD, teniendo en cuenta que los parámetros característicos del transistor MOSFET de deplexión son VT = -1 V e IDSS = 0,5 mA. Hallar los nuevos valores de RS y RD para los que se obtiene una corriente de drenador ID = 0,5mA y una tensión de drenador VD = 4V.



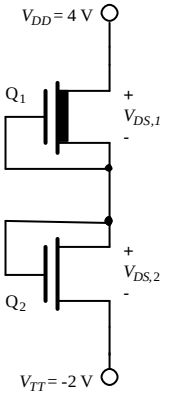

## Problema 26

Calcular las corrientes y tensiones señaladas en los circuitos de la figura teniendo en cuenta que para todos los dispositivos |VT|= 1 V y KW/L = 1,0 mA/V2. Suponer que la expresión de la corriente de drenador en la región de saturación para todos los transistores tanto de deplexión como de enriquecimiento es: ID=(KW/2L)·(VGS-VT)2.




## Problema 27

Hallar el valor de las tensiones VDS,1 y VDS,2, señaladas en el circuito de la figura, teniendo en cuenta que las características de los transistores NMOS, Q1 y Q2 empleados, son las dadas por las figuras F1 y F2 respectivamente.



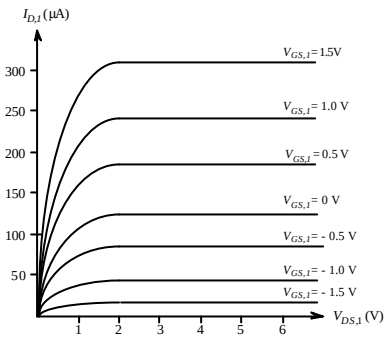



figura F1

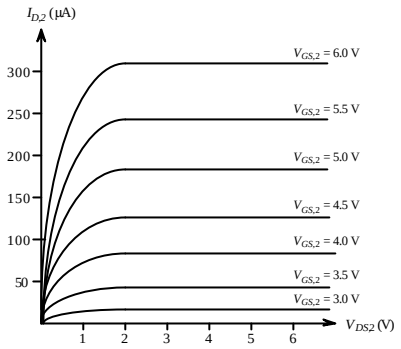
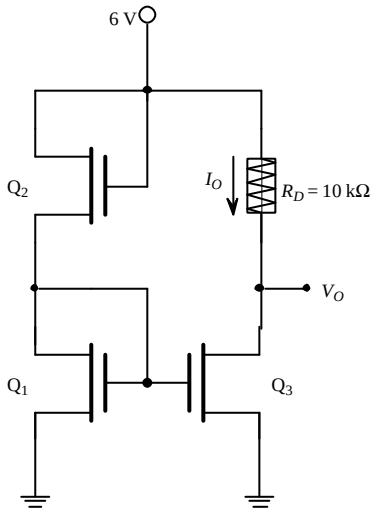



figura F2

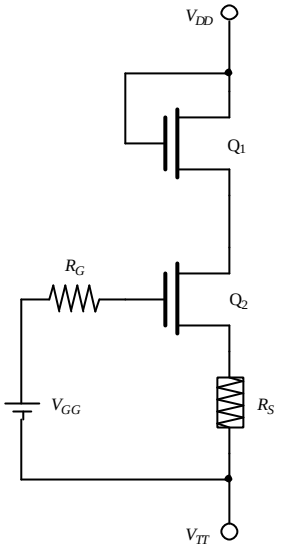
## Problema 28

En el circuito representado en la figura, los transistores NMOS Q1, Q2 y Q3 son idénticos, siendo sus parámetros característicos VT = 2 V y KW/L = 20 μA/V2. Determinar el valor de la corriente I0 y de la tensión V0. Repetir el ejercicio suponiendo que se intercambian las conexiones de la resistencia RD y del transistor Q2. Repetirlo suponiendo que se sustituye el transistor Q2 por un transistor NMOS de deplexión, conectado como resistencia (conectando los terminales G y S del transistor), siendo sus parámetros característicos VT = - 2 V e IDSS = 0,08 mA.



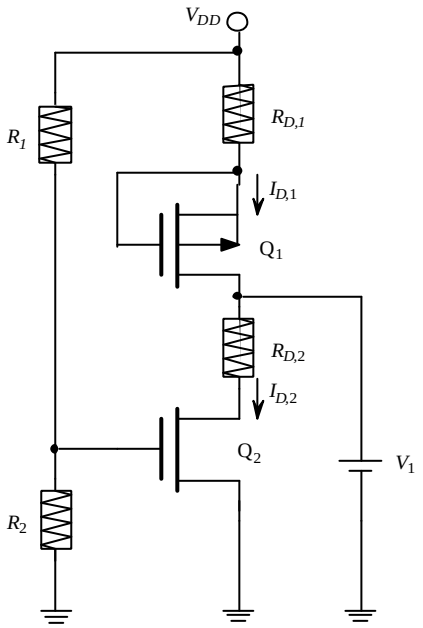

## Problema 29

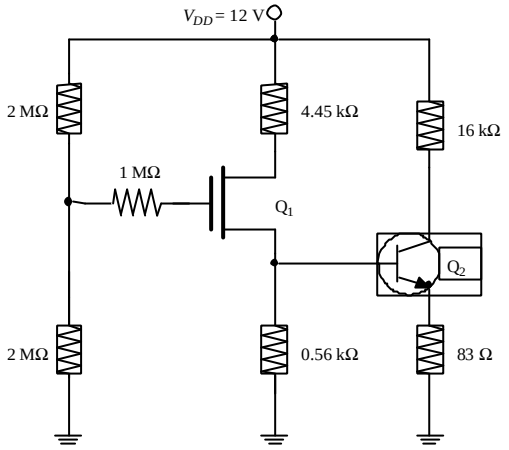
Determinar el punto de trabajo de los transistores Q1 y Q2 en el circuito de la figura, teniendo en cuenta que los parámetros característicos del transistor son VT,1 = 2,5 V, VT,2 = 3 V, K1W1/L1 = 0,08 mA/V2, K2W2/L2 = 0,125 mA/V2, y que en el circuito VDD = 12 V, VTT = - 4 V, VGG = 11 V, RG = 1 MΩ y RS = 2 kΩ.




**Problema 30**

Determinar el punto de polarización de los transistores Q1 y Q2 en el circuito de la figura, teniendo en cuenta que los parámetros característicos del transistor son VT,1 = -3 V, VT,2 = 1 V, K1W1/L1 = 0,12 mA/V2, y que en el circuito VDD = 4 V, V1 = 15 V, RD,1 = 1 kΩ, RD,2 = 18 kΩ, R1 = 100 kΩ y R2 = 300 kΩ. Nota: Suponer K2W2/L2 = 0,2 mA/V2.




**Problema 31**

Calcular y justificar en qué región están polarizados los transistores en el circuito de la figura, teniendo en cuenta que los parámetros característicos del transistor MOSFET de enriquecimiento canal n son VT = 2 V y KW/L = 0,2 mA/V2, y para el transistor bipolar npn VBE = 0,7 V y β=200.