

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. **Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.** Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-4-1997**Opción A**

Ejercicio 1. Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x - 2)e^x$.

- Determina los intervalos en los que la función f es creciente
- Dibuja la región limitada por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas de ecuaciones $x = 1$ y $x = 3$.
- Halla el área de la región descrita en el apartado anterior

Ejercicio 2. Una cierta función p se define como el cociente de dos funciones derivables f y g , es decir $p(x) = f(x)/g(x)$. En un punto a de su dominio la función p tiene un mínimo relativo y sabemos que $f'(a) = 6$ y $g'(a) = 2$. ¿Puedes obtener el valor de $p'(a)$? Razona tu respuesta

Ejercicio 3. Sabiendo que la matriz A verifica la relación $A + 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

resuelve el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.- Considera el tetraedro formado por el origen de coordenadas y los tres puntos en los que el plano $\Pi : 2x + 3y + 6z - 6 = 0$ corta a los ejes coordenados.

- Describe un procedimiento para calcular el volumen del tetraedro y calcula efectivamente su valor.
- Calcula razonadamente las coordenadas del punto simétrico al origen de coordenadas respecto al plano Π .

Opción B

Ejercicio 1. Una locomotora sale de una estación y viaja durante una hora a lo largo de una trayectoria rectilínea. La velocidad de la locomotora al cabo de t horas viene dada en km./h., por la fórmula

$$V(t) = 400t^3 - 1200t^2 + 800t \quad (0 \leq t \leq 1)$$

- Calcula el espacio total que recorre la locomotora.
- Determina la velocidad máxima que alcanza la locomotora y el instante en el que lo hace.

Ejercicio 2. Considera la función valor absoluto, es decir, la función $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ dada por $f(x) = |x|$.

- Estudia la derivabilidad de f .
- Dibuja la gráfica de f .

(b) Halla $\int_{-2}^2 |x| dx$

Ejercicio 3. Considera los puntos $P = (1, 1, 1)$ y $Q = (-1, -1, 2)$

- Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos que se encuentran a igual distancia del punto P que del punto Q .
- Halla la ecuación del plano que corta perpendicularmente y en su punto medio al segmento que une los puntos P y Q .

Ejercicio 4. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

- Comprueba que se verifica $A^2 - 2A + I = O$, siendo I la matriz identidad de orden 3.
- Usando la igualdad anterior, calcula razonadamente A^{-1} y A^2 .