

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapas inferior y superior, con capacidad de $20\pi \text{ m}^3$. El material para las tapas cuesta 10 euros cada m^2 y el material para el resto del cilindro 8 euros cada m^2 . Calcula, si existe, el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo.

Ejercicio 2.- Sea $I = \int_0^8 \frac{1}{2 + \sqrt{x+1}} dx$.

- a) **[1,25 puntos]** Expresa I aplicando el cambio de variable $t = 2 + \sqrt{x+1}$.
- b) **[1,25 puntos]** Calcula el valor de I .

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) **[0,5 puntos]** Comprueba que $AA^t - 2A = I$ (A^t denota la traspuesta de A e I la matriz identidad).
- b) **[0,75 puntos]** Calcula A^{-1} .
- c) **[1,25 puntos]** Determina, si existe, la matriz X que verifica $XA + I = 3A$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(-1, -2, -1)$ y $B(1, 0, 1)$.

- a) **[1,25 puntos]** Determina la ecuación del plano respecto del cual los puntos A y B son simétricos.
- b) **[1,25 puntos]** Calcula la distancia de $P(-1, 0, 1)$ a la recta que pasa por los puntos A y B .

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Calcula a, b, c y d sabiendo que f tiene un extremo relativo en $(0, 1)$ y su gráfica un punto de inflexión en $(1, -1)$.

Ejercicio 2.- Considera la región limitada por la gráfica de la función dada por $f(x) = \sqrt{2x-2}$ para $x \geq 1$, la recta $y = x - 5$ y el eje de abscisas.

- a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte entre la gráfica de f y las rectas.
- b) [0,75 puntos] Expresa mediante integrales el área del recinto anterior.
- c) [1 punto] Calcula el área.

Ejercicio 3.- Sea A una matriz 3×3 tal que $\det(2A) = 8$.

- a) [0,5 puntos] ¿Cuánto vale $\det(A)$?
- b) [0,75 puntos] Siendo B la matriz que se obtiene de A multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera, ¿cuánto vale $\det(B)$?
- c) [1,25 puntos] Determina los valores de x para los que la siguiente matriz A verifica que $\det(2A) = 8$,

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & -x+2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 1, 1)$, $B(0, -2, 2)$, $C(-1, 0, 2)$ y $D(2, -1, -2)$.

- a) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D .
- b) [1,5 puntos] Determina la ecuación de la recta que pasa por D y es perpendicular al plano determinado por los puntos A, B y C .